

Стационарное течение жидкости (газа)

- Линии тока. Трубки тока.
- Идеальная жидкость. Течение идеальной жидкости.
- Уравнение Бернулли. Условие применимости уравнения Бернулли.
- Вязкость. Сила вязкого трения.
- Течение вязкой жидкости по трубе. Формула Пуазейля.

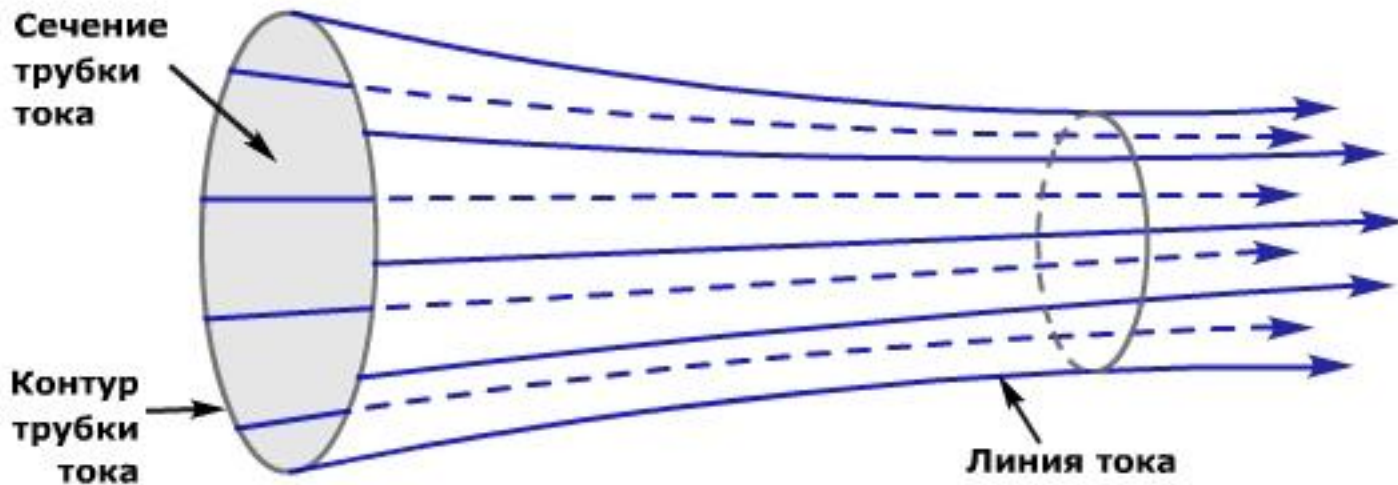
Идеальная жидкость, линии тока, трубки тока

Идеальная жидкость — жидкость, в которой при любых движениях не возникают касательные напряжения.

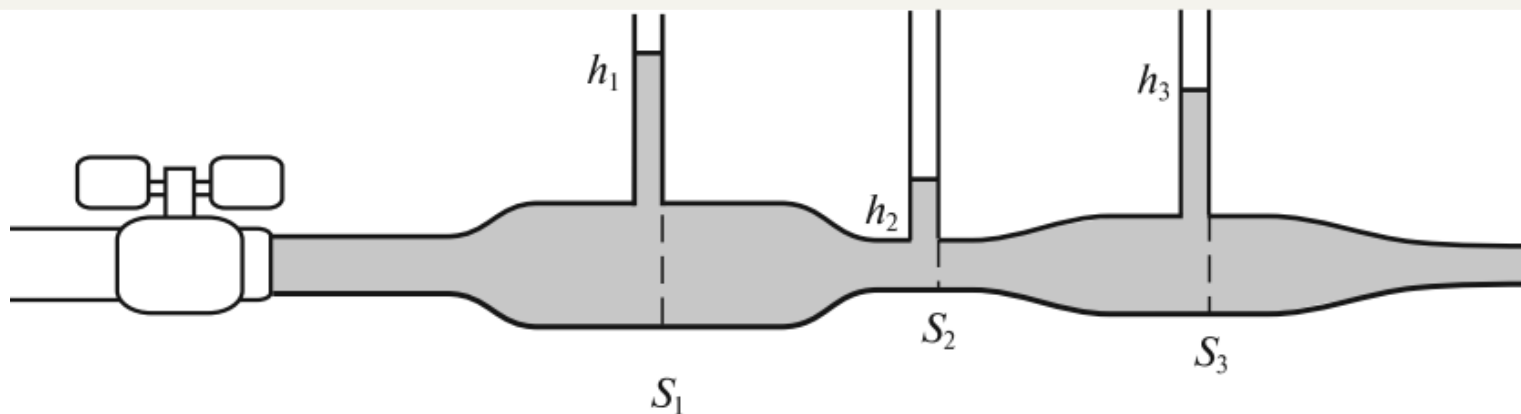
Идеальная жидкость — жидкость, лишенная вязкости.

