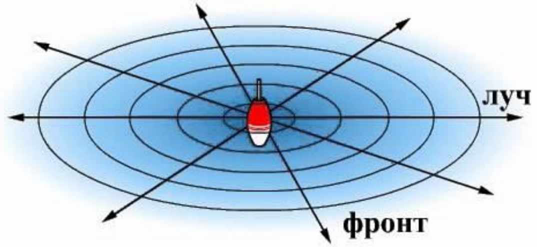
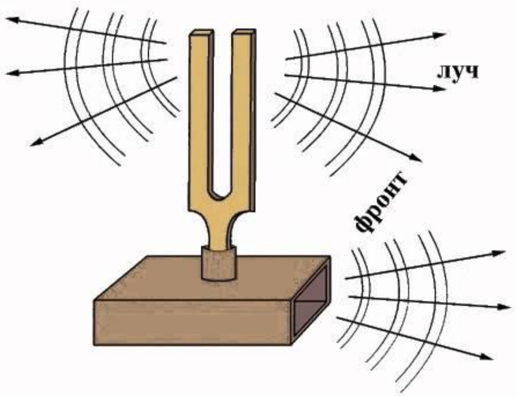
Механические волны

- Распространение импульса в среде.
- Волна. Бегущие волны. Продольные и поперечные волны.
- Уравнение бегущей волны.
- Скорость волны и скорости «частиц».
- Плоская гармоническая бегущая волна.
- Волны смещений, скоростей, деформаций, напряжений.

Механические волны

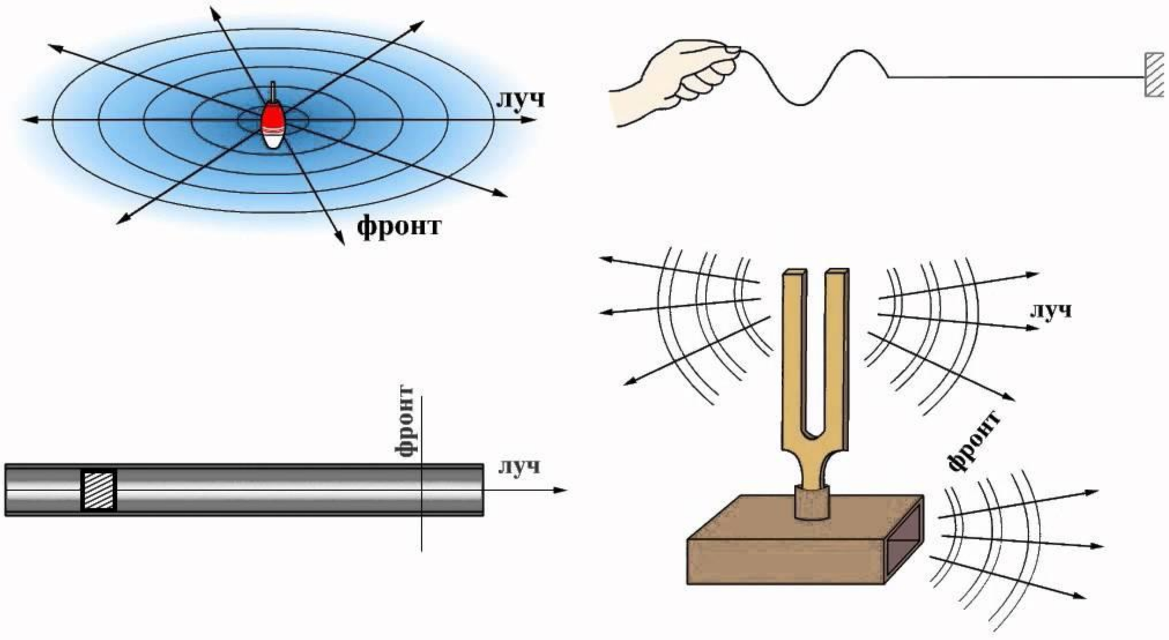
- **Волна** – процесс распространения возмущения в пространстве.
- **Возмущение** – пространственно локальное, неравновесное для всей среды изменение ее состояния – изменение физической величины (скалярной – u(t,$\boldsymbol{r}$) или векторной – $\boldsymbol{u}$(t,$\boldsymbol{r}$)), описывающей это состояние.



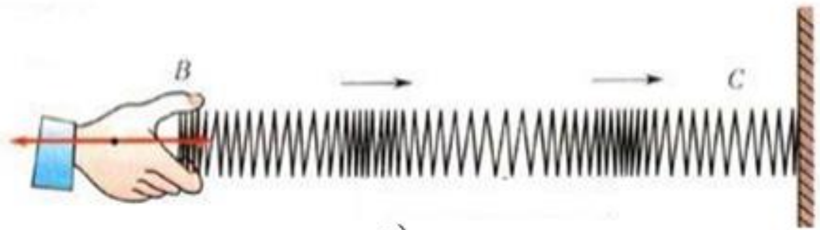


Механические волны

- **Механические волны** – это волновой процесс в упругой среде.

