

# Молекулярная физика

---

## Лекция 2



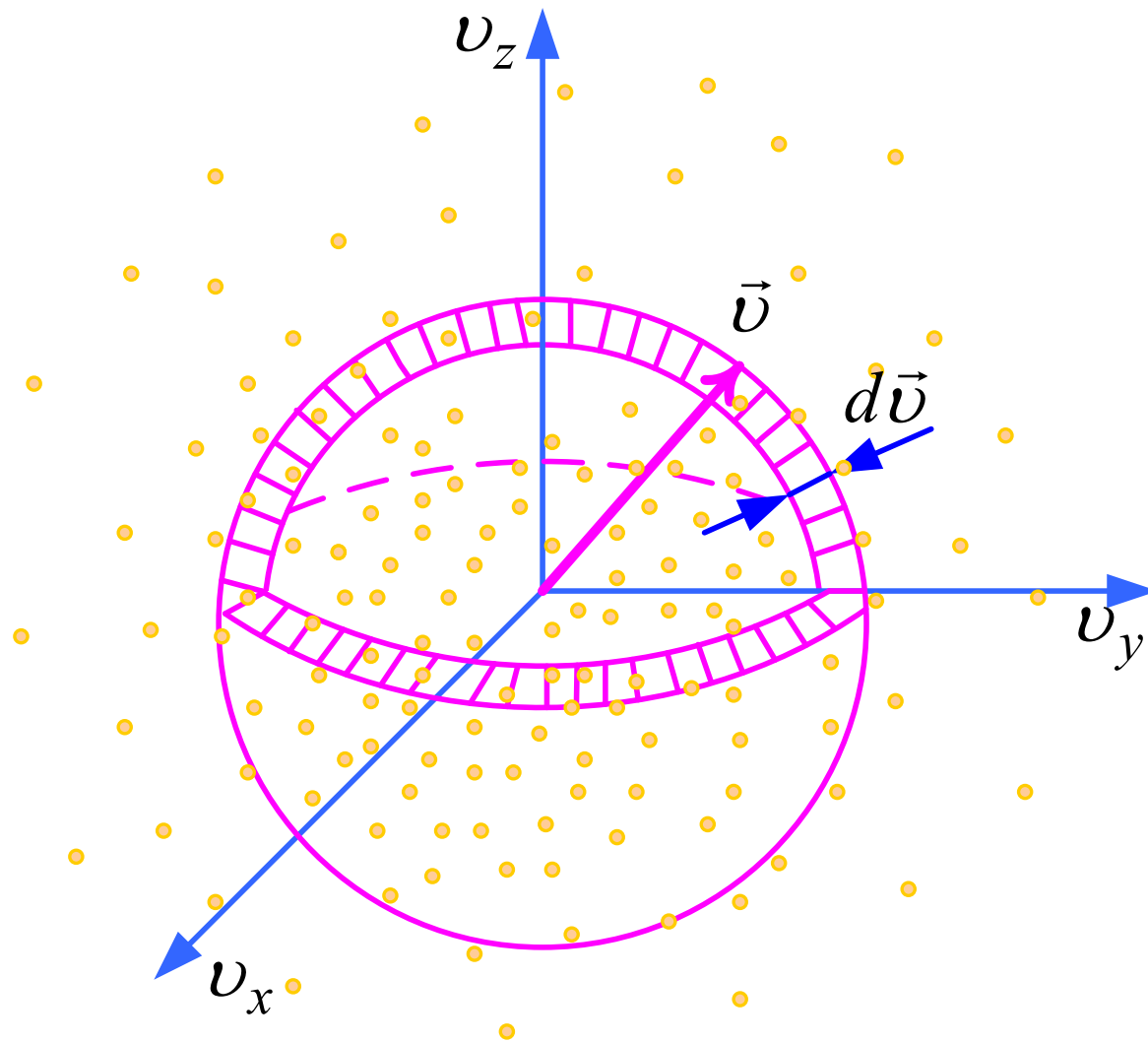
# План лекции

- Распределение молекул газа по скоростям. Распределение Максвелла. Принцип детального равновесия. Наивероятнейшая, средняя и среднеквадратичная скорости молекул.
- Идеальный газ во внешнем потенциальном поле. Распределение Больцмана. Барометрическая формула. Атмосфера планет. Газ в центрифуге.
- Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Уравнение Менделеева – Клапейрона. Физический смысл температуры. Степени свободы термодинамической системы. Теорема о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы.

# Распределение Максвелла по скоростям

- **Распределение Максвелла по скоростям** — это распределение по скоростям молекул газа, находящегося в состоянии термодинамического равновесия, названное по имени английского физика Дж. Максвелла, установившего это распределение в 1859 г.
- **Распределение Максвелла по скоростям** не зависит от конкретного вида взаимодействия между молекулами и справедливо не только для газов, но и для жидкостей, если для них возможно классическое описание. Важно только, чтобы ***взаимодействие молекул не зависело от их скоростей и описывалось потенциальной энергией, зависящей только от координат молекул.***

# Пространство скоростей



# Распределение М. по компонентам скорости

В силу независимости каждой из компонент скоростей

$$dP(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) dv_x$$

Функция плотности вероятности:

$$\varphi(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)$$

# Распределение М. по абсолютным значениям V

$$dP(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv$$

Функция плотности вероятности

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv$$

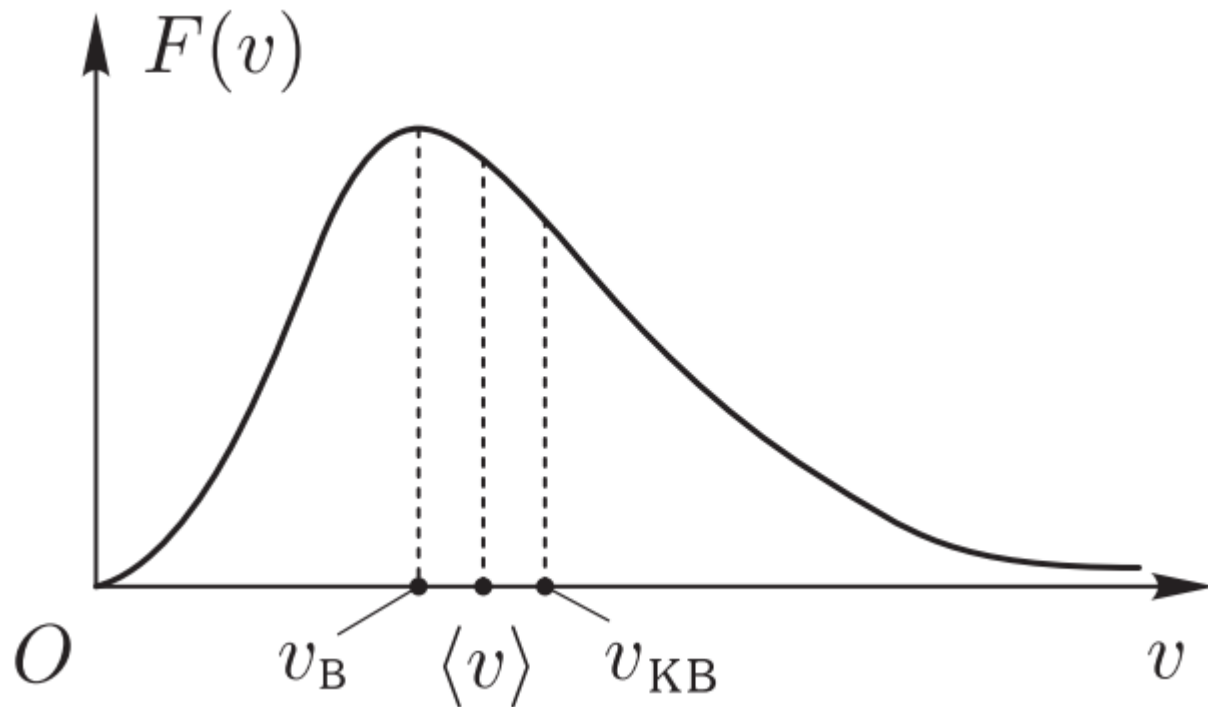
Число частиц, скорости которых находятся в интервале  $(v, v + dv)$