Линии тока — линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением скорости частицы.

Трубка тока — область пространства, ограниченная замкнутой поверхностью, образованной семейством линий тока.



Условие несжимаемости



Если напор воды постоянный, то течение воды можно считать стационарным.

$$m = \rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2,$$

$$V = v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Уравнение Эйлера

Найдем связь между скоростью и давлением. Запишем второй закон Ньютона.

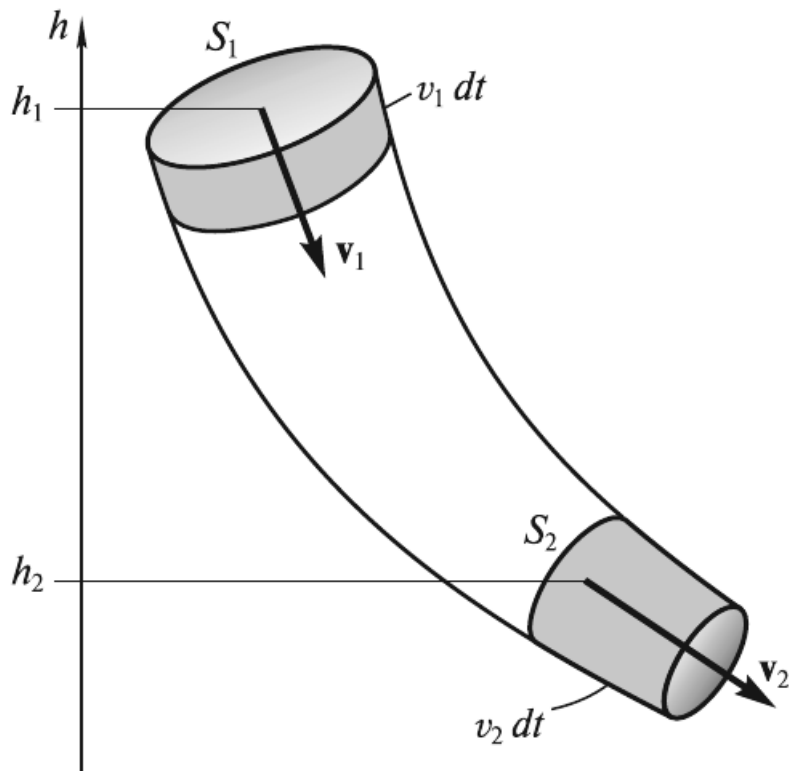
$$\rho \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + f_x$$

$$dv_x = \frac{\partial v_x}{\partial t} dt + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + f_x$$

Уравнение Бернулли

При стационарном течении жидкости по горизонтальной трубе скорость \mathbf{v} не зависит от времени.



