

Механика

Лекция 15



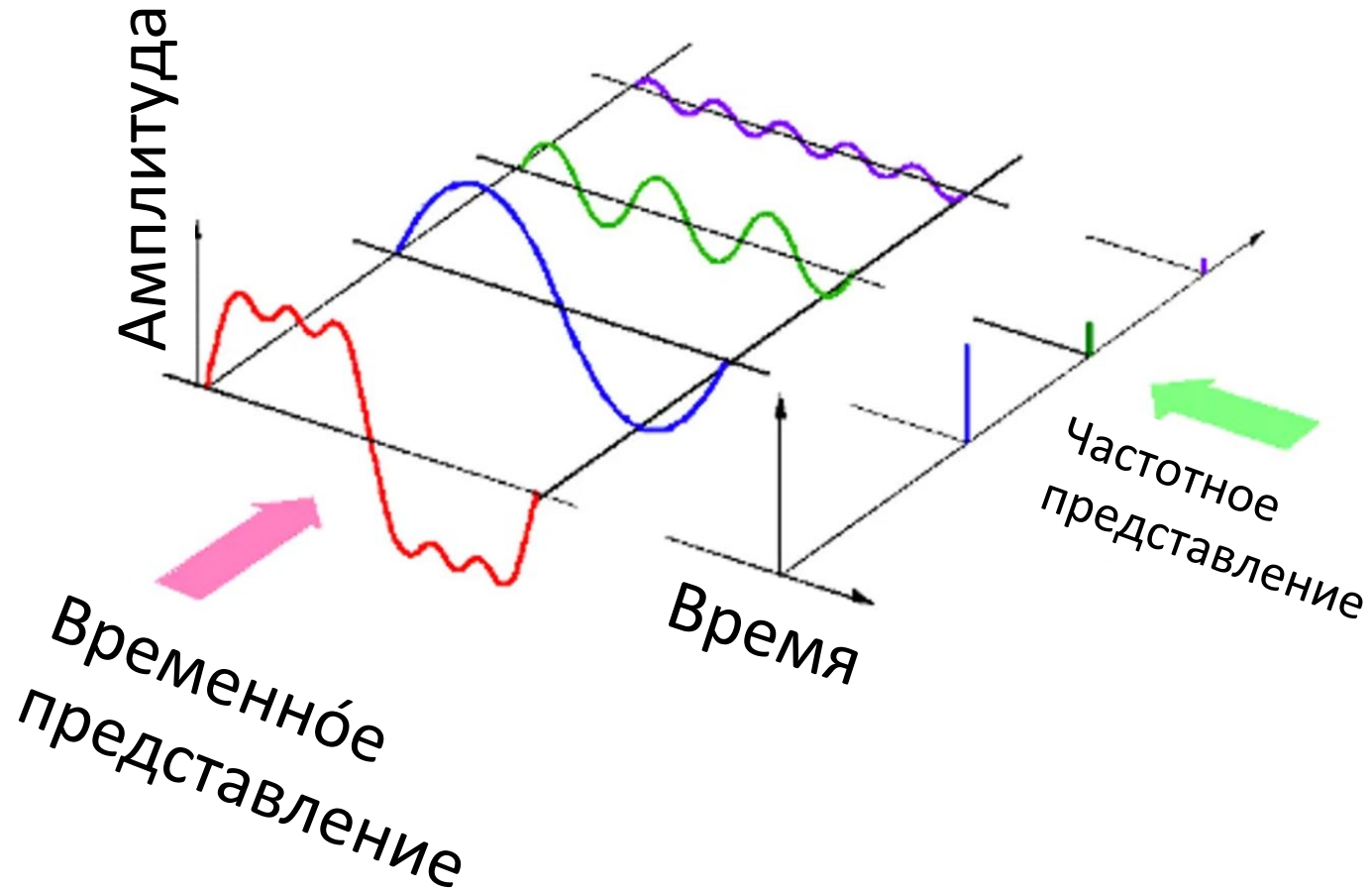
План лекции

- Элементы акустики
- Основы гидро- и аэростатики
- Стационарное течение жидкости/газа
- Ламинарное и турбулентное течение