$$dN = N \cdot dP(v)$$

# Характерные скорости распределения М.

Плотность вероятности

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv$$



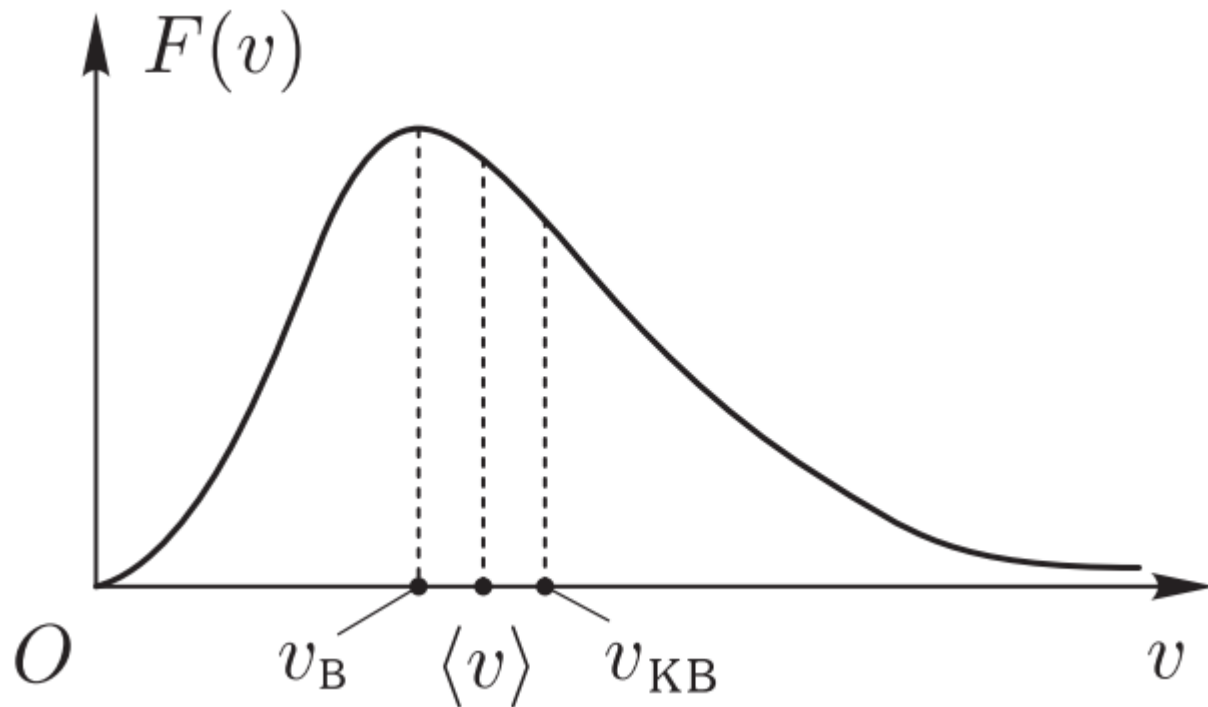
Наивероятнейшая скорость

$$\left.\frac{dF}{dv}\right|_{v_B} = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

# Характерные скорости распределения М.

Плотность вероятности

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv$$



Средняя скорость

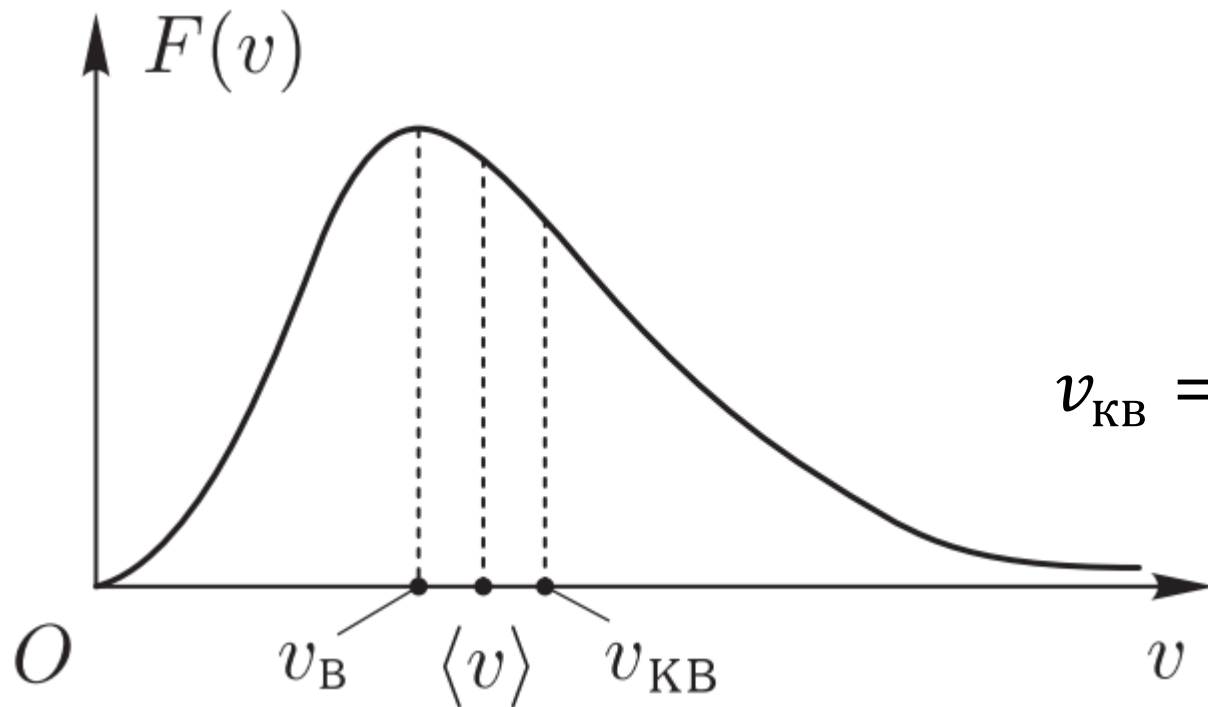
$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v \cdot F(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$