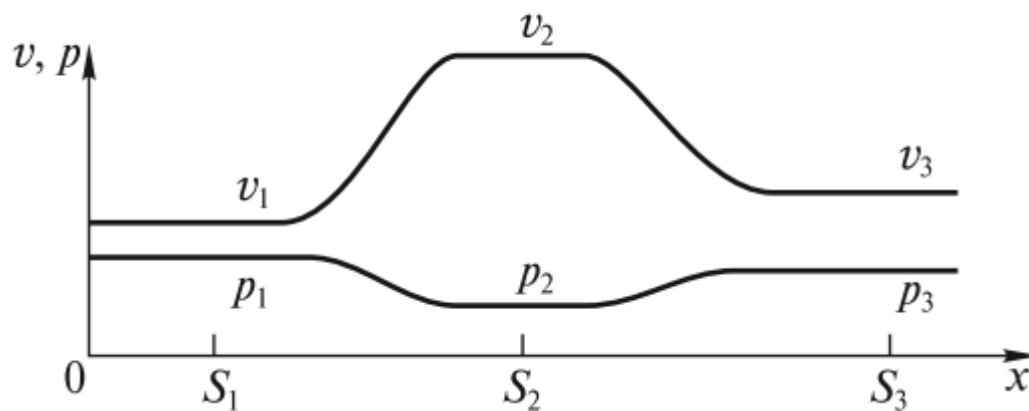
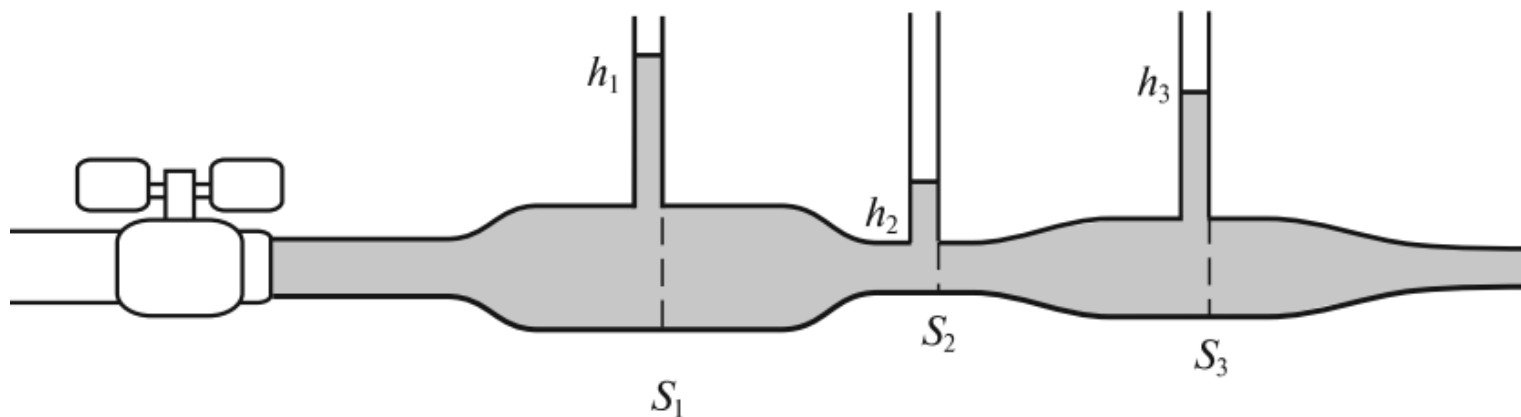
$$dT = dm \left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \rho (S_2 v_2^3 - S_1 v_1^3) dt.$$
$$dU = dm g (h_2 - h_1) = \rho g (S_2 v_2 h_2 - S_1 v_1 h_1) dt.$$
$$dA = p_1 S_1 v_1 dt - p_2 S_2 v_2 dt.$$

