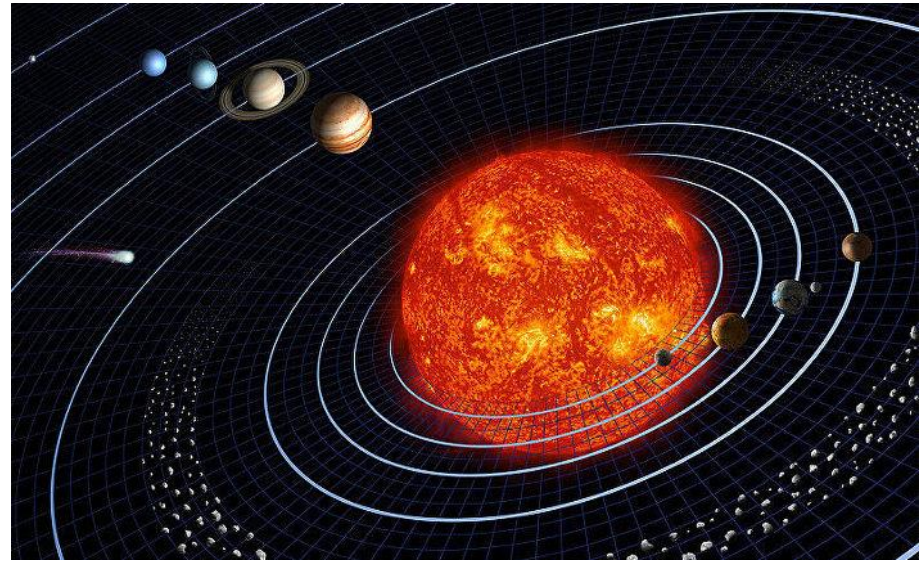
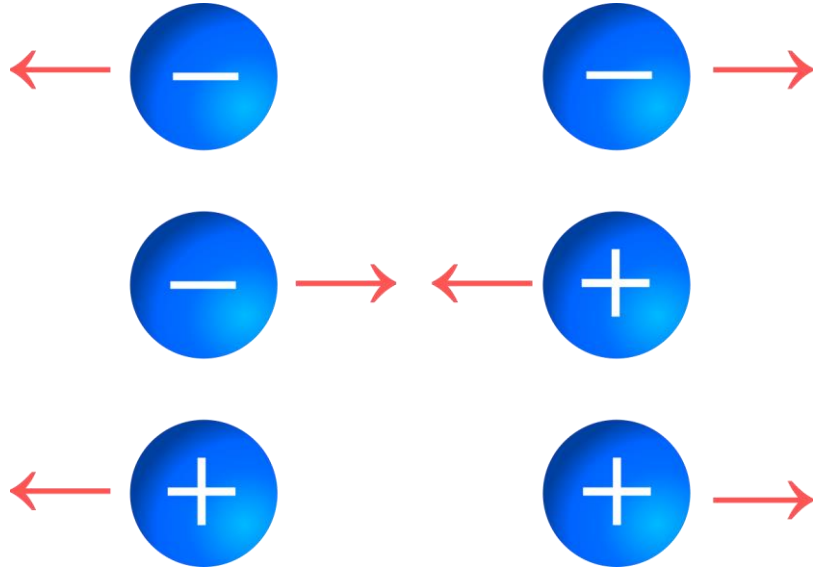


План

- Тело как система материальных точек.
- Число степеней свободы системы.
- Изолированная и замкнутая системы тел.
- Закон сохранения импульса.
- Центр масс. Теорема о движении центра масс.
- Движение тел с переменной массой.
 - Уравнение Мещерского.
 - Формула Циолковского.