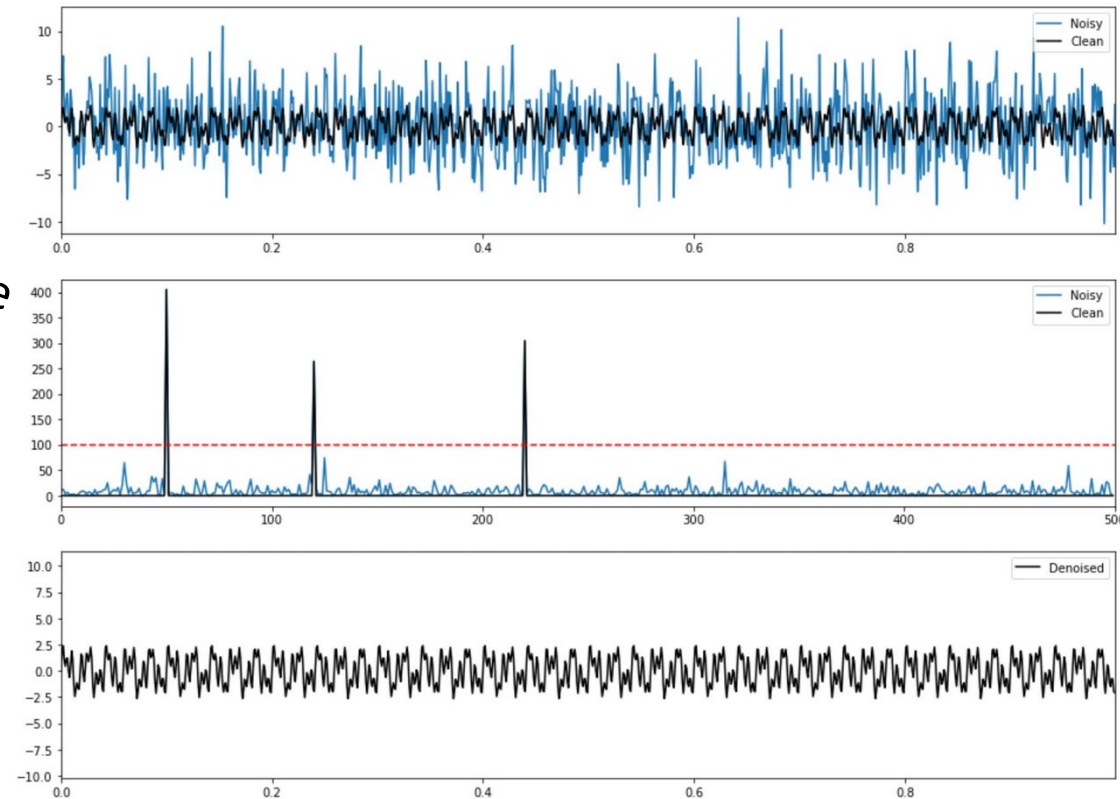
Элементы акустики

- Звук и его характеристики. Громкость звука. Тембр звука.
- Эффект Доплера.
- Движение со сверхзвуковой скоростью. Конус Маха. Число Маха.

Преобразование Фурье



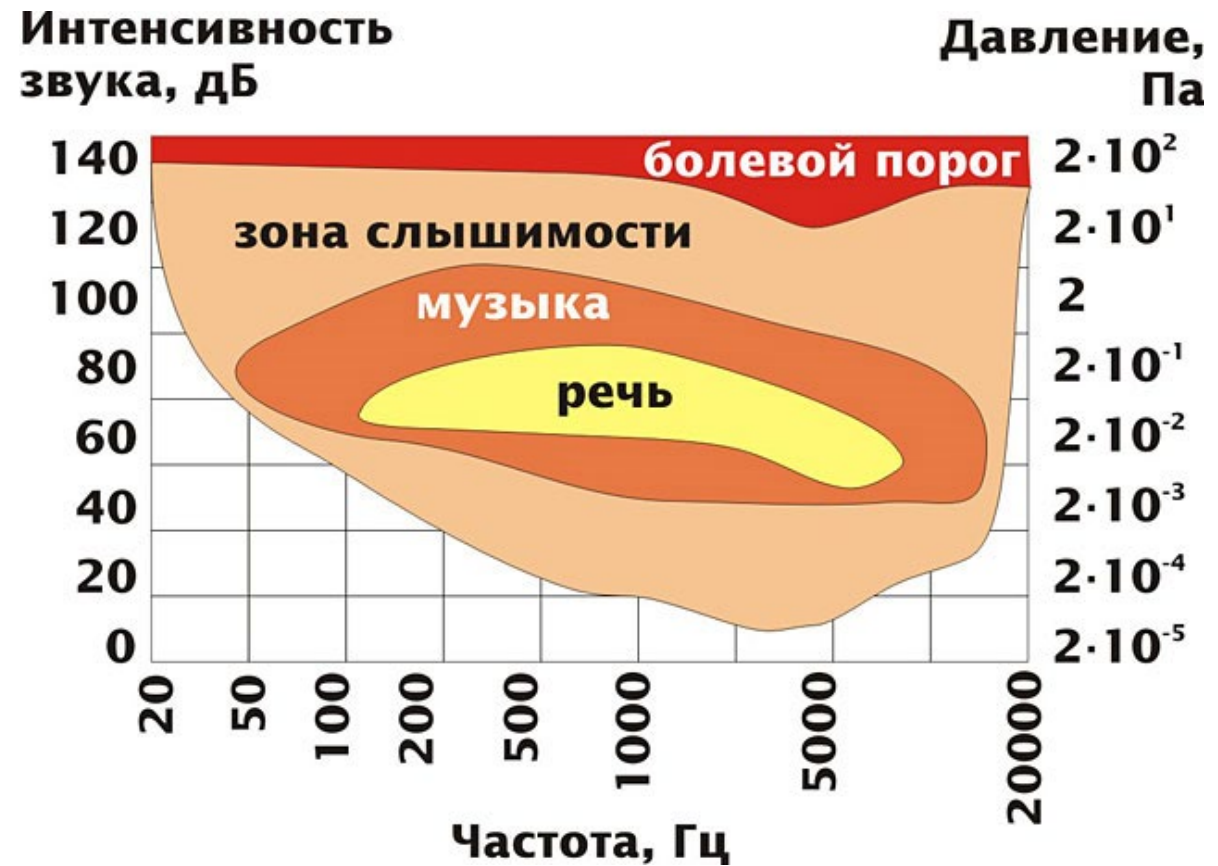
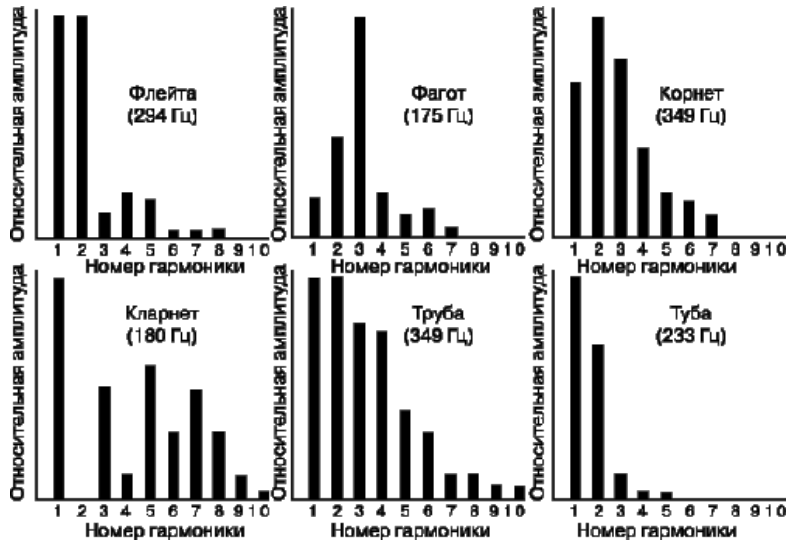
Пример: очистка сигнала от шума