$$dT + dU = dA.$$

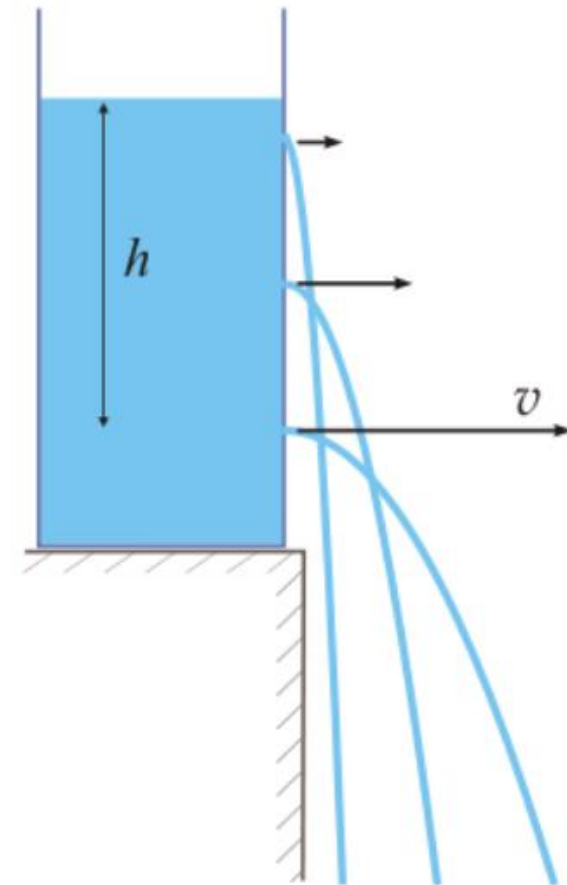
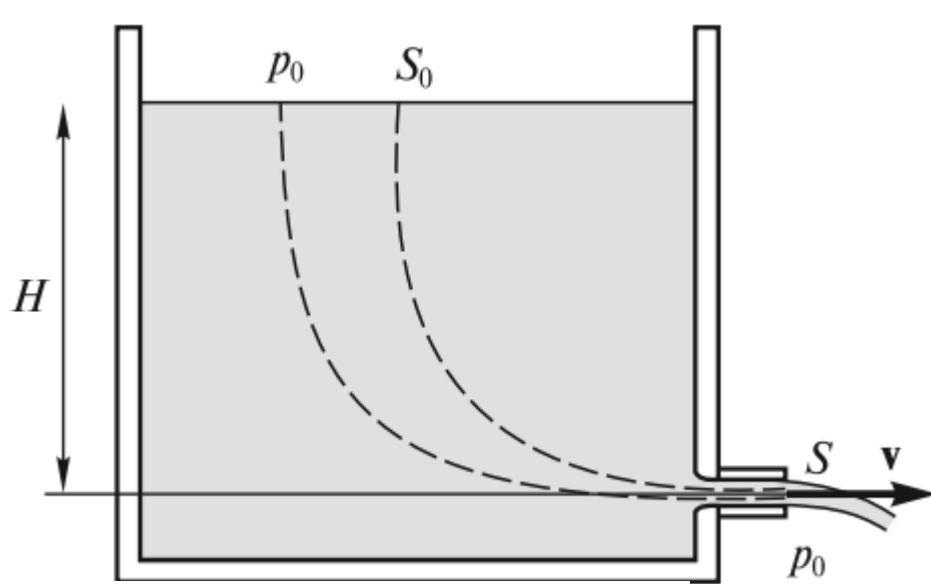
$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

Уравнение Бернулли

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2$$



Вытекание жидкости из широкого сосуда



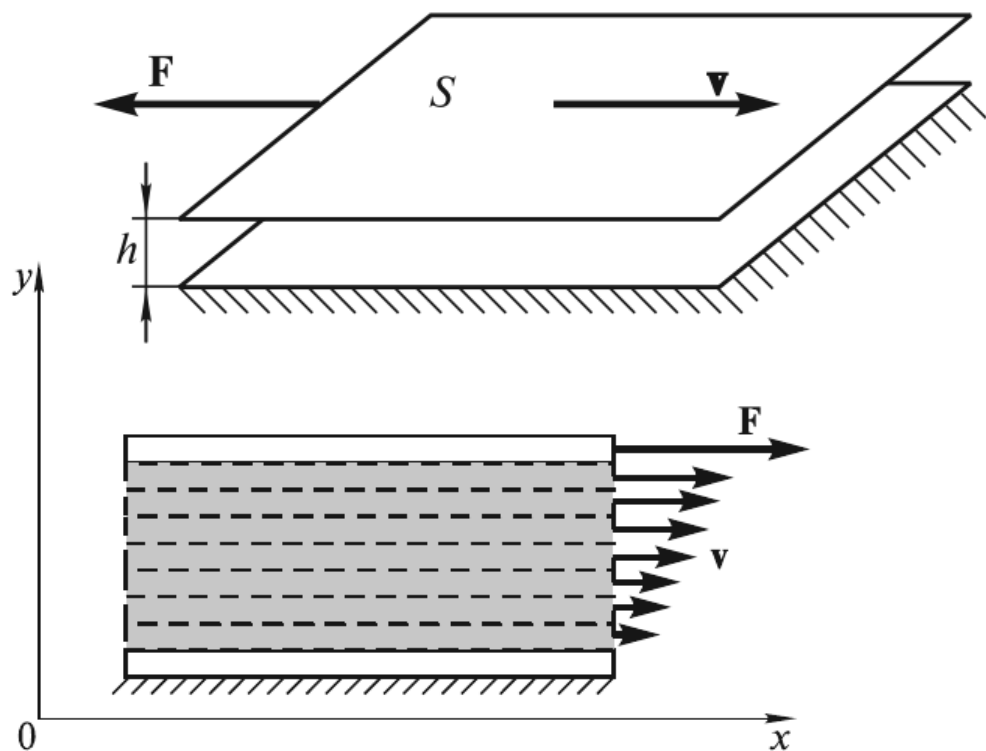
$$\text{const} = \frac{\rho v_0^2}{2} + p_0 + \rho g H$$
$$\frac{\rho v^2}{2} + p_0 = \frac{\rho v_0^2}{2} + p_0 + \rho g H$$