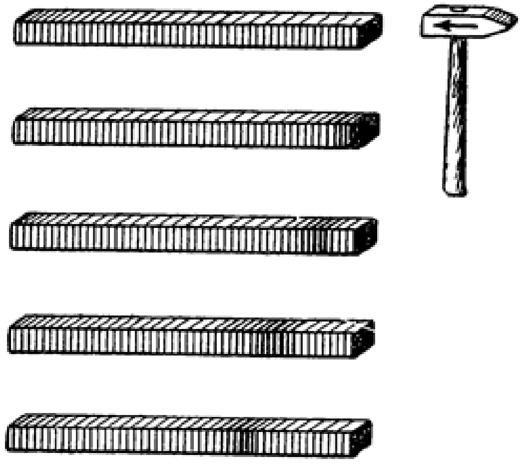


Распространение импульса в среде



а)

б



Волны в упругих телах

- **Скорость волны –** скорость распространения возмущения в пространстве.

Источником волн являются колеблющиеся тела, которые создают в окружающем пространстве деформацию среды.

Упругая (акустическая) волна – волна упругих деформаций (напряжений, давлений, смещений частиц, а также их скоростей и ускорений) в среде. Скорость упругой волны, как правило, значительно больше скорости движения частиц в среде.

Волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Решением этого уравнения являются произвольные функции вида

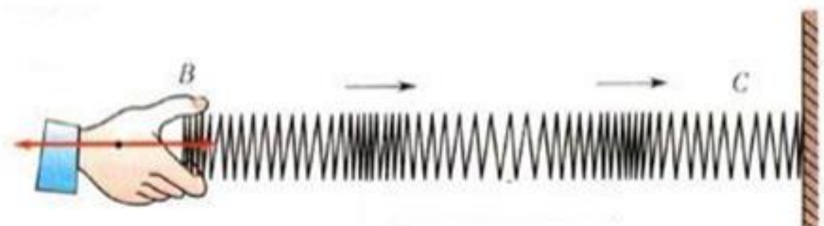
$$u_1(t - \frac{x}{v}), u_2(t + \frac{x}{v})$$

или суперпозиция этих функций.

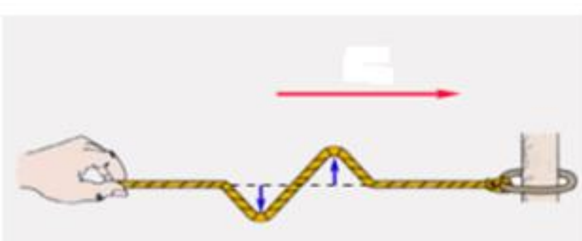
В общем случае волновое уравнение описывает распространение волн в трехмерном пространстве имеет более сложный вид. u может быть любая величина: смещение, скорость, плотность, давление, и другие величины.

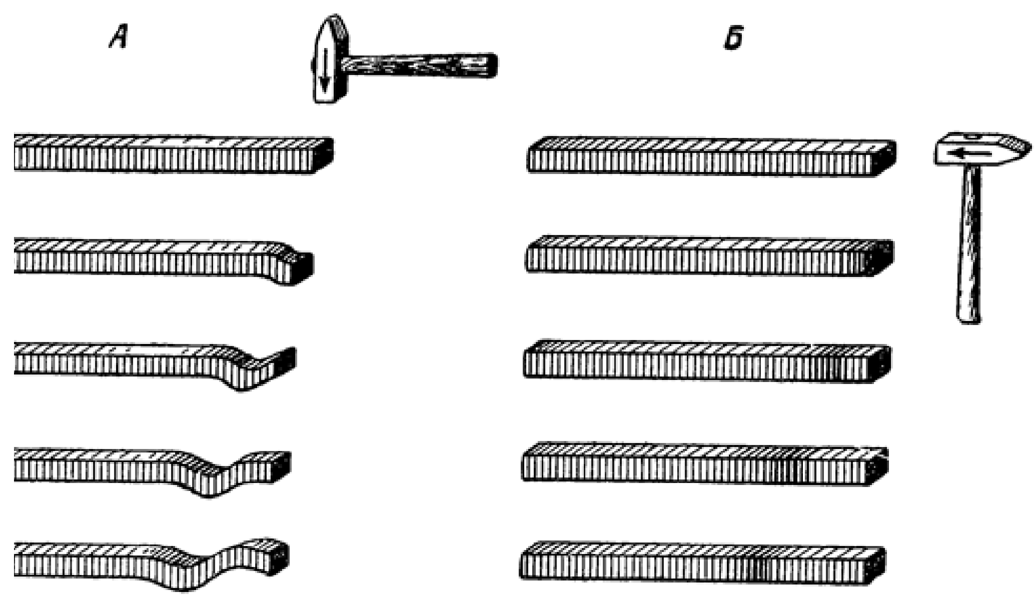
Продольные и поперечные волны

- **Продольные волны** – волны, в которых векторное волновое поле ***u***(*t*,***r***) направлено вдоль направлению распространения волны.
- **Поперечные волны** – волны, в которых векторное волновое поле ***u***(*t*,***r***) направлено перпендикулярно направлению распространения волны.
- **Демонстрации**



а)


б)



Бегущая плоская гармоническая волна

$$u(x,t) = A\sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Плоская волна — волна, фронт которой имеет форму плоскости.

В случае распространения в произвольном направлении можно записать

$$u(\vec{r},t) = A\sin(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0)$$

Волновой фронт – поверхность постоянной фазы. Для плоской волны – это плоскости, перпендикулярные вектору **k**, движущиеся вдоль **k** с фазовой скоростью -$\mathbf{v}_{\text{ф}}$.