Звук и его характеристики

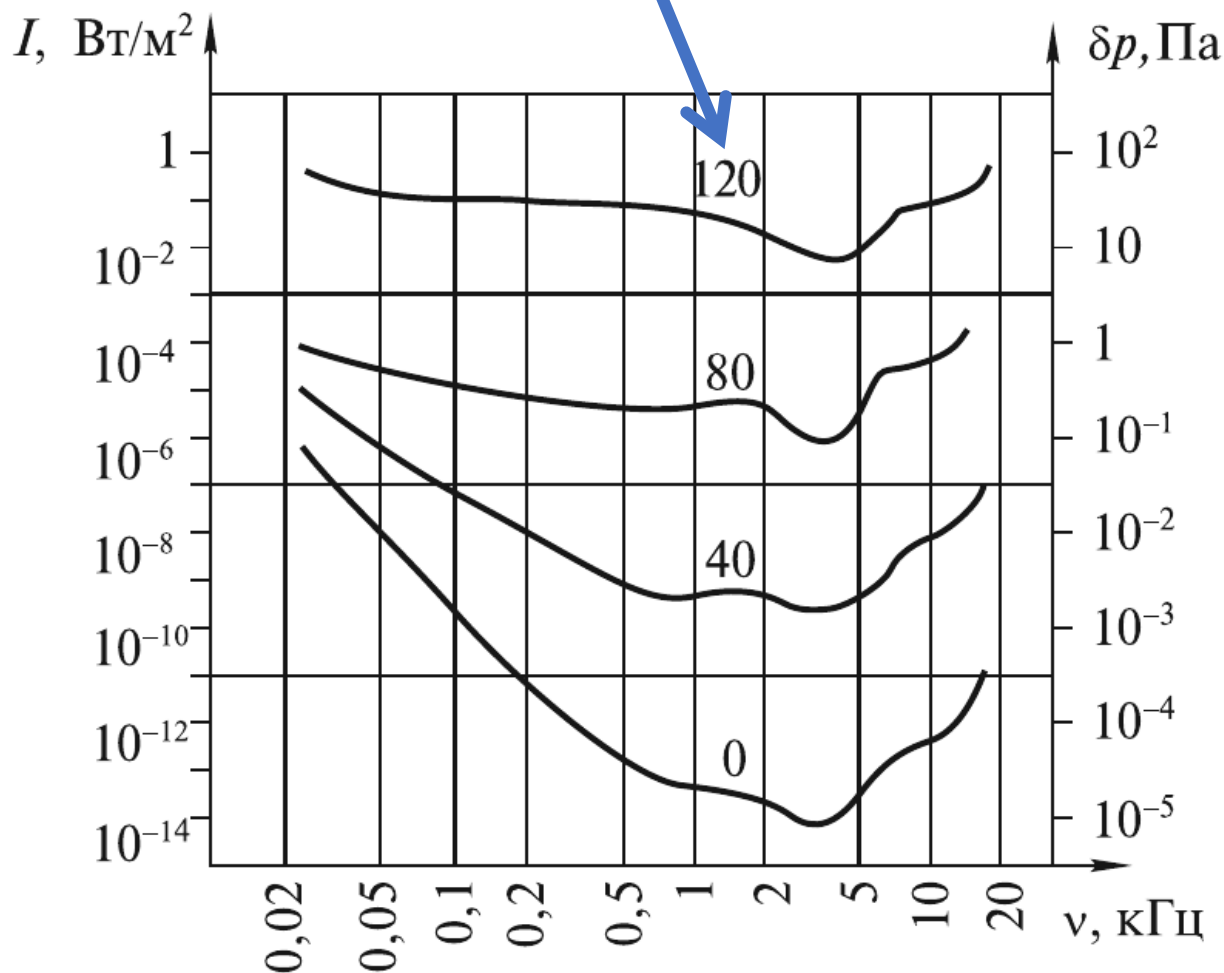
Звуковые волны – это акустические волны слышимого человеческим ухом диапазона (от 20 Гц до 20 кГц).

Тембр звука - определяется соотношением частот интенсивностей основного тона и гармоник.



Звук и его характеристики

Громкость β



$$\beta [\text{фон}] = \lg \frac{I}{I_{\text{пор}}} \quad \text{Закон Вебера-Фехнера}$$