Поскольку $S \ll S_0$, то из условия несжимаемости следует, что $v_0 \ll v$.

Формула Торричелли $v = \sqrt{2gH}$

Сила вязкого трения

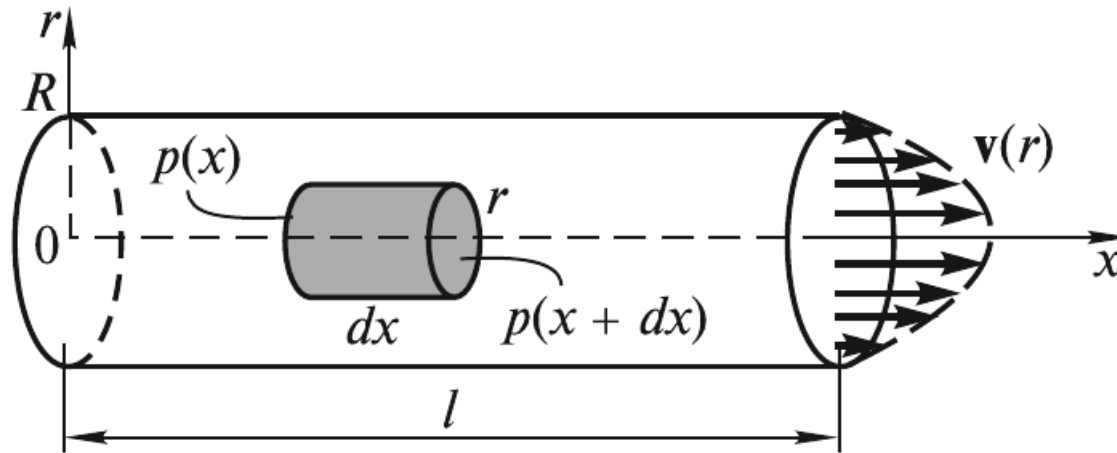
Еще Ньютон установил, что при движении со скоростью v верхней плоскости площадью S относительно нижней возникает сила вязкого трения F , направленная против движения (h очень мала):