# Характерные скорости распределения М.

Плотность вероятности

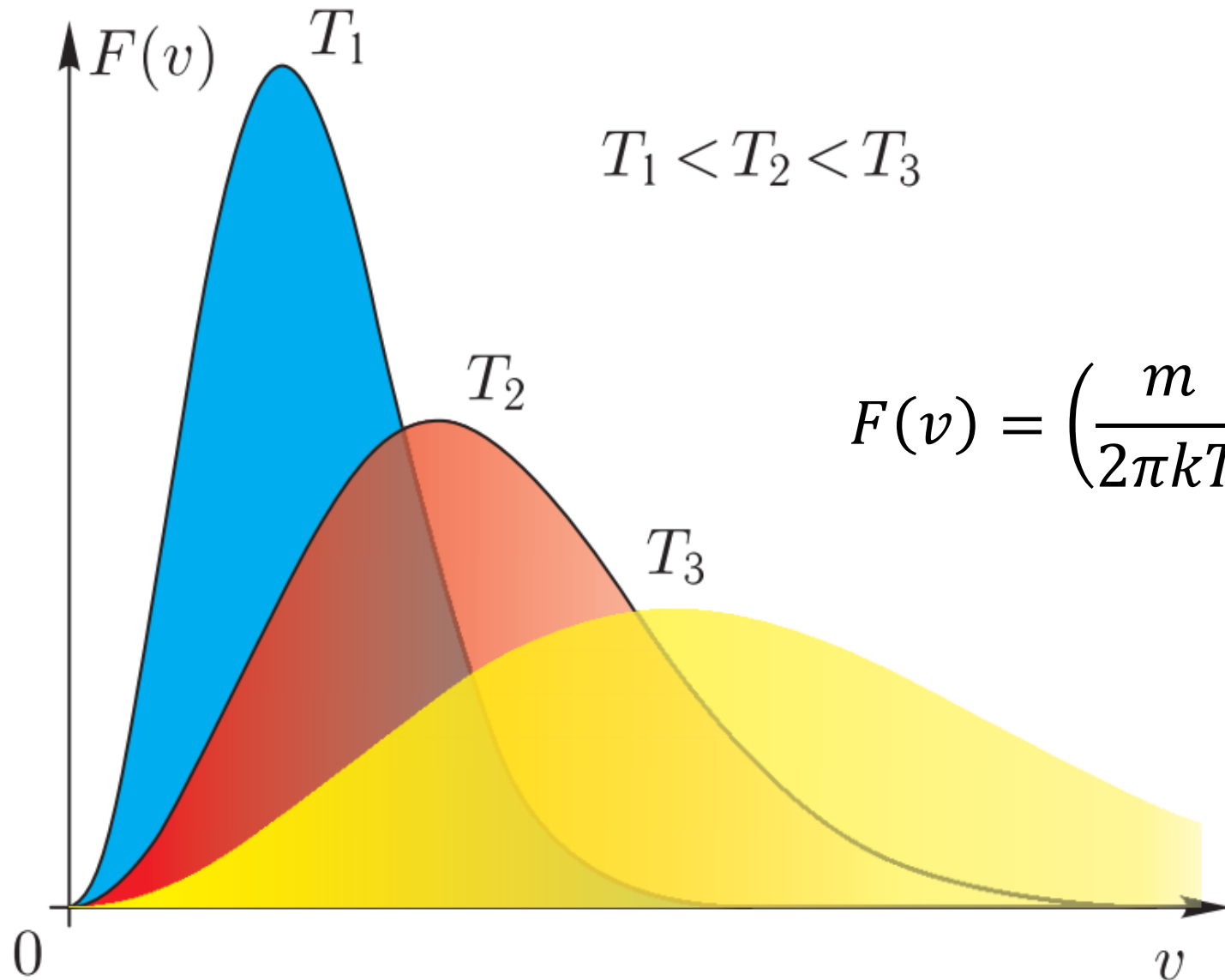
$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv$$



Среднеквадратичная скорость

$$v_{\text{КВ}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\int_0^{\infty} v^2 F(v) dv} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

# Распределение М. при различных температурах



$$F(v) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( -\frac{mv^2}{2kT} \right) 4\pi v^2 dv$$

# Распределение по энергиям

Вероятность, с которой молекула идеального газа имеет значение энергии в интервале  $(\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon)$

$$dP_L(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{kT} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) d\varepsilon$$

Плотность вероятности

$$\varepsilon_{\text{HB}} = \frac{kT}{2}$$

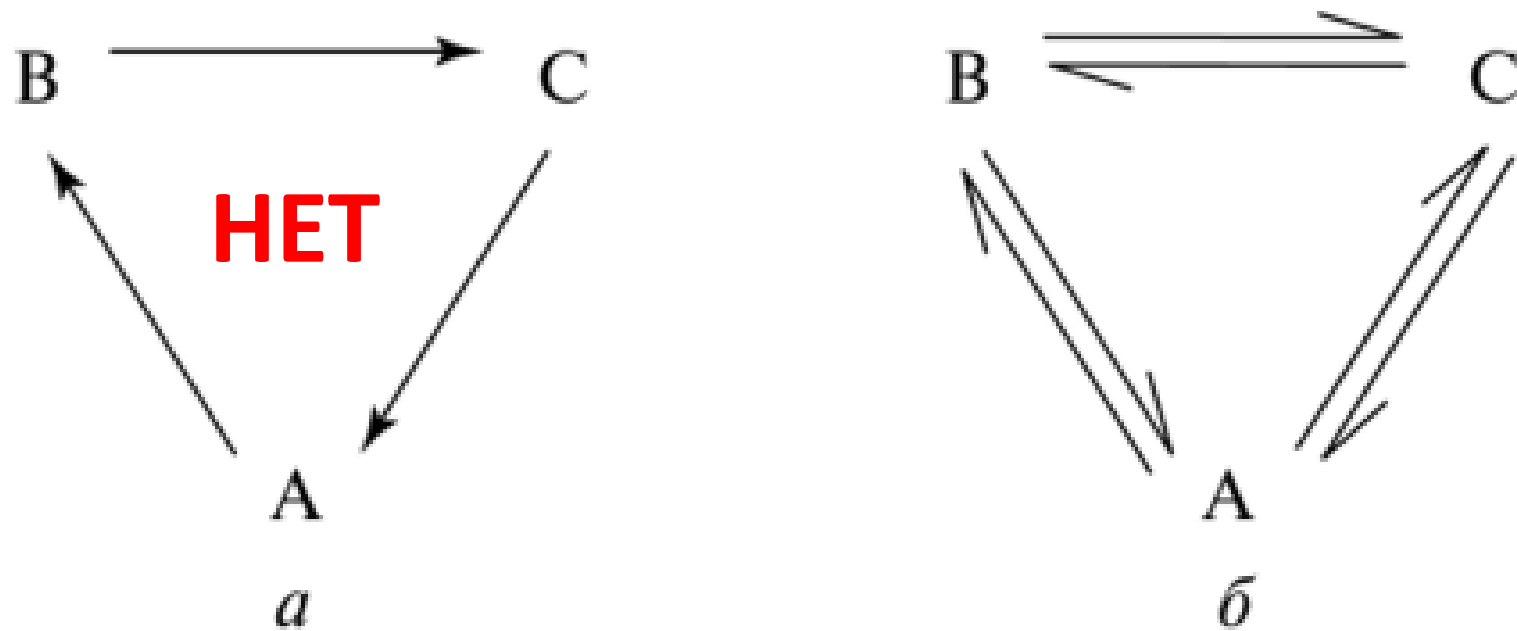
$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{kT} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)$$