Законы сохранения

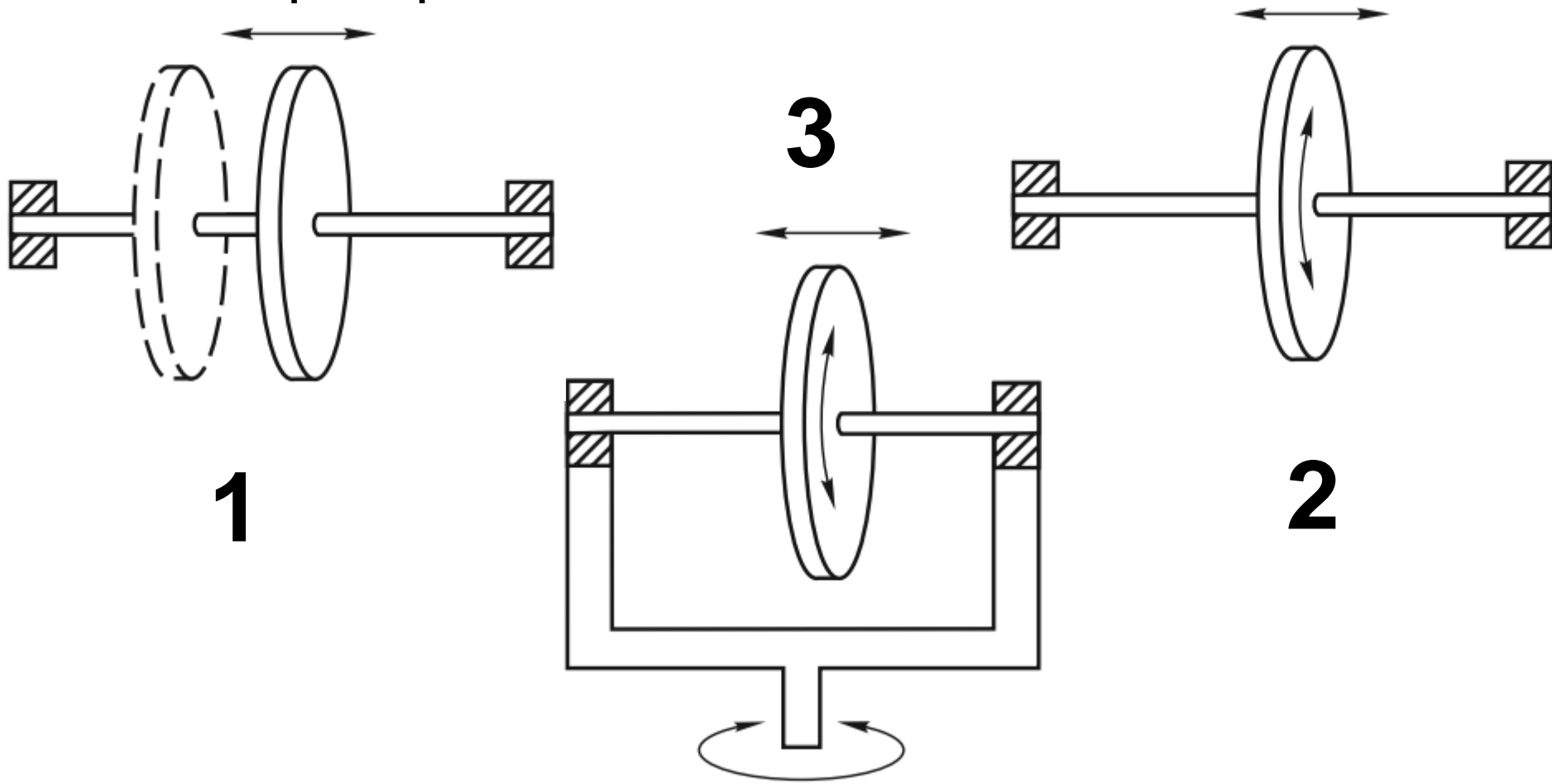
При решении многих задач механики приходится иметь дело не с одним телом, а с множеством тел.



В некоторых случаях детальное рассмотрение поведения системы бывает либо затруднительно, либо не нужным с практической точки зрения. Существуют задачи, которые не требуют знания всех деталей движения – необходимо определить лишь конечное состояние системы после многочисленных взаимодействий составляющих ее частиц.