Волны смещений, скоростей, деформаций, напряжений

- **волна смещений**

$$u = u_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

- **волна скоростей (скоростей частиц)**

$$v_ч = \frac{\partial u}{\partial t} = -u_0 \omega \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

- **волна деформаций**

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = u_0 k \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

- **волна напряжений**

$$\sigma = E\varepsilon = E u_0 k \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Механические волны

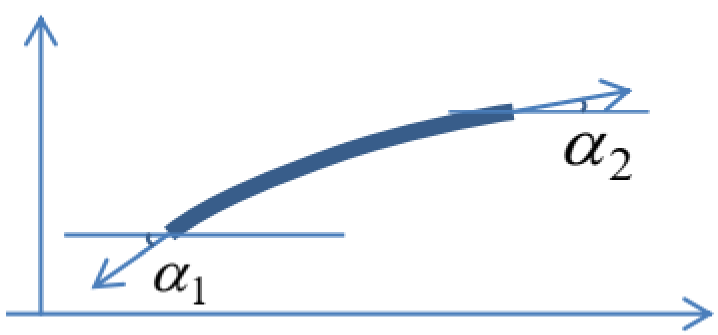
- Волны на струне, в стержне, газе и жидкости.
- Связь скорости волны со свойствами среды.
- Поток энергии в бегущей волне.
- Вектор Умова.

Волны на струне

В качестве примера рассмотрим волны в струне, натянутой между двумя неподвижными зажимами.

- Колебания струны полностью описывается одной функцией: u(x, t), характеризующей вертикальные отклонения струны.
- Предположим, что струна является идеальной - упругой и достаточно тонкой, а амплитуда колебаний каждой точки струны мала.
- Будем считать также, что натяжение струны *T* во всех точках одинаково.

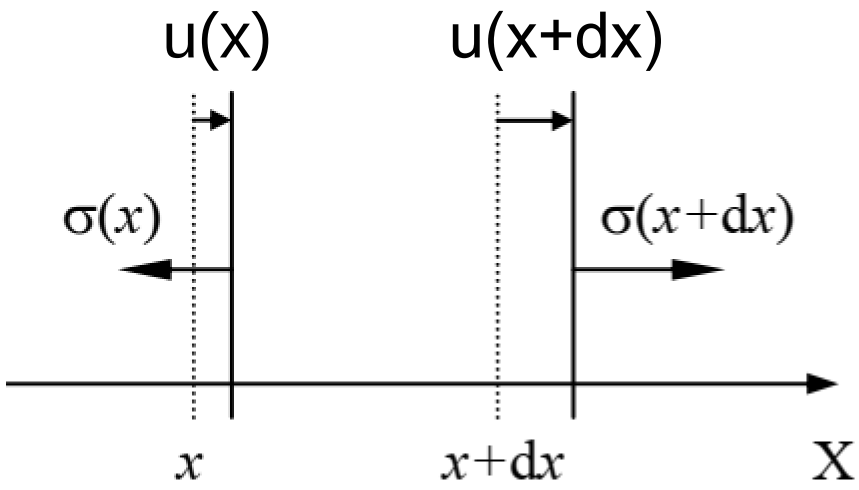
$$\frac{d^2u}{dt^2} = v^2 \cdot \frac{d^2u}{dx^2} \qquad v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$



ρ-линейная плотность струны в отсутствие волны

Продольные волны в стержне

Рассмотрим распространение продольных деформаций в упругом стержне. Рассмотрим физически бесконечно малый слой dx твердого тела с координатой x вдоль направления распространения волны.



$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Скорость волны для **поперечной** упругой волны в твердом теле:

$$c_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \, ,$$

Волны в жидкости и газе

В жидкости и газе, так же, как и в упругом теле, могут распространяться волны. Их распространение описывается волновым уравнением, его вывод подобен тому, как это было сделано для волн в упругом стержне.

Скорость упругой волны в идеальных жидкости и газе:

$$c = \sqrt{\left.\frac{\partial P}{\partial \rho}\right|_{\rho_0}}$$

где P – давление и ρ – плотность жидкости или газа, ρ_0 – плотность в отсутствие волны.

Поток энергии в бегущей волне

Пусть в упругой среде распространяется незатухающая плоская гармоническая волна. Найдем **плотность полной энергии колебаний** w, переносимой этой волной. Мгновенное значение плотности энергии складывается из потенциальной и кинетической энергии единичного объема. То есть

$$w = w_{кин} + w_{пот} = \frac{1}{2}\rho_0\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2$$

Среднее значение плотности энергии

$$< w >= \left\langle \frac{1}{2} w_0 \left(1 - \cos 2(\omega t - kx)\right) \right\rangle = \frac{1}{2} w_0$$

Вектор Умова

Профессором МГУ Умовым в 1874 г. было введено понятие вектора плотности потока энергии

$$\vec{S} = w\vec{v}$$

Поток энергии через произвольную площадку ds, нормаль к которой составляет угол с направлением распространения волны, может быть выражен как