$$\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{3kT}{2}$$

# Условия применимости

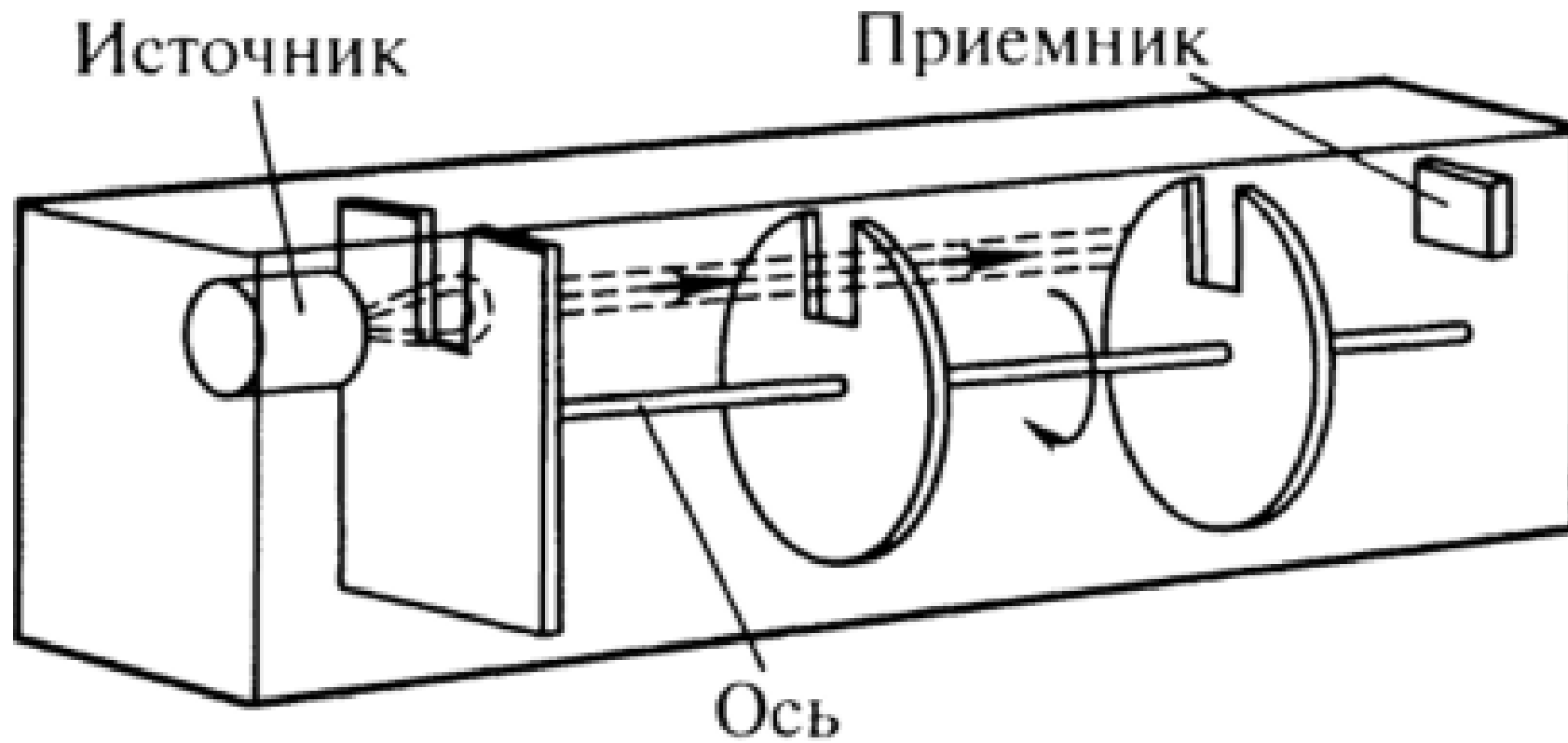
- Система **изотропная**.  
Все направления в пространстве скоростей равноправны.
- Система **классическая** – не релятивистская и не квантовая.
- Взаимодействие частиц допускается, но оно зависит только от их **координат**, а не от скоростей.

# Принцип детального равновесия



При равновесии макроскопической системы любая элементарная реакция сопровождается обратной реакцией, происходящей с такой же частотой (или скоростью), что и прямая.

# Экспериментальная проверка распределения М.

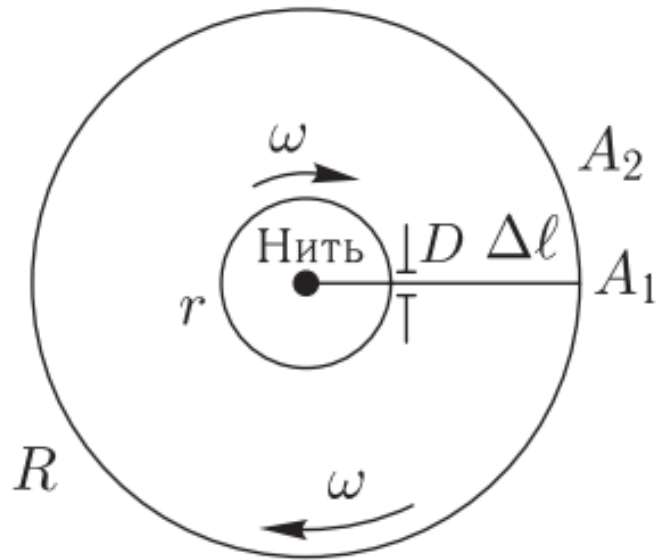


Опыт Ламмерта (1929)