Число степеней свободы

- **Число степеней свободы** – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

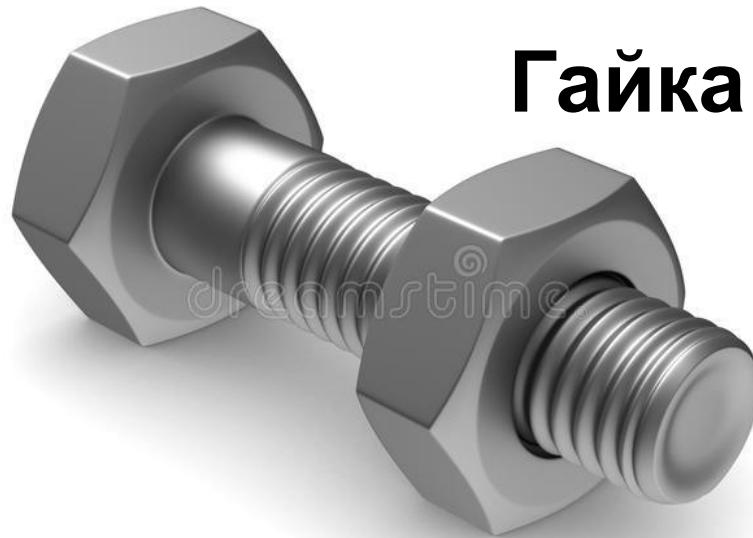


Число степеней свободы (Примеры)

- **Число степеней свободы** – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

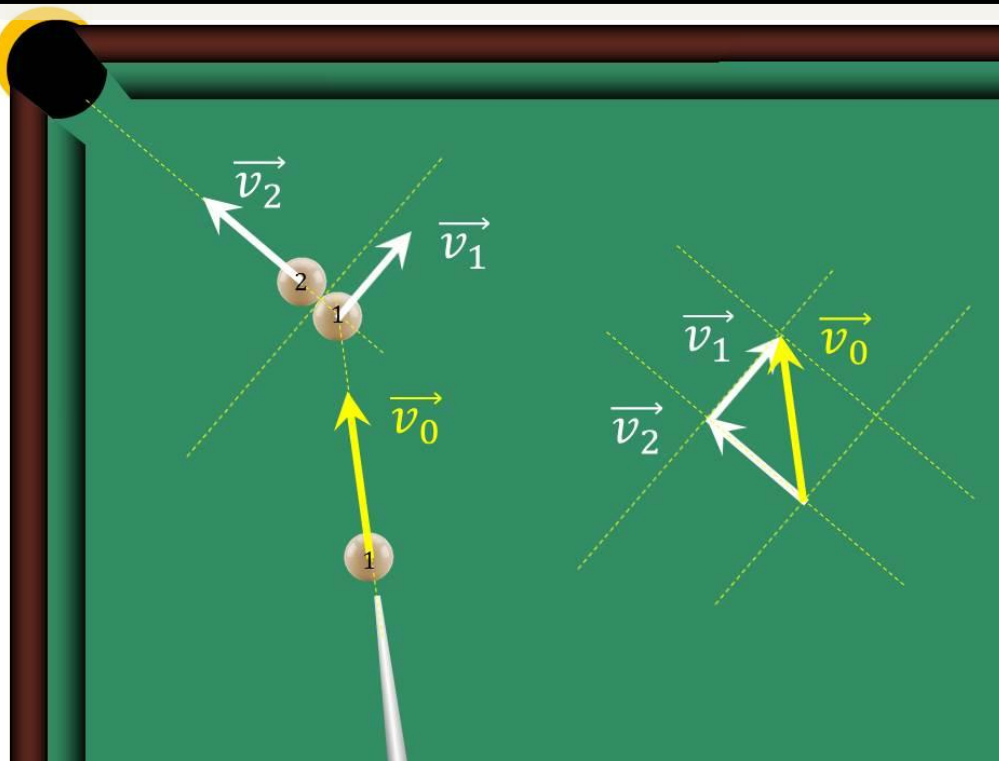
Болт

Гайка



1

Законы сохранения



Возникает вопрос: существует ли какие-нибудь общие принципы, которые позволили бы, не вдаваясь в детали поведения системы, связать ее начальное и конечное состояния?