$$d\Phi = \vec{S} \cdot d\vec{s} = wvds\cos\alpha$$

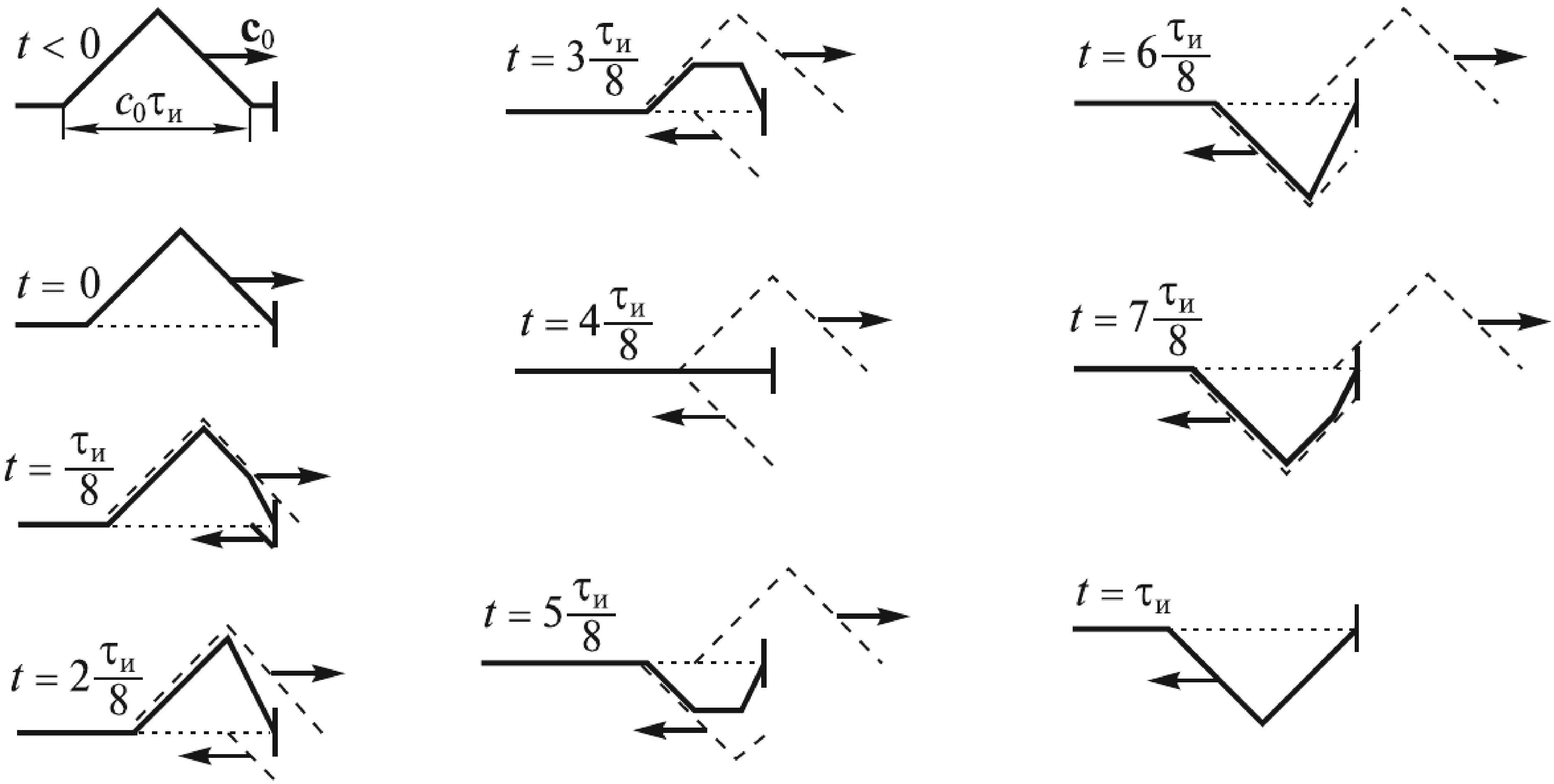
Плотность потока энергии зависит от выбранного момента времени, поэтому удобно пользоваться усредненным значением за период

$$I = <w> v = \frac{1}{2} v \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot u^2$$ **интенсивности волны**