$$F = \eta S(v/h)$$

Течение вязкой жидкости по трубе

Формула Пуазейля



$$v(r) = -\frac{1}{4\eta} \frac{dp}{dx} (R^2 - r^2)$$

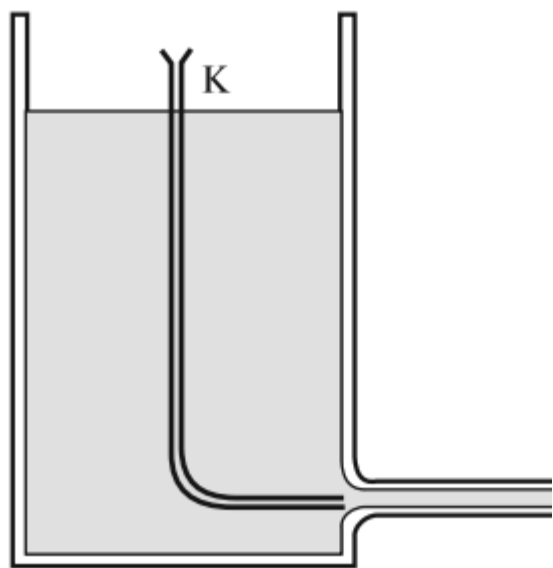
Формула Пуазейля

$$Q_V = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{l}.$$

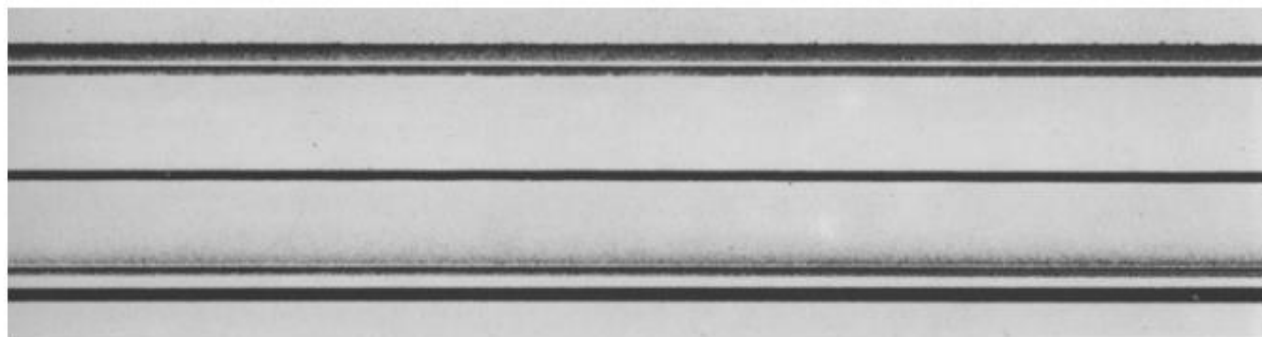
Основы гидро - и аэростатики

- Ламинарное и турбулентное течение. Число Рейнольдса.
- Лобовое сопротивление при обтекании тел.
- Тело в потоке идеальной жидкости. Парадокс Даламбера.
- Тело в потоке вязкой жидкости. Пограничный слой.
- Циркуляция. Подъемная сила. Формула Жуковского. Эффект Магнуса.