Оказывается, что такие принципы есть – это **законы сохранения**

Закон сохранения импульса

- **Импульс** материальной точки - векторная физическая величина $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$

- **Импульс силы** $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$ $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_0 = \int_{t_0}^t \mathbf{F}(t)dt.$

- **Импульс системы материальных точек**

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots + \mathbf{p}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i$$

- **Закон изменения импульса механической системы**

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \mathbf{F}$$

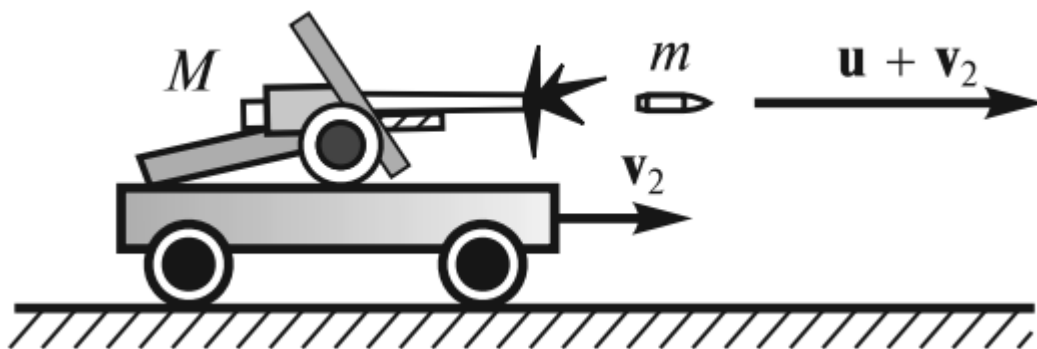
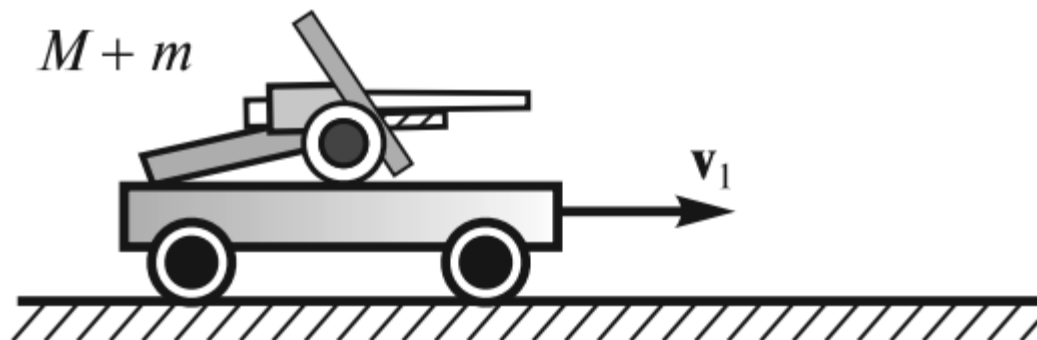
Закон сохранения импульса

- **Изолированная механическая система** – механическая система, на которую не действуют внешние силы.
- **Замкнутая механическая система** – механическая система, для которой сумма всех внешних сил равна нулю.
- **Закон сохранения импульса механической системы** – если механическая система замкнута, то ее импульс относительно инерциальной системы отсчета сохраняется.

Закон сохранения импульса

- **Замкнутая в данном направлении механическая система** – механическая система, для которой проекция суммы всех внешних сил на неподвижное относительно инерциальной системы отсчета направление равна нулю.
- **Закон сохранения проекции импульса механической системы** – если система замкнута в данном направлении, то проекция ее импульса относительно инерциальной системы отсчета на это направление сохраняется.