Условие пролёта

$$\frac{l}{v} = \frac{\alpha}{\omega}$$

# Экспериментальная проверка распределения М.



$$\Delta l = \omega R \Delta t$$

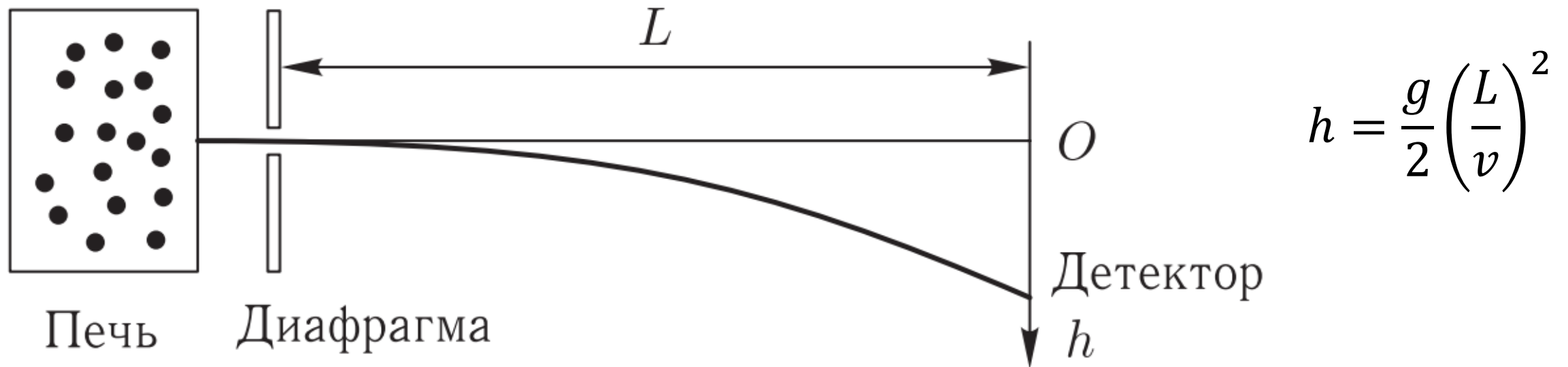
$$\Delta t = (R - r) / v$$

$$v = \omega R (R - r) / \Delta l$$

При протекании по нити электрического тока она нагревалась, и атомы серебра, пройдя через щель внутреннего цилиндра и неподвижную щелевую диафрагму  $D$ , затем оседали на внутренней поверхности охлаждаемого внешнего цилиндра.

При неподвижных цилиндрах на этой поверхности образовывалась узкая серебряная полоска в точке  $A_1$ . При равномерном вращении цилиндров с угловой скоростью  $\omega$  полоска смещалась в точку  $A_2$ , находящуюся от первоначальной точки  $A_1$  на расстоянии  $\Delta l$ .

# Экспериментальная проверка распределения М.

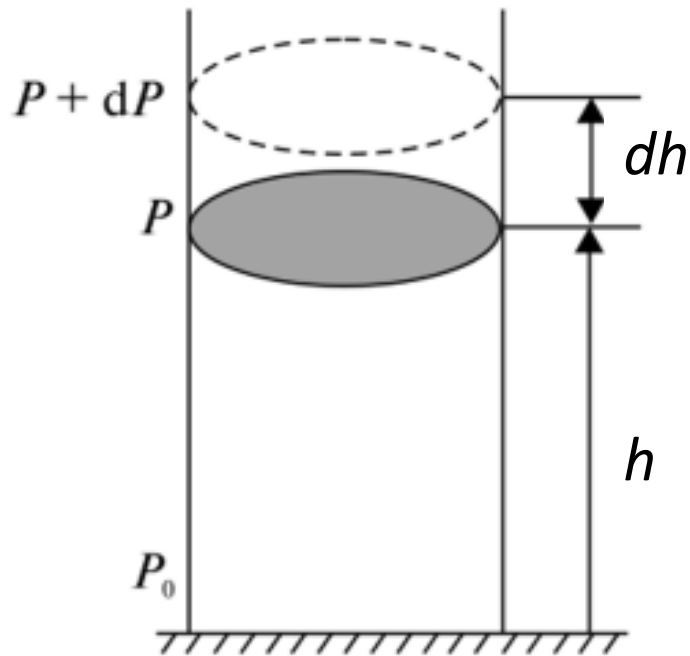


В 1947 г. И. Эстерманом, О. Симпсоном и О. Штерном были выполнены эксперименты по измерению отклонения вниз горизонтальных молекулярных пучков в поле силы тяжести. В эксперименте пучок атомов цезия вылетал через отверстие в печи с некоторой скоростью  $v$  и, пройдя диафрагму, под действием силы тяжести начинал двигаться по параболе.



# Распределение Больцмана

Рассмотрим газ в потенциальном силовом поле.



$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right)$$

Барометрическая формула

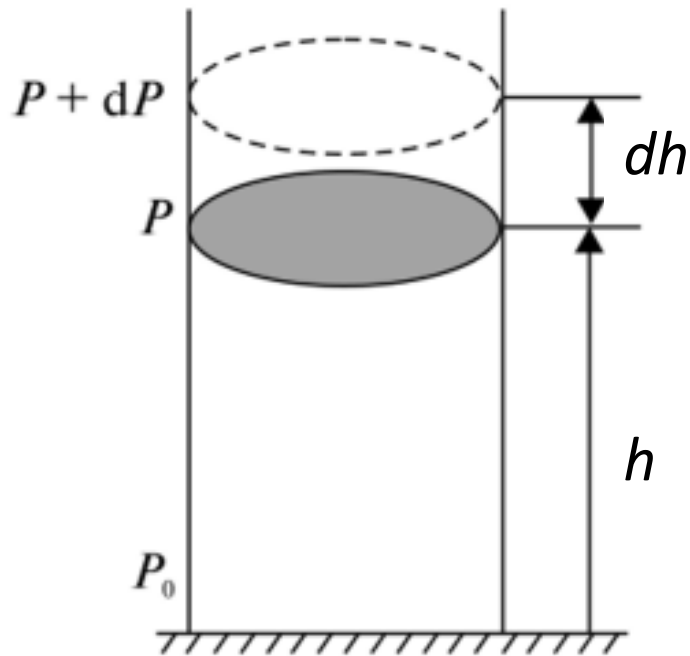
$$p = nkT$$

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{U_{\text{пот}}}{kT}\right)$$

Распределение Больцмана

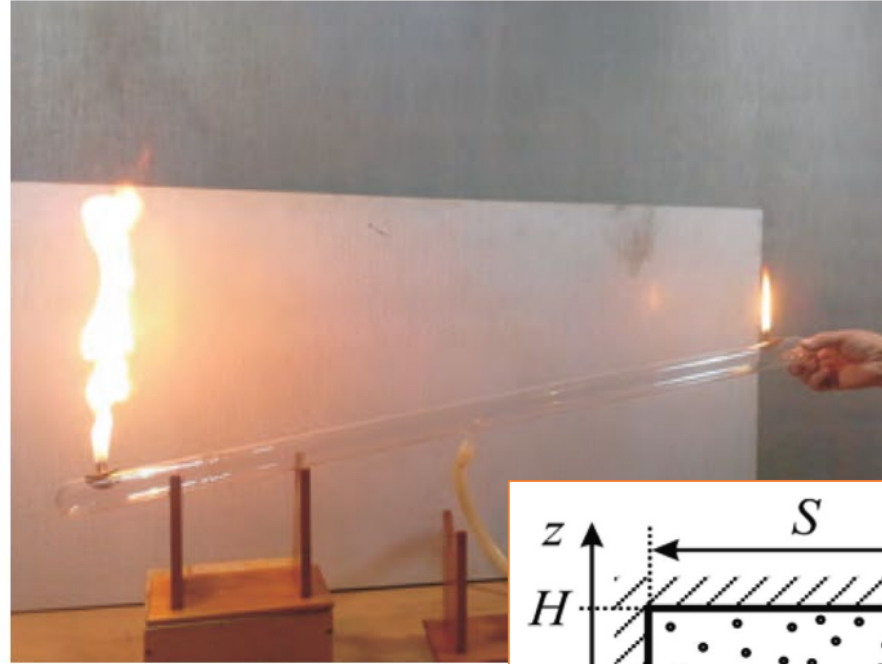
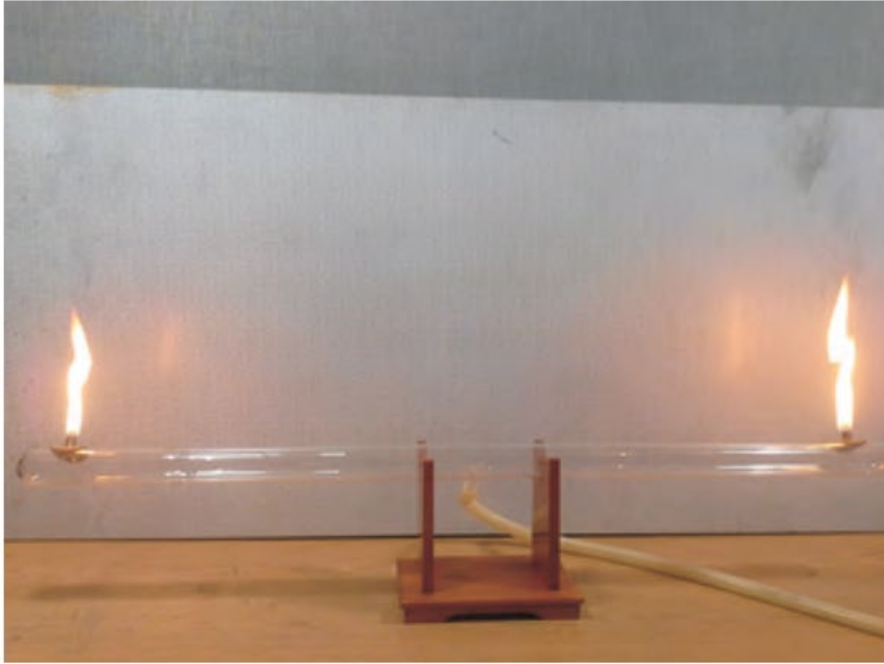
# Распределение Больцмана