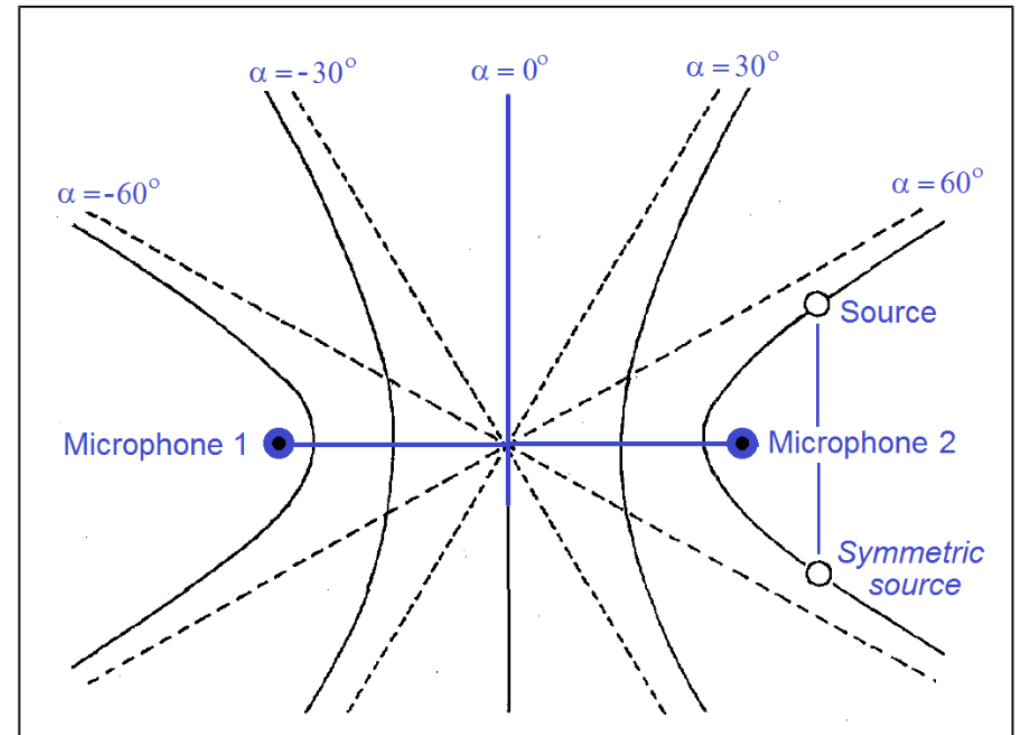
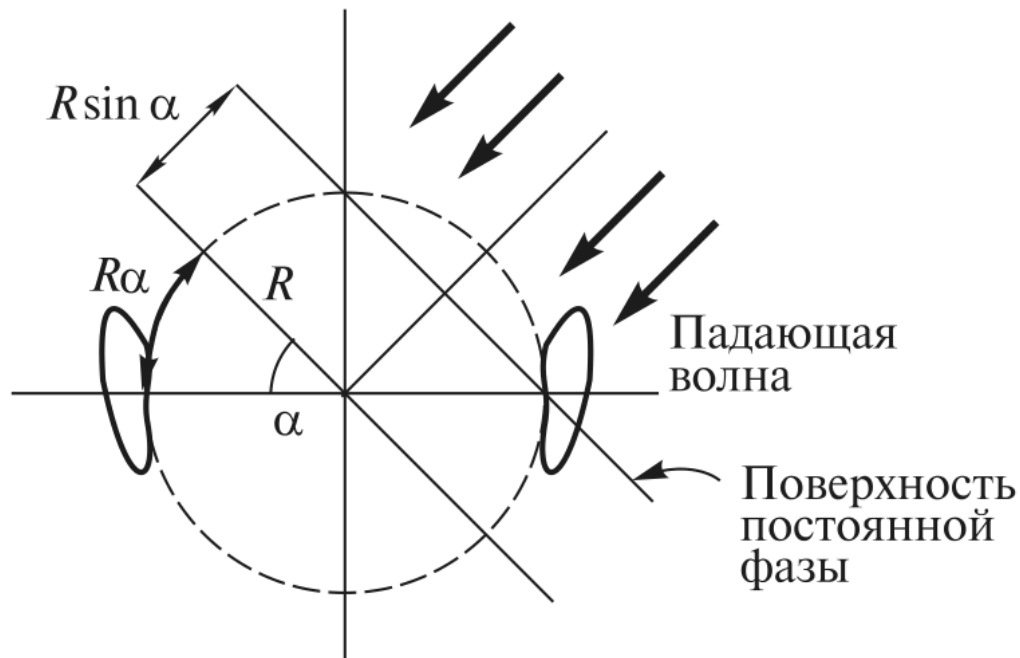
Уровень звукового давления

$$L_p = \lg \frac{I}{I_{\text{пор}}} = 2 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_{\text{пор}}}$$

$$L_p [\text{дБ}] = 10 \lg \frac{I}{I_{\text{пор}}} = 20 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_{\text{пор}}}$$

Бинауральный эффект

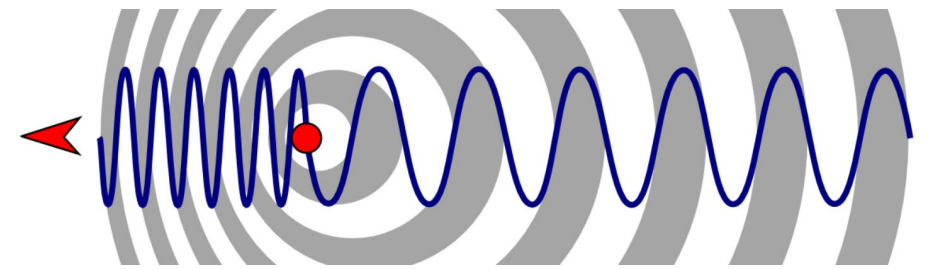
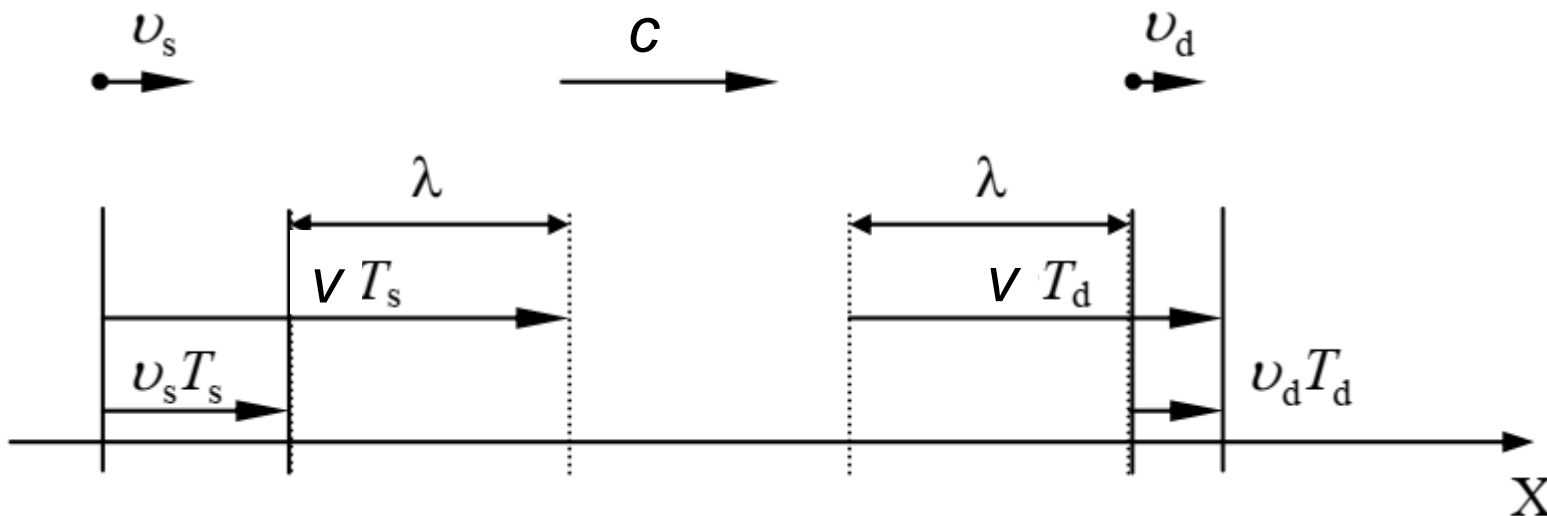
Бинауральный эффект — эффект, возникающий при восприятии звука двумя ушами. Он позволяет определить направление на источник звука, что делает звуковое восприятие объёмным.