Закон сохранения импульса (пример)



Центр масс

- Центр масс механической системы

$$\mathbf{r}_{\text{ЦМ}} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{m}$$

$$\mathbf{v}_{\text{ЦМ}} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{m}$$

- Скорость центра масс

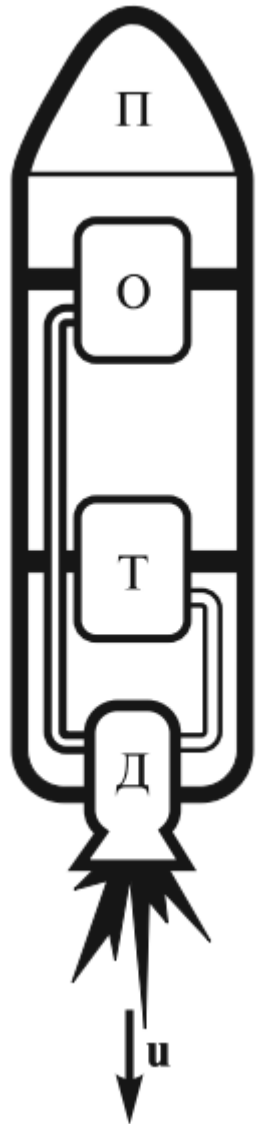
$$\mathbf{a}_{\text{ЦМ}} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{a}_i}{m}$$

- Ускорение центра масс

Теорема о движении центра масс

- **Теорема о движении центра масс механической системы (уравнение движения центра масс)** – произведение массы системы на ускорение ее центра масс относительно инерциальной системы отсчета равно сумме всех внешних сил, действующих на механическую систему со стороны тел, не входящих в систему.
- **Теорема о движении центра масс:** центр масс системы тел движется так, как двигалась бы материальная точка с массой равной суммарной массе всех тел системы под действием равнодействующей внешних сил, действующих на эту систему.

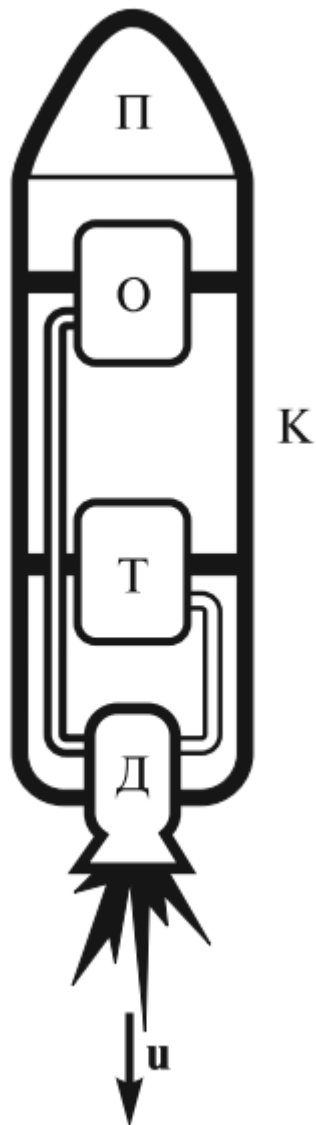
Движение тел с переменной массой



Масса тела при его движении может меняться. Примером такого тела является ракета.

- К Ракета состоит из:
- П – полезной нагрузка;
 - О – баков с окислителем;
 - Т – баков с топливом;
 - Д – двигателя;
 - К – корпуса.

Движение тел с переменной массой



Топливо (Т): керосин, этиловый спирт, жидкий водород, гидразин, гептил и др. вещества.

Окислитель (О): -жидкий кислород, азотная кислота, перекись водорода (гидроксид), жидкий фтор и его соединения и др.

