- Броуновское движение

- Теоремы о равнораспределении энергии по степеням свободы

Броуновское движение

- В 1827 г. английский ботаник Р. Броун наблюдал в микроскоп с сильным увеличением беспорядочное движение субмикронных частиц (спор семян), взвешенных в воде. Интенсивность броуновского движения увеличивалась с ростом температуры среды и с уменьшением ее вязкости и размеров частиц.

- Впоследствии пришло понимание того, что Б. Д. является результатом многочисленных толчков, испытываемых субмикронной спорой со стороны окружающих ее молекул жидкости.

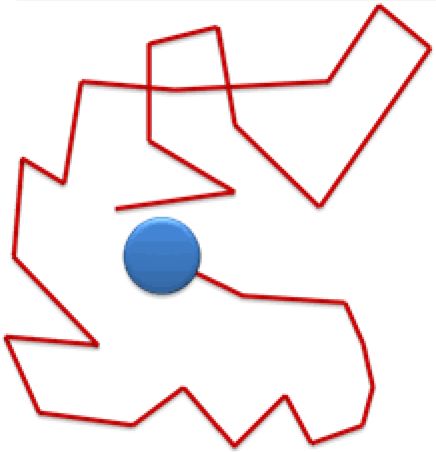
Броуновское движение

- **Броуновское движение** – это хаотическое (беспорядочное) тепловое движение взвешенной в жидкости или газе броуновской частицы под действием ударов молекул окружающей среды. Броуновская частица имеет размеры, значительно превосходящие размеры молекул среды (жидкости или газа), в которой она находится.

- **Причина броуновского движения –** флуктуации силы, действующей на броуновскую частицу со стороны молекул среды, возникающие в результате флуктуаций суммарного импульса, передаваемого молекулами среды, ударяющимися о броуновскую частицу.

Броуновское движение

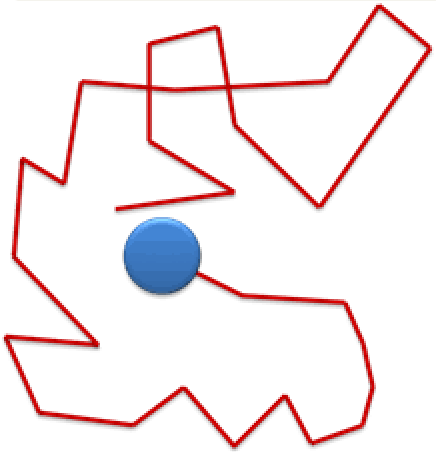
Броуновское движение



- За время наблюдения $t \gg \Delta t$ число блужданий равно за равные промежутки времени $n = t/\Delta t$.
- Пусть при каждом блуждании частица совершает случайное перемещение $\mathbf{q}_i$, тогда при блужданиях случайное смещение частицы от начальной точки (начала координат) будет определяться радиусом-вектором

$$\mathbf{r}_n = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{q}_i$$

Броуновское движение



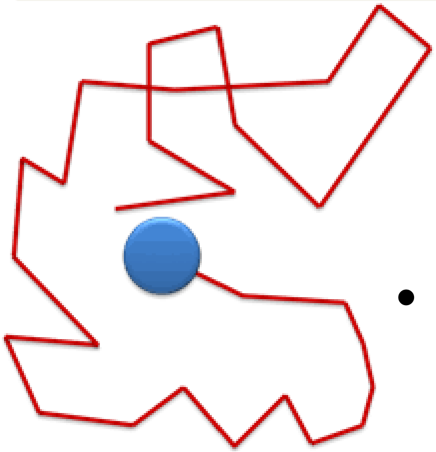
- Если проводить серию из большого числа опытов, то для среднего значения квадрата удаления частицы от начала координат можно записать

$$\langle r_n^2 \rangle = \left\langle \sum_{i,j=1}^{n} \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{q}_j \right\rangle = \sum_{i=1}^{n} \langle q_i^2 \rangle + \sum_{i \neq j}^{n} \langle \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{q}_j \rangle$$

- Поскольку блуждания статистически независимы, то положительные слагаемые второй суммы в среднем «уравновешиваются» точно такими же отрицательными слагаемыми

$$\sum_{i \neq j}^{n} \langle \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{q}_j \rangle = 0 \qquad\qquad \langle q_i^2 \rangle = q^2$$

Броуновское движение



$$\langle r_n^2 \rangle = \sum_{i=1}^{n} \langle q_i^2 \rangle = q^2 \frac{t}{\Delta t} = \alpha \cdot t$$

- При случайных блужданиях среднеквадратичное удаление частицы от начала координат пропорционально времени!

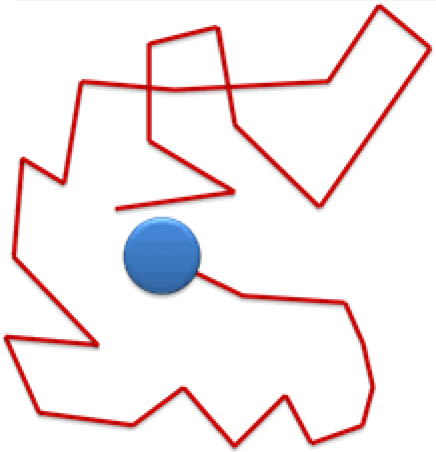
- Для движения центра масс частицы вдоль координатной оси *Ox*,можно записать уравнение движения в виде

$$m\ddot{x} = -b\dot{x} + F_x$$

где *b*— коэффициент трения вязкой жидкости, F_x— проекция на координатную ось случайной силы, вызванной столкновениями.

$$\langle r_n^2 \rangle = \alpha \cdot t = \frac{6kT}{b} t$$

Броуновское движение



Подтверждение этой формулы было получено Перреном в 1906 г. на экспериментальной установке, на которой проверялось распределение Больцмана. Он фиксировал положения частиц гуммигута через интервалы времени.

- Перреном была вычислена постоянная Больцмана. Ее значение хорошо согласовывалось со значением $\kappa_Б$, полученным им в ранее описанном опыте. Все это доказывало справедливость молекулярно-кинетических представлений.
- Законами броуновского движения определяется диффузия в газах, случайные движения ионов в растворах электролитов и электронов в электрических цепях и пр.

Теоремы о равнораспределении энергии по степеням свободы

- В состоянии термодинамического равновесия кинетическая энергия молекулы, приходящаяся на каждую поступательную и вращательную степень свободы, одинакова и равна $k_Б T/2$.

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{m\left\langle v_x^2 \right\rangle}{2} + \frac{m\left\langle v_y^2 \right\rangle}{2} + \frac{m\left\langle v_z^2 \right\rangle}{2} =$$

$$= \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2}$$

$$\frac{m\left\langle v_{0x}^2 \right\rangle}{2} = \frac{m\left\langle v_{0y}^2 \right\rangle}{2} = \frac{m\left\langle v_{0z}^2 \right\rangle}{2} = \frac{J_x\left\langle \omega_x^2 \right\rangle}{2} = \frac{J_y\left\langle \omega_y^2 \right\rangle}{2} = \frac{J_z\left\langle \omega_z^2 \right\rangle}{2} = \frac{kT}{2}$$