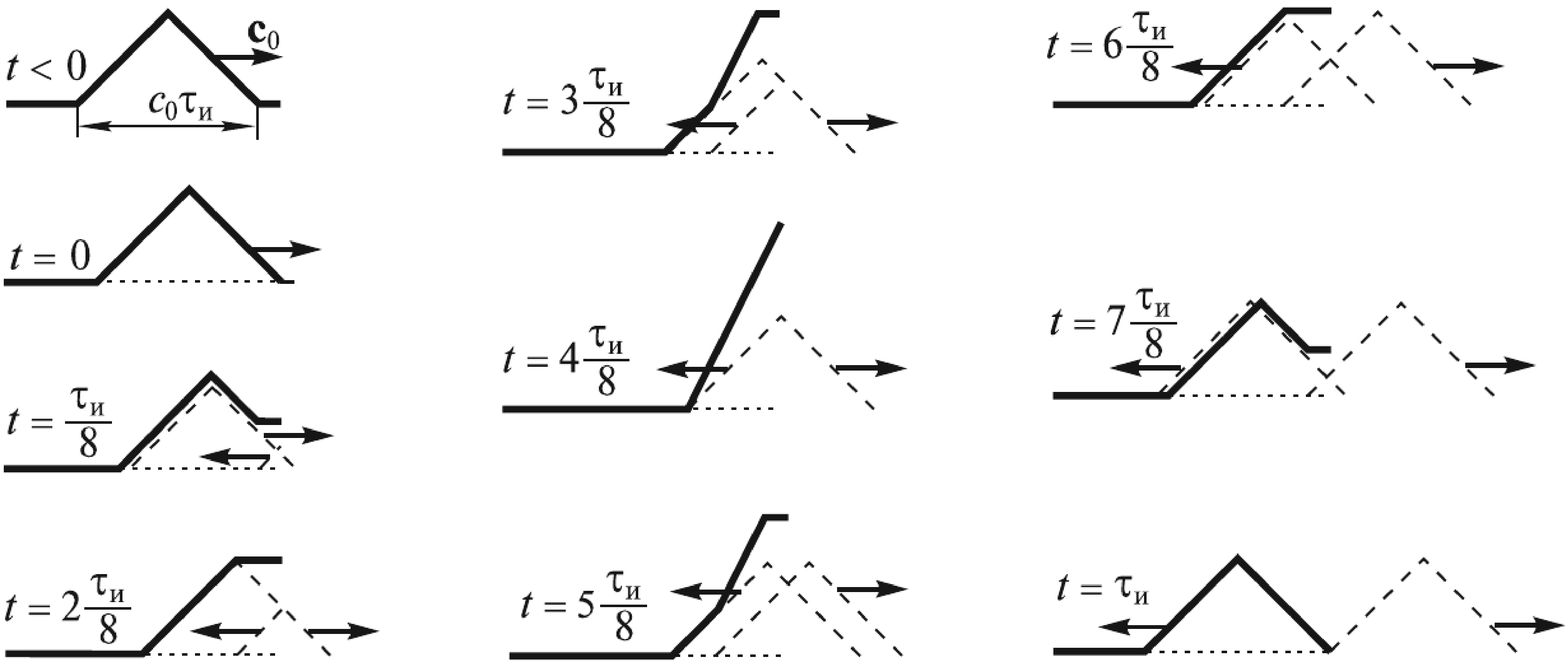
Механические волны

- Отражение и прохождение волны на границе раздела двух сред.
- Основные случаи граничных условий.
- Стоячие волны. Распределение амплитуд смещений, скоростей и ускорений «частиц» в стоячей волне. Узлы и пучности.
- Нормальные колебания стержня, струны, столба газа.
- Акустические резонаторы.

Отражение и прохождение волны на границе раздела двух сред (конец шнура закреплен)

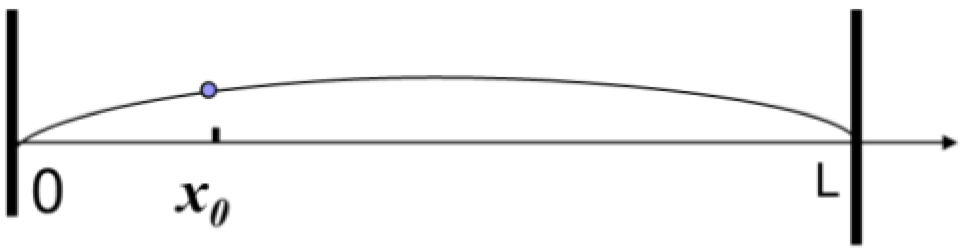


Отражение и прохождение волны на границе раздела двух сред (конец шнура свободен)



Стоячие волны, моды колебаний

Рассмотрим особенности распространения волн в струне, закрепленной на левом и правом концах. Предположим, что одна из точек струны (с координатой $x=x_0$) под действием внешней силы совершает колебания по гармоническому закону. То есть, будут выполнены следующие условия



$$u(x_0,t) = u_{00}\cos\omega t$$

$$u(0,t) = 0,$$

$$u(L,t) = 0,$$

Возмущение от колеблющейся точки закрепления будет распространяться по струне в обе стороны со скоростью *v*.

$$u^+(x,t) = u_0\cos(\omega t - \frac{\omega}{v}x + \theta\ )$$

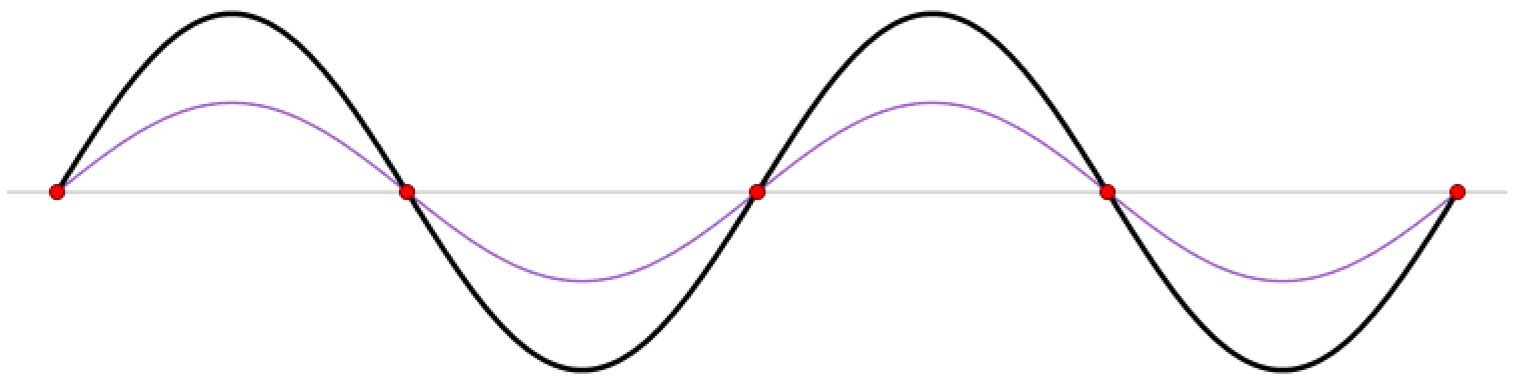
$$u^-(x,t) = -u_0\cos(\omega t + \frac{\omega}{v}x + \theta)$$

При отражении фаза изменяется на π.