Если молекулы идеального газа, находятся при температуре  $T$  в потенциальном поле, то вероятность  $dP_B(x, y, z)$ , с которой молекула газа, обладающая потенциальной энергией  $U(x, y, z)$ , имеет координаты в интервале значений  $(x, x + dx)$ ,  $(y, y + dy)$ ,  $(z, z + dz)$  описывается распределением Больцмана.

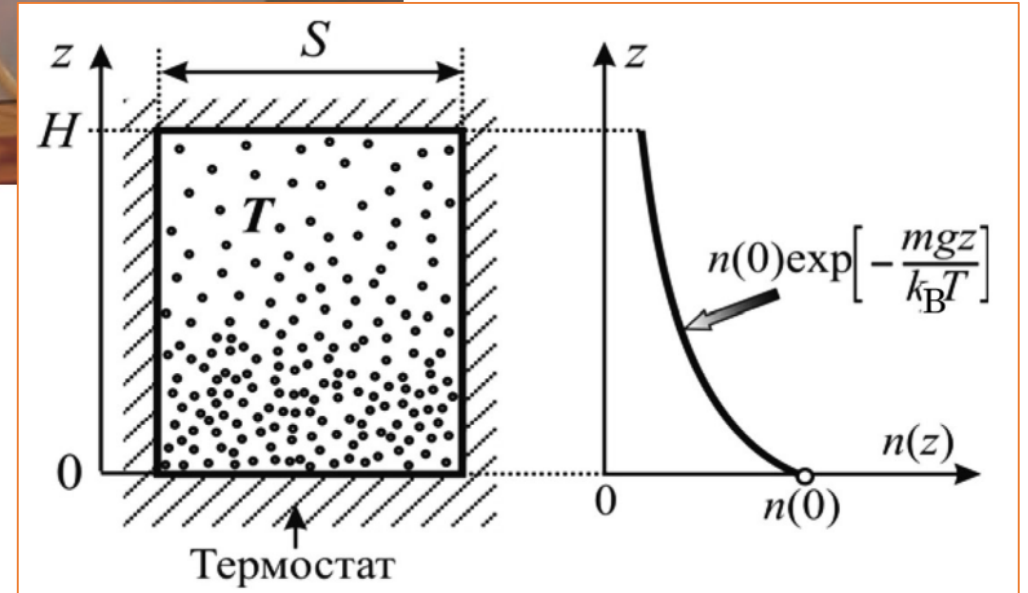


$$dP_B(x, y, z) = A \exp\left(-\frac{U(x, y, z)}{kT}\right) dx dy dz$$

# Экспериментальное подтверждение



В середине запаянной с обоих концов стеклянной трубки есть боковой патрубков, через который в трубку под давлением несколько большим атмосферного поступает пропан  $C_3H_8$ , имеющий молярную массу 44,1 г/моль.



# Изменение атмосферного давления с высотой

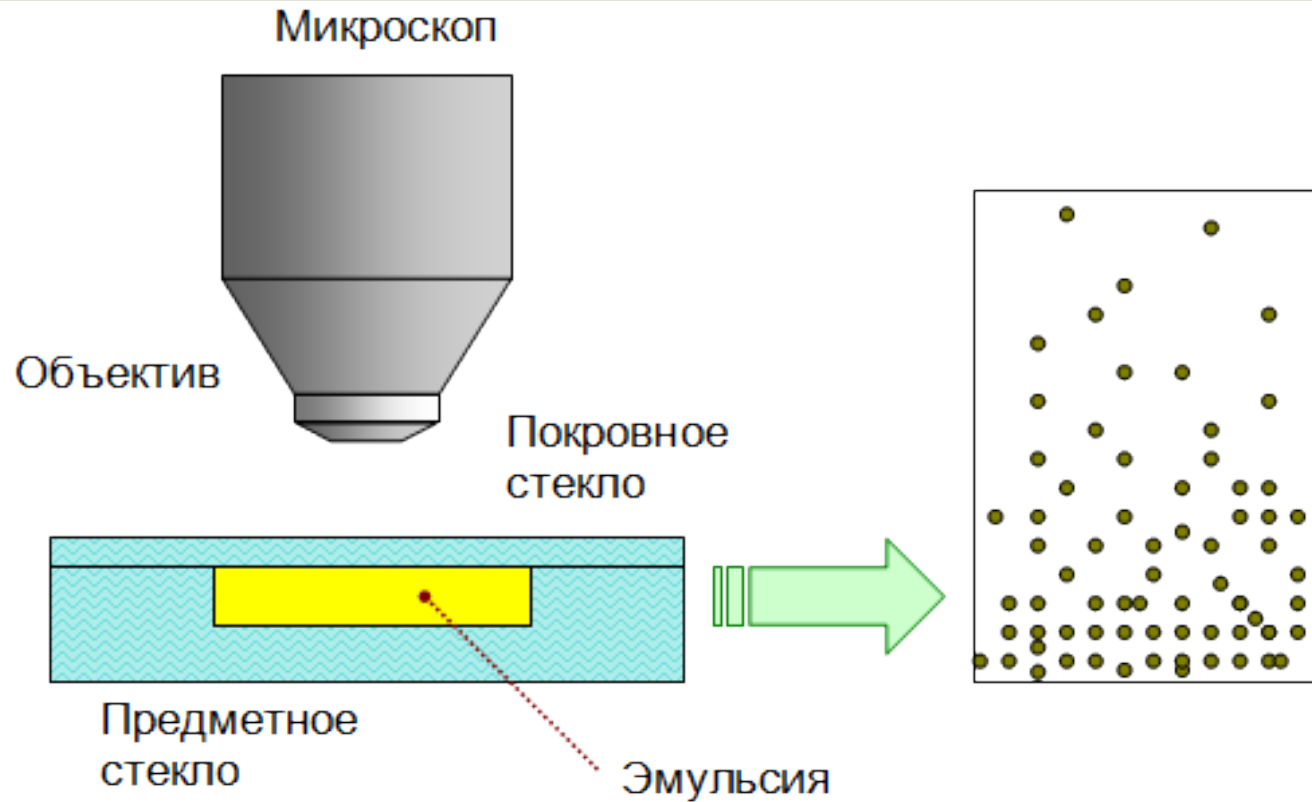


На 100 м подъема давление падает на 10 мм рт.ст.