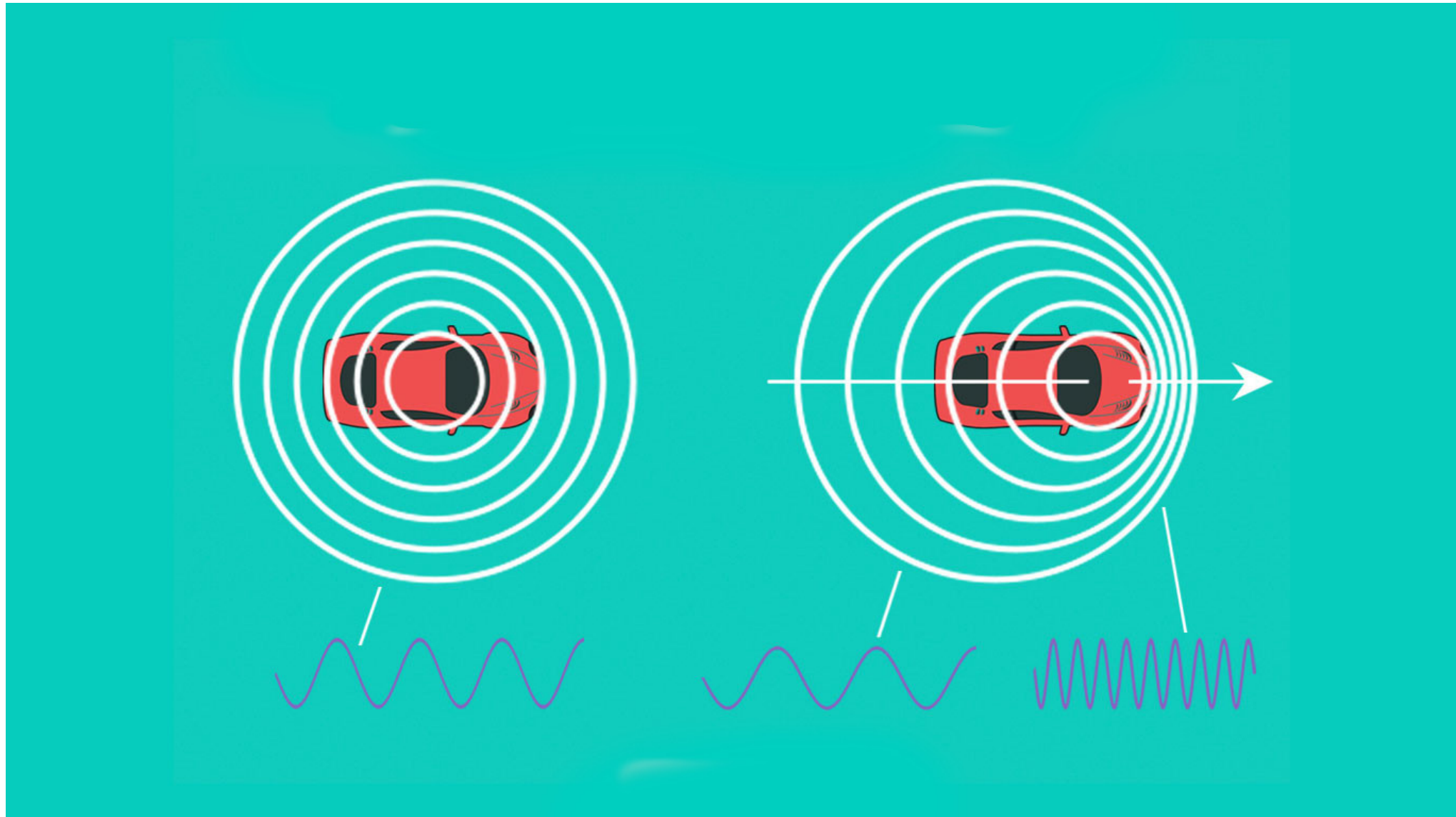
Эффект Доплера

Эффект Дóплера — изменение частоты и, соответственно, длины волны излучения, воспринимаемое наблюдателем (приёмником), вследствие движения источника излучения и/или движения наблюдателя (приёмника). Эффект назван в честь австрийского физика Кристиана Доплера.