Распределение амплитуд смещений, скоростей и ускорений «частиц» в стоячей волне Узлы и пучности

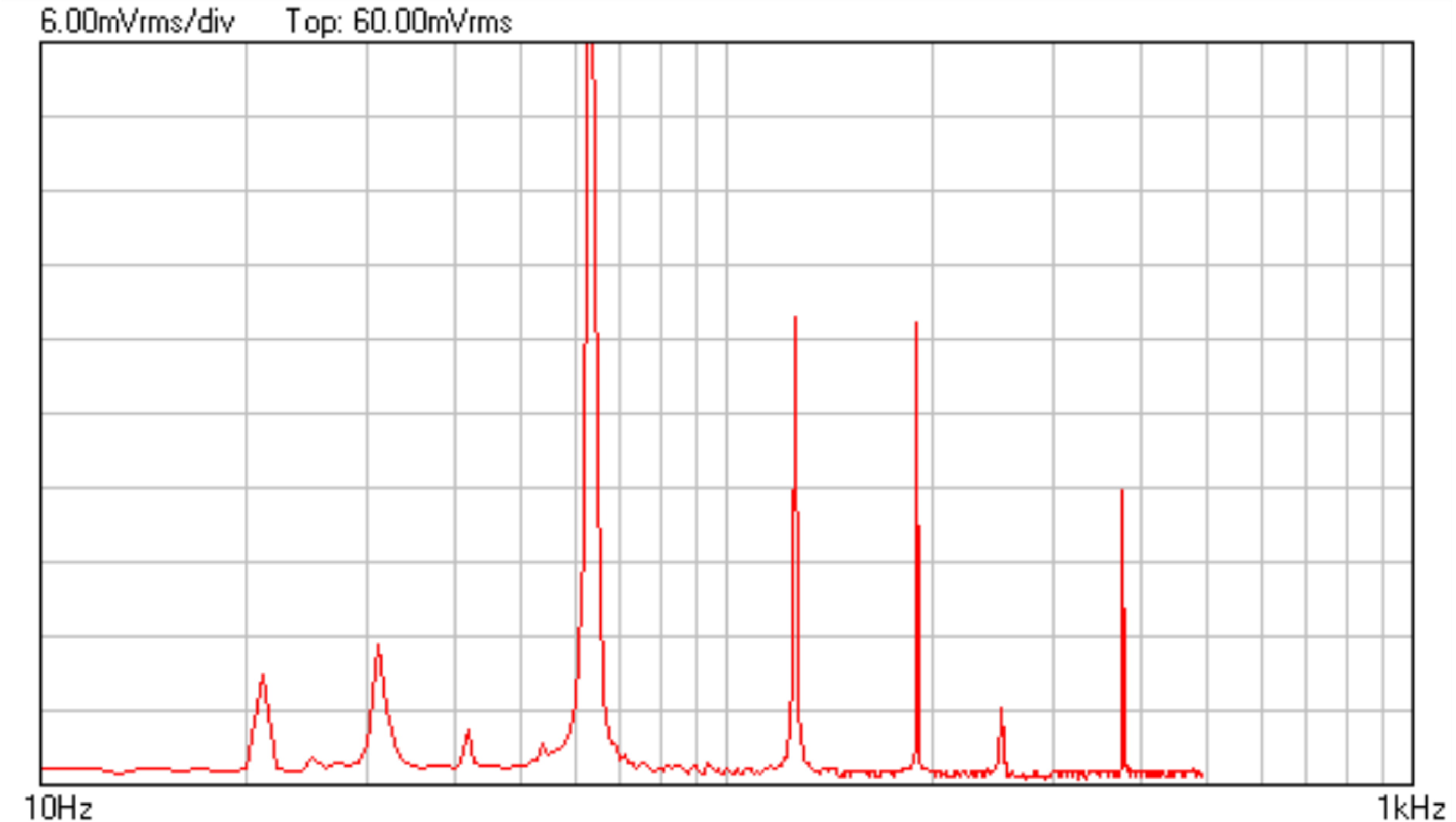
Точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю, называются **узлами**.

Точки, в которых амплитуда достигает максимальных значений, называются **пучностями**.



- Собственные колебания струны называются нормальными колебаниями или модами если все точки струны совершают гармонические колебания.
- **Граничные условия**.