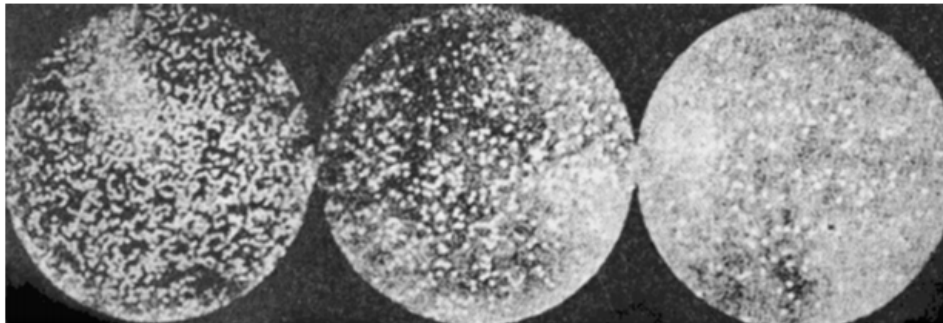


- С высоты 2000м на 150 м подъема -10мм рт.ст.;
- 6000 м на 200 м подъема – 10 мм.рт.ст.
- На высоте 10000м атмосферное давление 217 мм рт.ст.
- На высоте 20000 м 51 мм рт.ст.

# Опыт Перрена



**Эмульсия** представляла собой взвесь одинаковых сферических частиц специального древесного сока или смолы (гуммигута) в воде. Размер этих частиц (около 0,4 мкм) позволял наблюдать их в микроскоп.



$$n(z) = n(0) \cdot \exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right)$$

# Распределение Максвелла-Больцмана

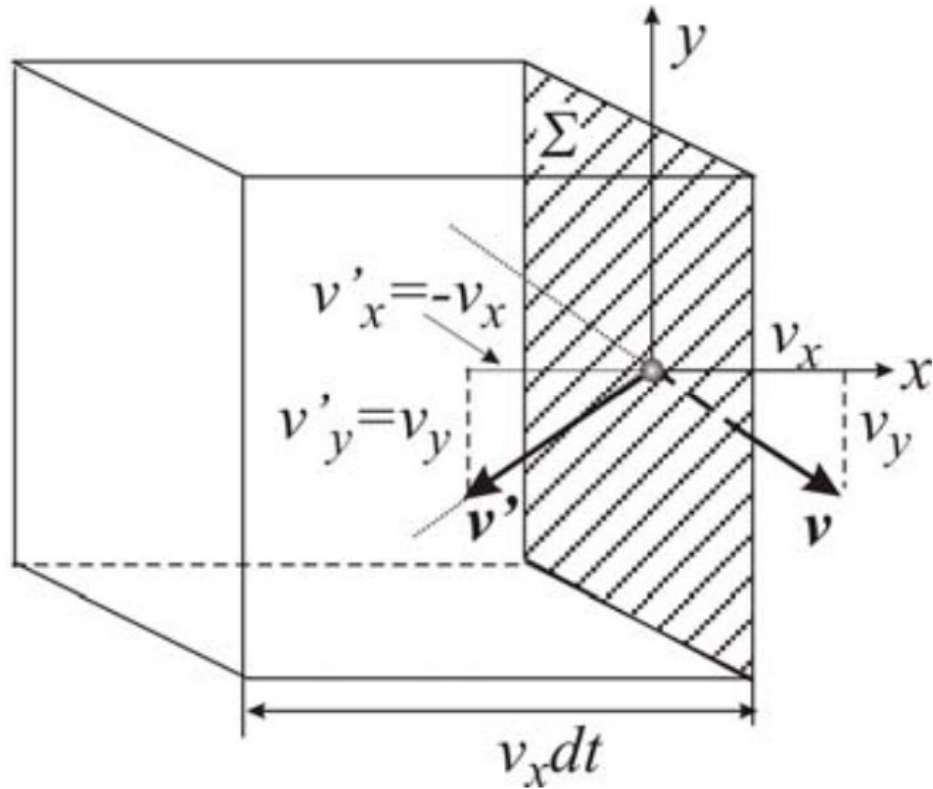
Распределения Максвелла и Больцмана взаимосвязаны и являются составными частями **распределения Гиббса**.

Независимость вероятностей даёт важный результат: вероятность данного значения импульса совершенно не зависит от положения молекулы и, наоборот, вероятность положения молекулы не зависит от её импульса.

Оба распределения можно объединить в единый **закон Максвелла-Больцмана**, согласно которому, число молекул в единице объёма, скорости которых лежат в пределах от  $v$  до  $v \pm dv$  равно

$$dP = \left[ \left( \frac{1}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( -\frac{p^2}{2mkT} \right) dp_x dp_y dp_z \right] \left[ \frac{\exp \left( -\frac{U(x, y, z)}{kT} \right) dx dy dz}{\int \exp \left( -\frac{U(x, y, z)}{kT} \right) dx dy dz} \right]$$

# Давление газа с точки зрения МКТ



Вычислим давление  $p$  идеального газа при температуре  $T$  и концентрации молекул  $n_0$ .

$$p = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle$$

$$\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{3kT}{2} \quad \Rightarrow \quad pV = \nu RT$$