$$\nu = \nu_0 \frac{1 + \frac{v_{\text{П}}}{c}}{1 - \frac{v_{\text{И}}}{c}}$$

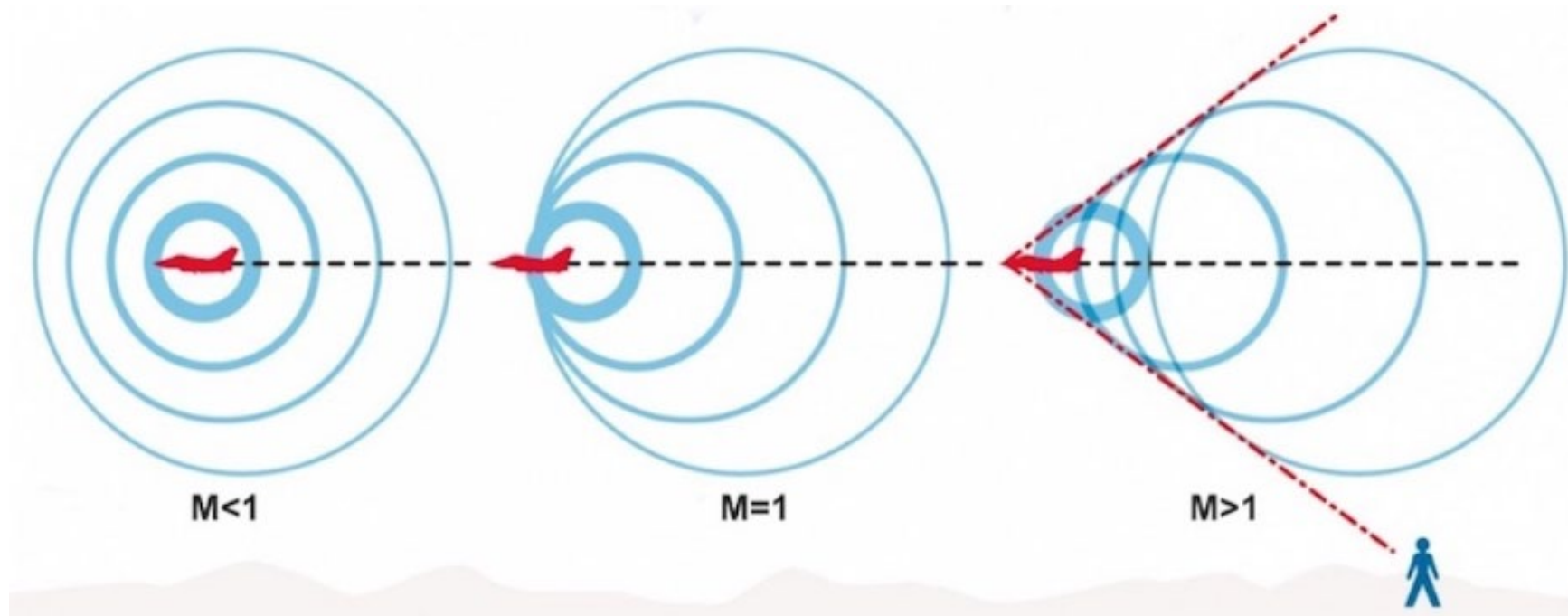


Эффект Доплера



Конус Маха. Число Маха

Число Маха $\mathcal{M} = \frac{v}{v_{\text{звука}}}$

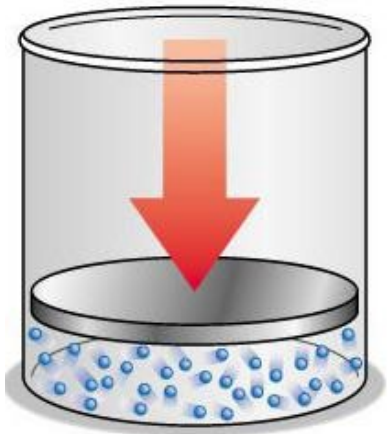


Основы гидро- и аэростатики

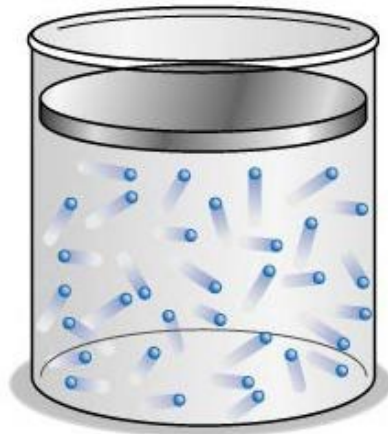
- Закон Паскаля.
- Основное уравнение гидростатики.
- Сжимаемость жидкостей и газов. Коэффициент всестороннего сжатия.
- Распределение давления в покоящейся жидкости (газе) в поле сил тяжести. Барометрическая формула.
- Закон Архимеда.
- Условия устойчивого плавания тел

Свойства жидкостей и газов

- принимают форму сосуда
- отсутствуют касательные напряжения
- отсутствуют напряжения растяжения
- сила напряжения (сила давления) перпендикулярна площадке, на которую она действует



газ



ЖИДКОСТЬ

Сжимаемость жидкостей и газов

Идеальная жидкость — жидкость, в которой при любых движениях не возникают касательные напряжения.

Несжимаемая жидкость — жидкость, плотность которой сохраняется при изменении давления.