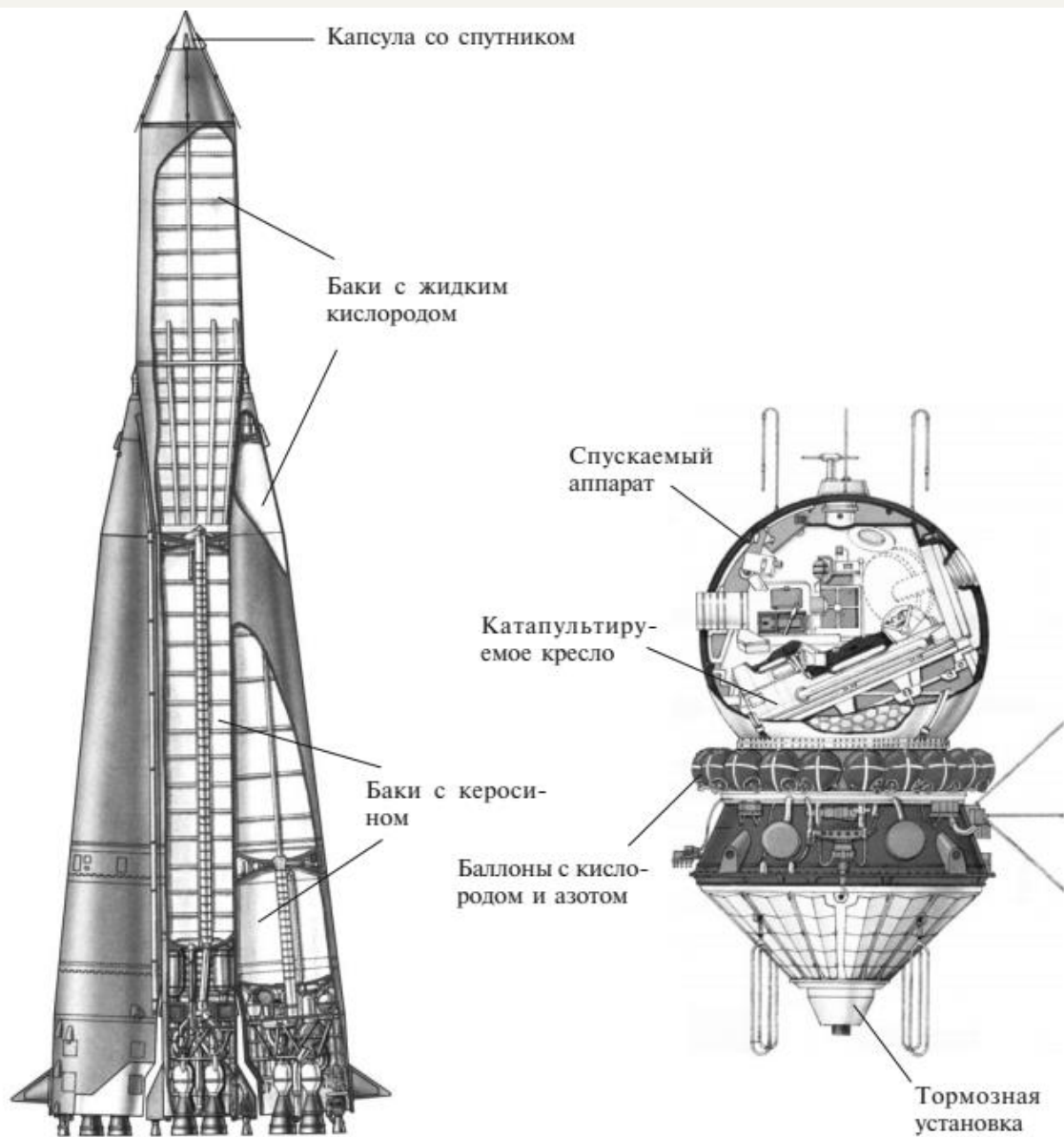
Керосин: $u \sim 2.6$ км/с

Сгорание водорода в кислороде:

$u \sim 4.2$ км/с

Жидкий фтор в комбинации с водородом и литием: $u \sim 5$ км/с

Ракета



Уравнение Мещерского

Рассмотрим движение тела с переменной массой на примере ракеты. Будем рассматривать движение относительно лабораторной системы отсчета.