# Теорема о равнораспределении

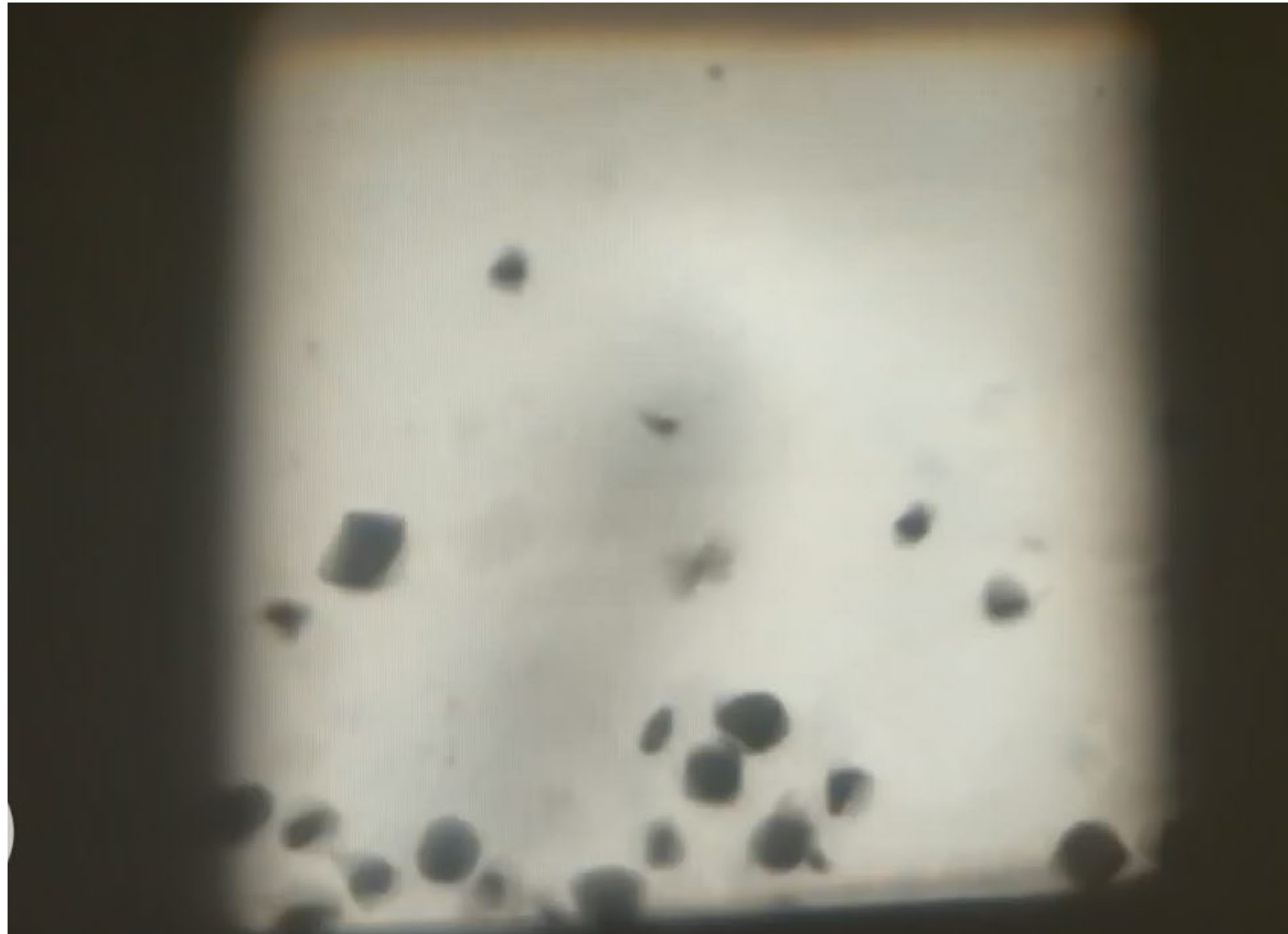
В состоянии термодинамического равновесия кинетическая энергия молекулы, приходящаяся на каждую поступательную и вращательную степень свободы, одинакова и равна  $kT/2$ .

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{m\langle v_x^2 \rangle}{2} + \frac{m\langle v_y^2 \rangle}{2} + \frac{m\langle v_z^2 \rangle}{2} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2}$$

$$\frac{m\langle v_i^2 \rangle}{2} = \frac{J_i\langle \omega_i^2 \rangle}{2} = \frac{kT}{2}, \quad i = x, y, z$$



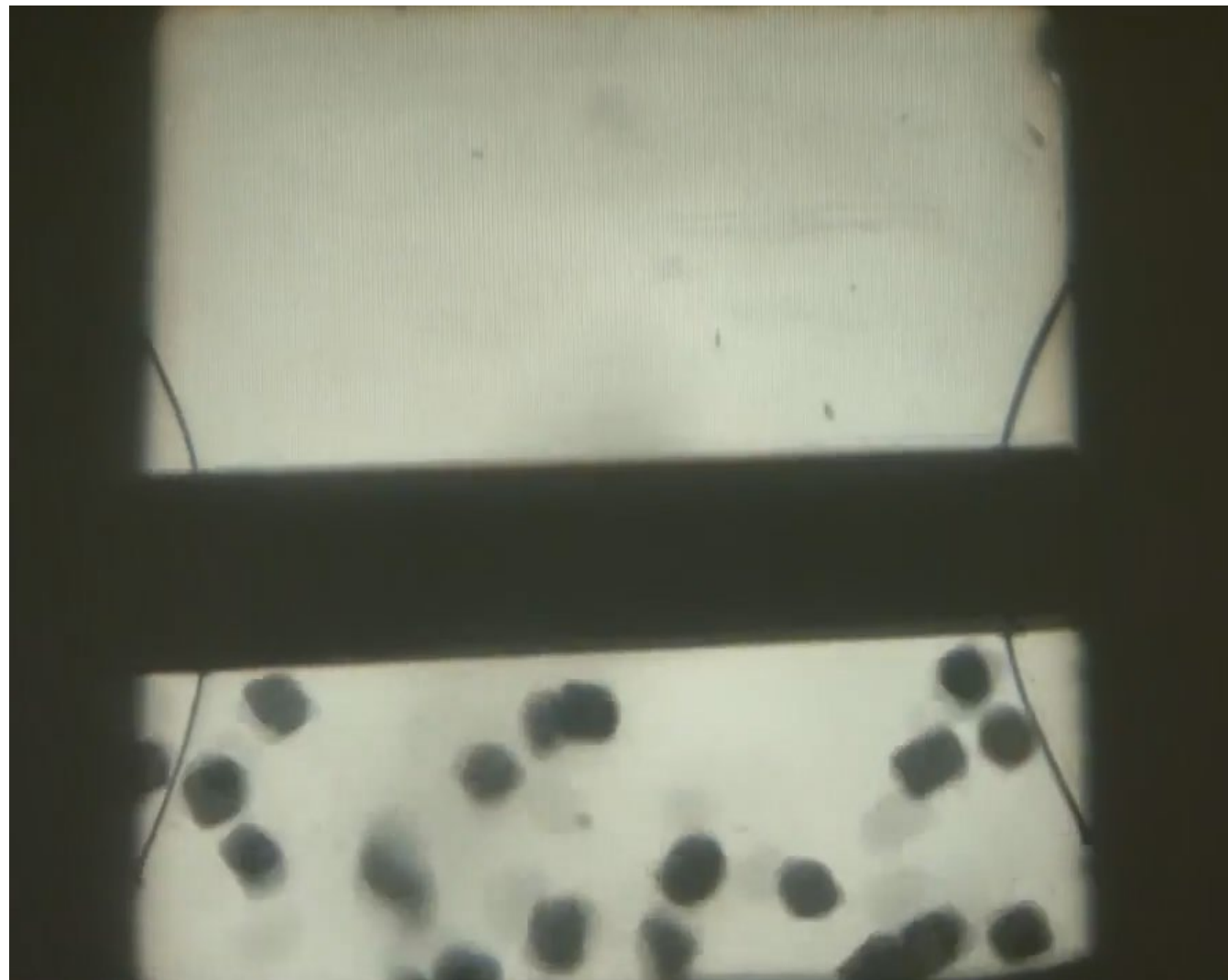
# Модель распределения Больцмана



# Опыт с пламенем



# Давление газа на стенку



# Хаотичность движения в газе