Коэффициент сжимаемости

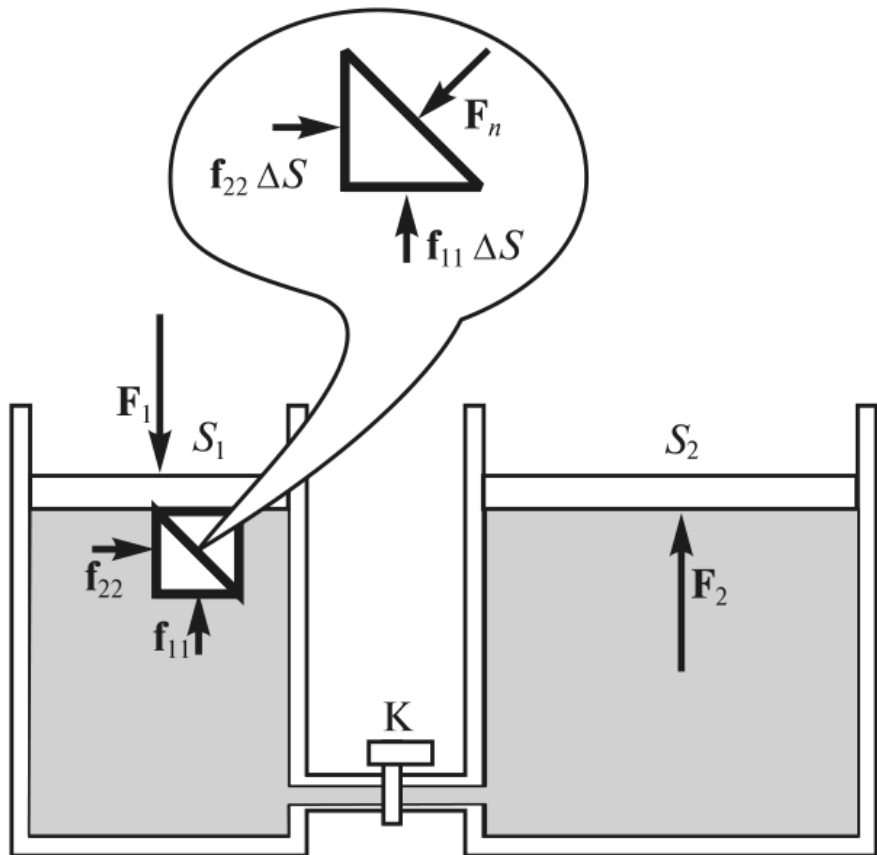
$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}$$

Объемный коэффициент всестороннего сжатия

$$K = -V \frac{dp}{dV}$$

Закон Паскаля

Давление в любой точке покоящейся в ИСО жидкости (газа) одинаково по всем направлениям, причем оно одинаково передается по всему объему покоящейся жидкости (газа).



$$f_{11} \Delta S = f_{22} \Delta S = F_n / \sqrt{2}$$

Если открыть кран К, то

$$F_2 = p S_2 = \frac{F_1}{S_1} S_2$$

Гидравлический пресс — это простейшая гидравлическая машина, предназначенная для создания значительных сжимающих усилий.

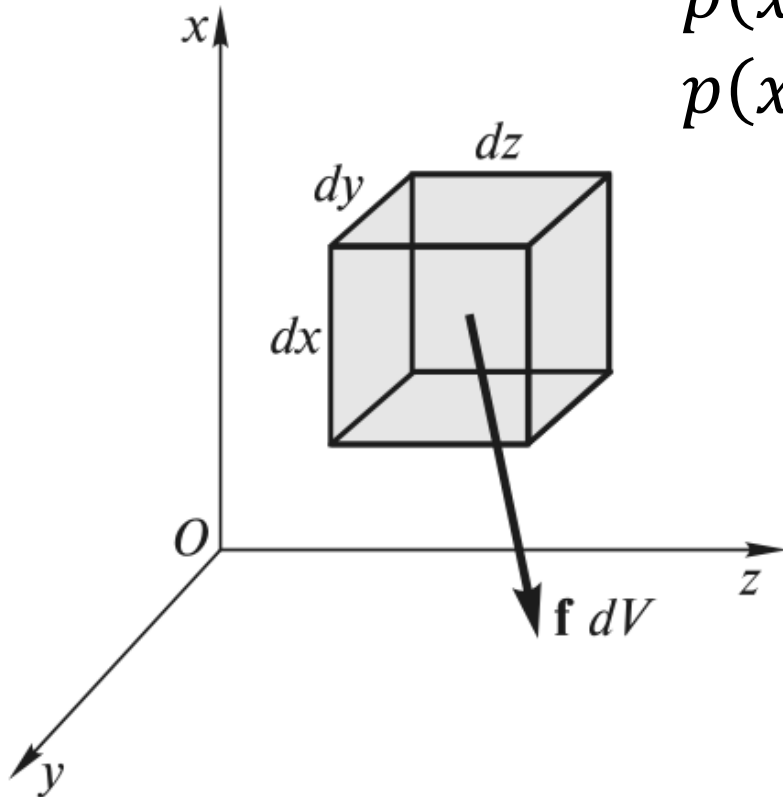
Основное уравнение гидростатики

Пусть к элементу жидкости объемом dV приложена внешняя сила $\vec{F} = \vec{f} dV$.
При равновесии кубика необходимо выполнение равенств:

$$p(x, y, z) dydz - p(x + dx, y, z) dydz + f_x dx dy dz = 0$$

$$p(x, y, z) dx dz - p(x, y + dy, z) dx dz + f_y dx dy dz = 0$$

$$p(x, y, z) dx dy - p(x, y, z + dz) dx dy + f_z dx dy dz = 0$$



$$-\frac{\partial p}{\partial x} + f_x = 0; \quad -\frac{\partial p}{\partial y} + f_y = 0; \quad -\frac{\partial p}{\partial z} + f_z = 0$$