Стоячие волны, моды колебаний



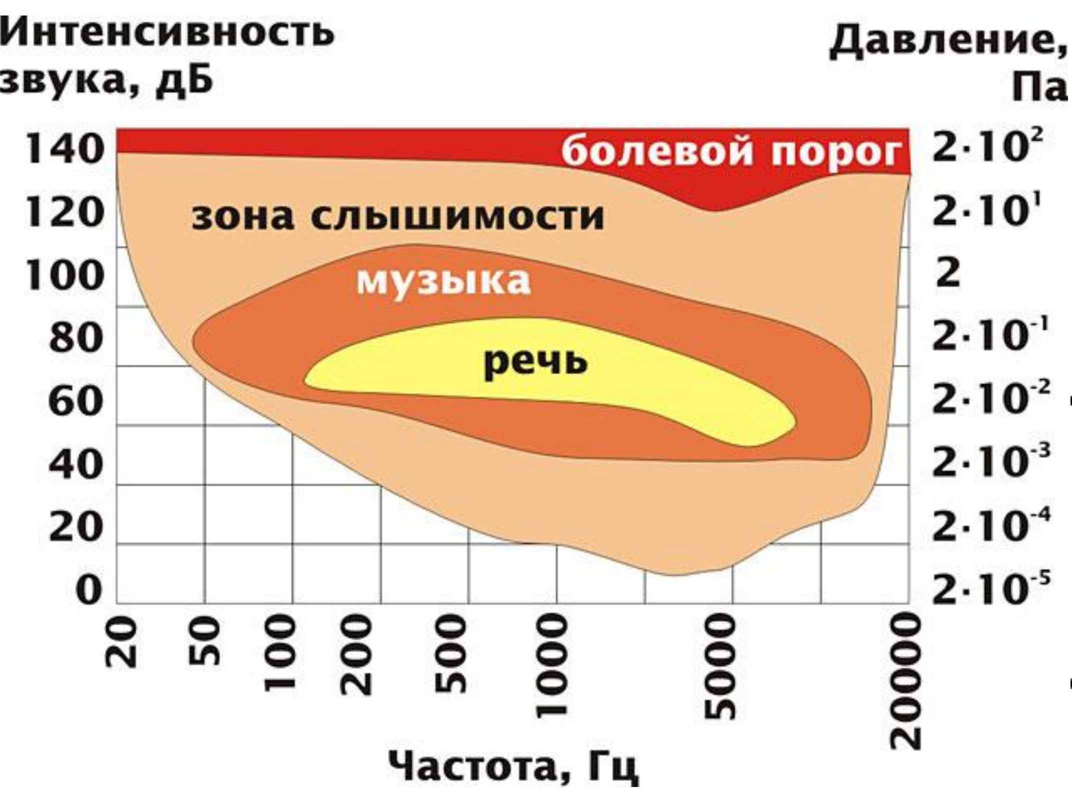
Элементы акустики

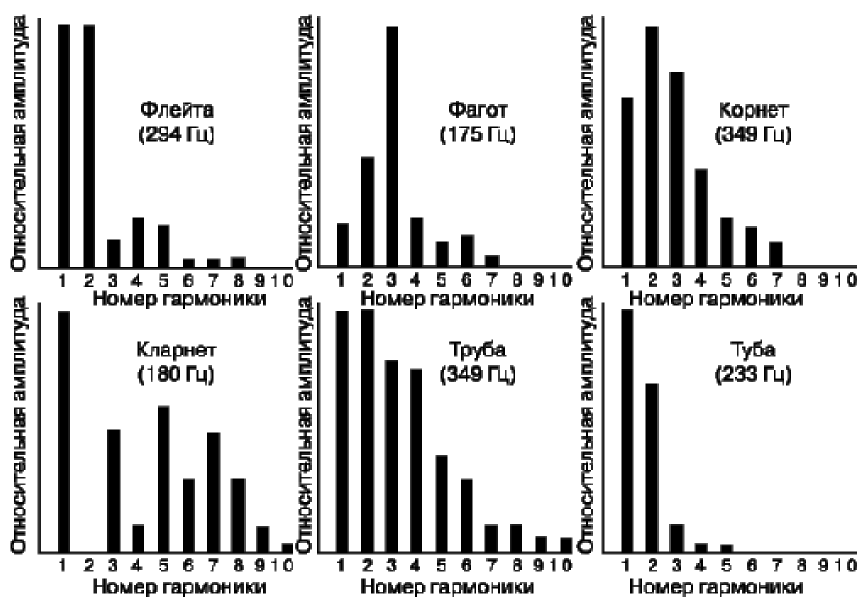
- Звук и его характеристики. Громкость звука. Тембр звука.
- Эффект Доплера.
- Бинауральный эффект.
- Распространение акустических волн большой интенсивности. Ударные волны.
- Движение со сверхзвуковой скоростью. Конус Маха. Число Маха.