Пусть m и \mathbf{v} масса и скорость ракеты в произвольный момент времени, dm – масса газов вылетевших из ракеты за время dt , \mathbf{v}_1 - их скорость. Тогда закон изменения импульса запишется в виде

$$(m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm\vec{v}_1 - m\vec{v} = \vec{F}dt$$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \mu \cdot \vec{u}$$

Формула Циолковского

Рассмотрим частный случай прямолинейного движения ракеты, когда внешними силами можно пренебречь ($\mathbf{F}=0$)

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \mu \cdot \vec{u}$$

$$\frac{dM}{M} = - \frac{dv}{u}$$

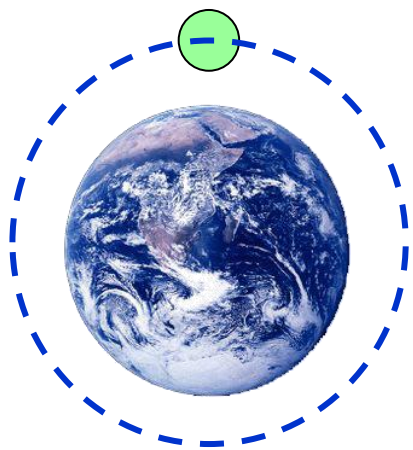
$$v_{\text{к}} = v_0 - u \ln \frac{M_{\text{к}}}{M_0}$$

Движение тел с I, II, III космической скоростью

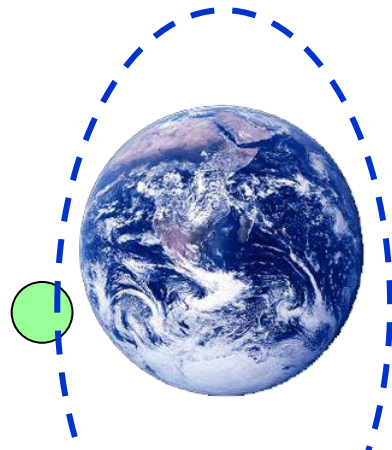
Первая космическая скорость - минимальная скорость которую надо сообщить телу у поверхности Земли, чтобы тело могло двигаться вокруг Земли, по круговой орбите.

Вторая космическая скорость – минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Земли.

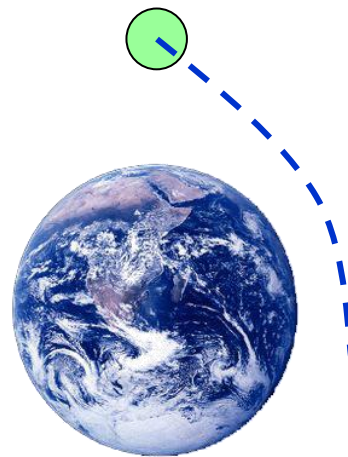
Третья космическая скорость - минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Солнца.



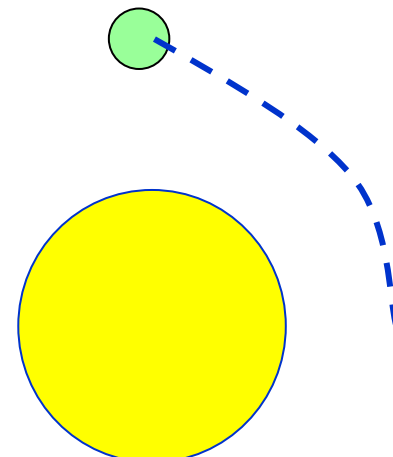
$$V = V_I = 7,9 \text{ км/с}$$



$$V_I < V < V_{II}$$



$$V = V_{II} = 11,2 \text{ км/с}$$



$$V = V_{III} = 16,7 \text{ км/с}$$