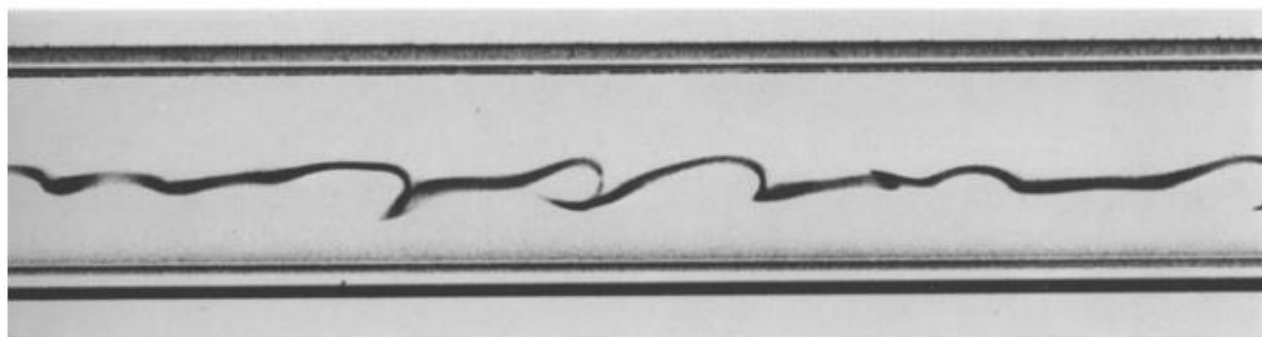
Ламинарное и турбулентное течение



a



б



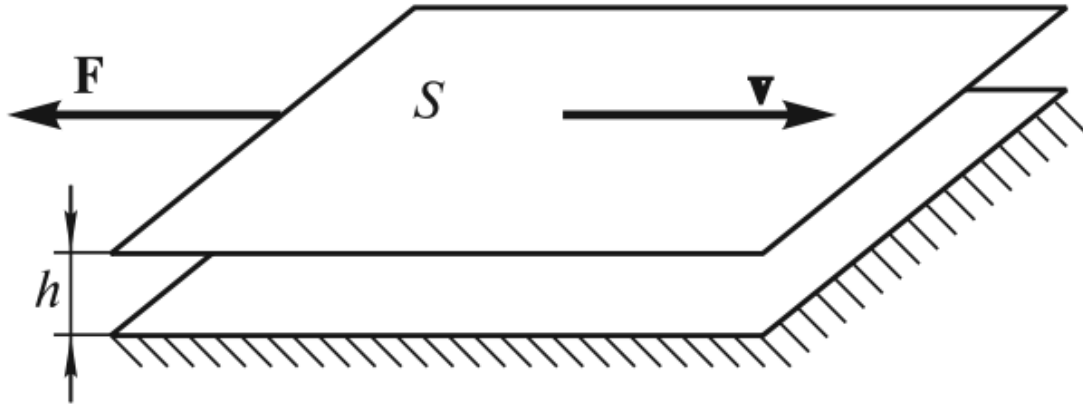
в



Ламинарное и турбулентное течение

- **Ламинарное течение** — течение, при котором жидкость или газ перемещается слоями без перемешивания и пульсаций (то есть без беспорядочных быстрых изменений скорости и давления).
- **Турбулентное течение** — течение жидкости или газа, при котором частицы жидкости совершают неупорядоченные, хаотические движения по сложным траекториям, а скорость, температура, давление и плотность среды испытывают хаотические флуктуации.

Число Рэйнольдса

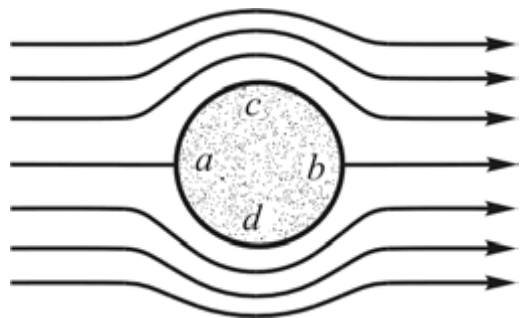


$$F = \eta S(v/h)$$

$$Re = \rho v R / \eta$$

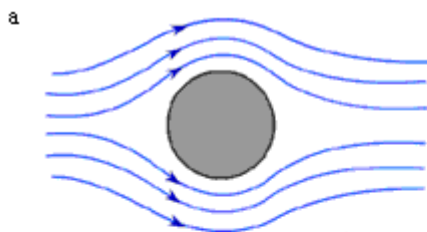
Чем меньше Re , тем большую роль в движении жидкости играют силы вязкости.

Тело в потоке идеальной жидкости

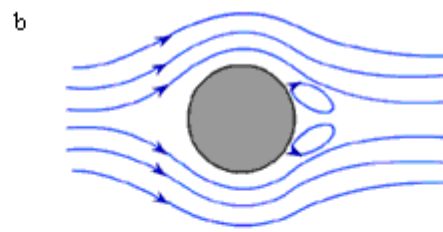


Парадокс Д'Аламбера — в идеальной жидкости при плавном обтекании твёрдого тела результирующая сила равна нулю (сила сопротивления равна нулю).

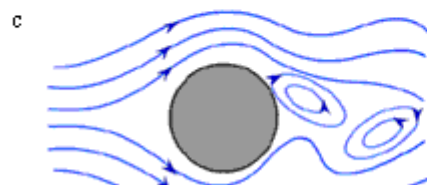
Тело в потоке вязкой жидкости



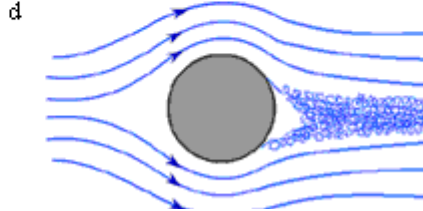
a) ламинарный режим, $Re < 1$;



b) первая стадия неустойчивости, $1 < Re < 40$;