Звук и его характеристики

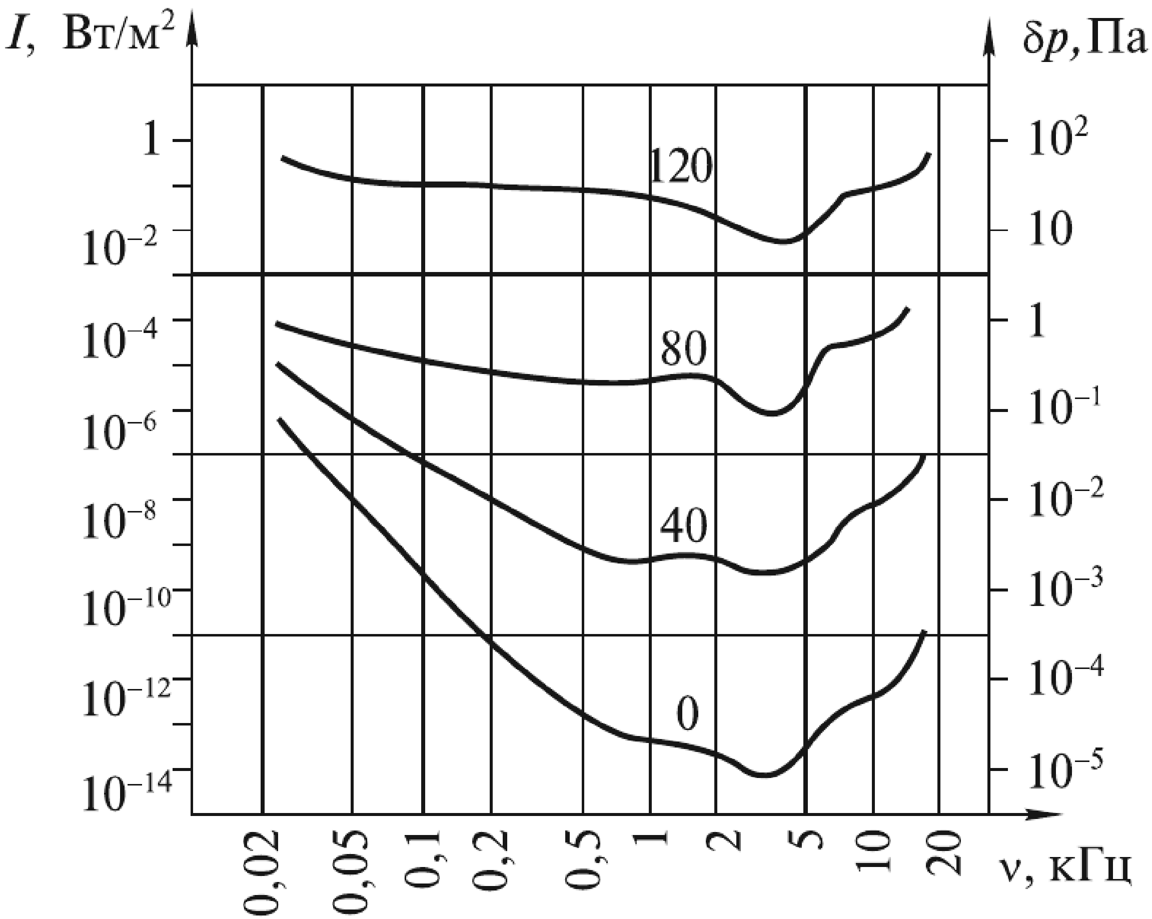
Звуковые волны – это акустические волны слышимого человеческим ухом диапазона (от 20Гц до 20кГц).

Тембр звука - определяется соотношением частот интенсивностей основного тона и гармоник.





Звук и его характеристики



Громкость звука

Закон Вебера-Фехнера

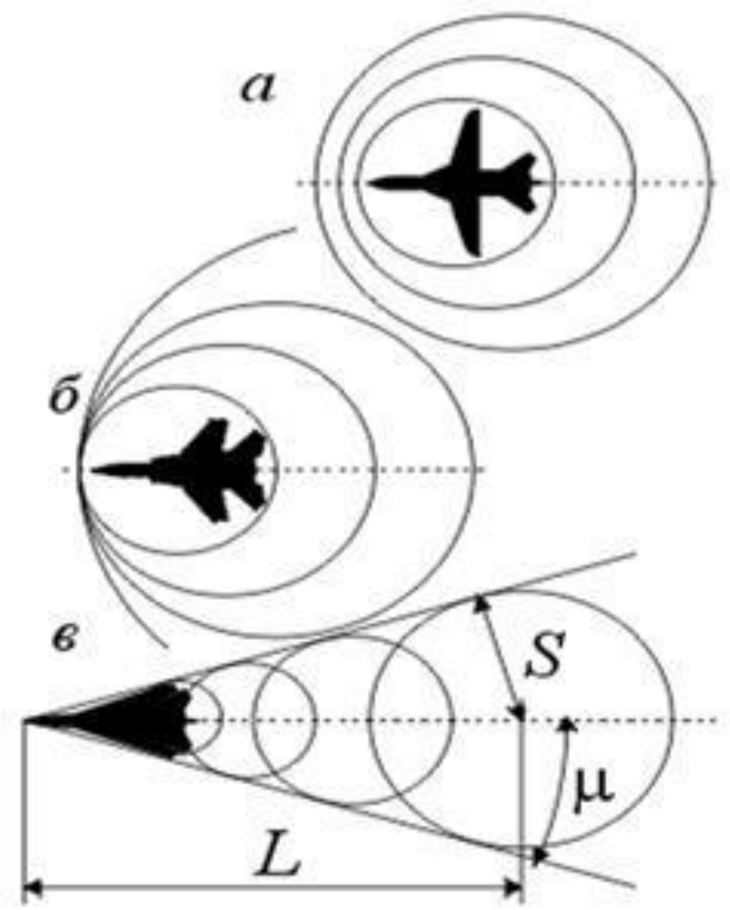
$$\beta = \lg \frac{I}{I_{\text{пор}}}$$

Уровень звукового давления

$$L_p = \lg \frac{I}{I_{\text{пор}}} = 2 \lg \frac{\delta p}{\delta p_{\text{пор}}}$$

$$L_p\,[\text{дБ}] = 20 \lg \frac{\delta p}{\delta p_{\text{пор}}} = 10 \lg \frac{I}{I_{\text{пор}}}$$

Конус Маха
Число Маха



Число Маха

$M = v / v_{зв}$

Эффект Доплера

Эффе́кт До́плера — изменение частоты и, соответственно, длины волны излучения, воспринимаемое наблюдателем (приёмником), вследствие движения источника излучения и/или движения наблюдателя (приёмника). Эффект назван в честь австрийского физика Кристиана Доплера.