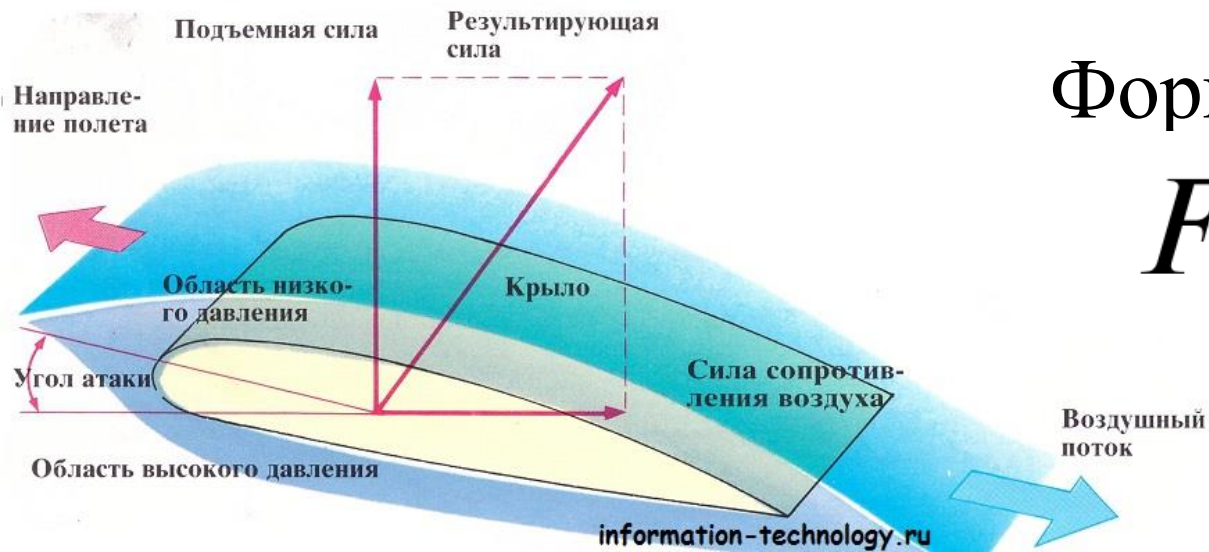


c) вторая стадия неустойчивости (вихревая дорожка Кармана), $Re > 40$;



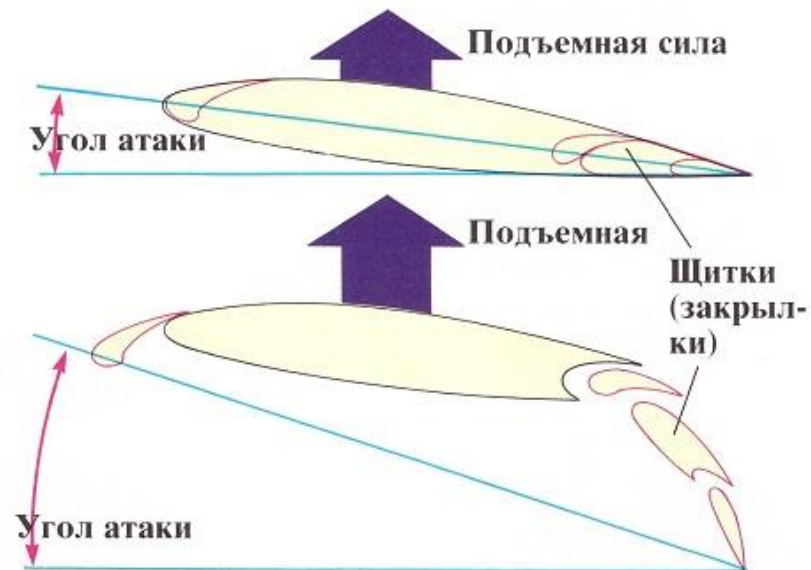
d) развитая турбулентность, $Re > 103$.

Подъемная сила



Формула Жуковского

$$F_{\perp} = \rho v L \Gamma$$



Эффект Магнуса