$$-\text{grad } p + \vec{f} = 0$$

$$\vec{f} = -\text{grad } U \Rightarrow p + U = \text{const}$$

Барометрическая формула

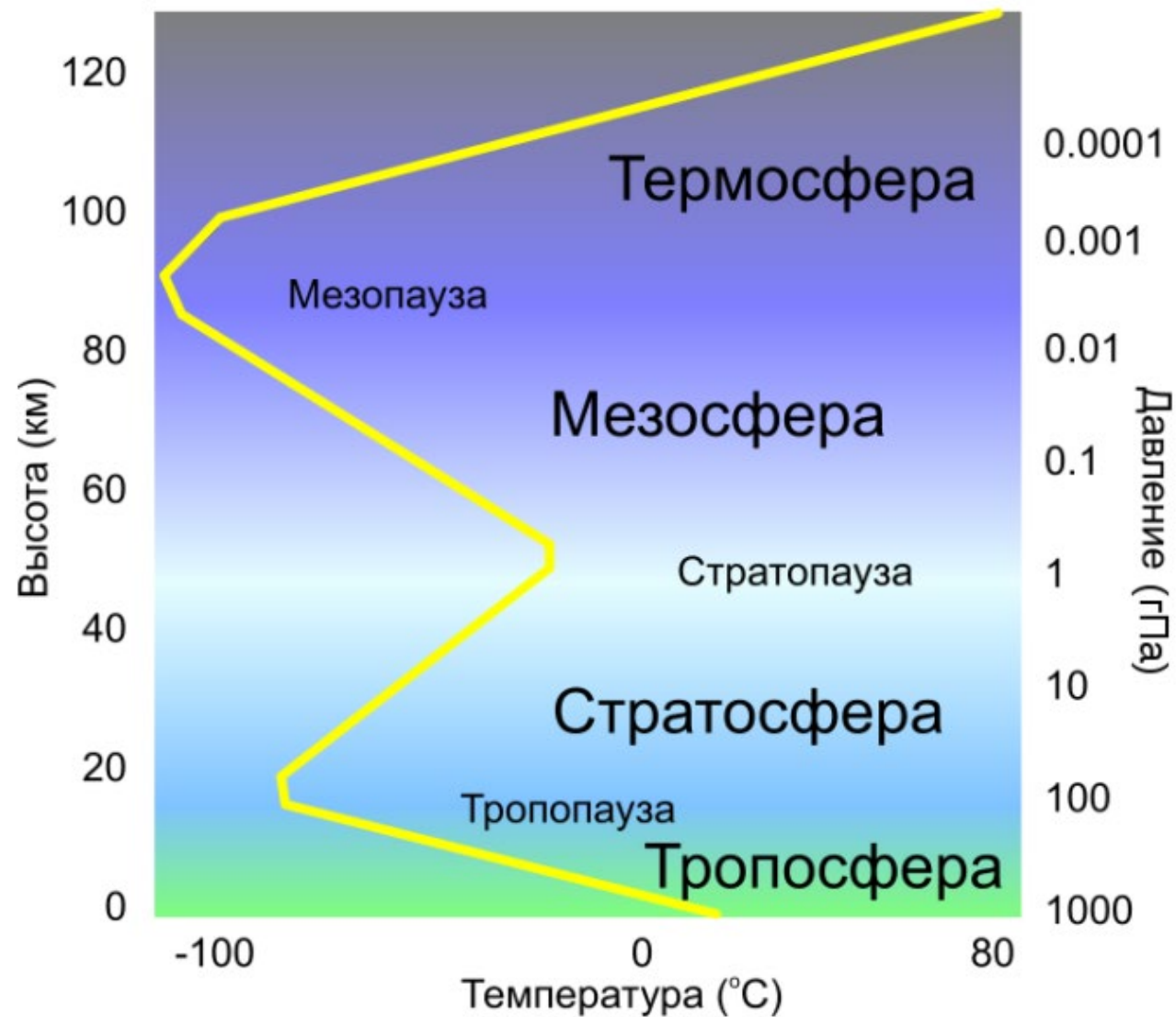
Пусть несжимаемая однородная жидкость находится в поле силы тяжести $\vec{f} = \rho \vec{g}$. Плотность потенциальной энергии можно записать в виде $U(x) = -\rho g x$.

$$p(x) = p_0 + \rho g x$$

Распределение давления в покоящейся жидкости/газе определяет барометрическая формула

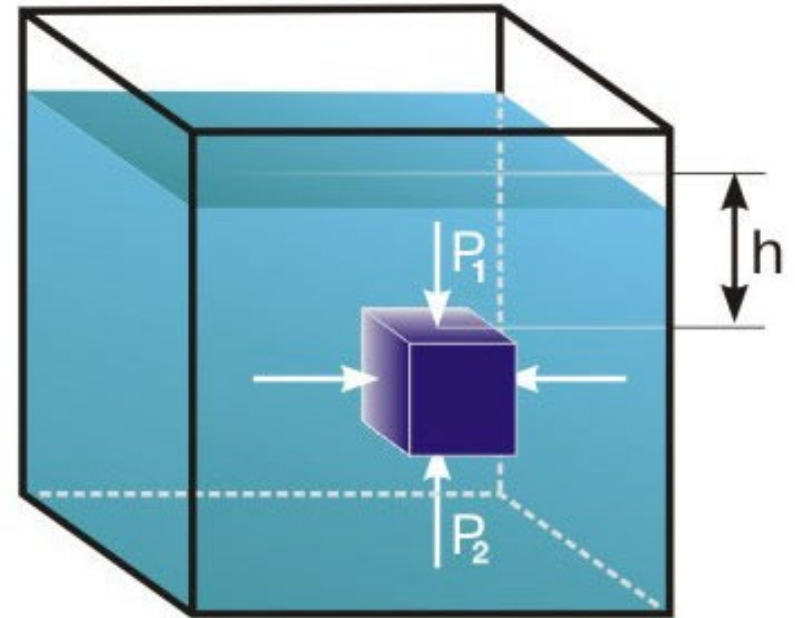
$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g x}{R\bar{T}}\right) = p_0 \exp\left(-\frac{x}{H_0}\right)$$

Атмосфера Земли



Закон Архимеда. Плавание тел

Сумму сил гидростатического давления, действующих на тело, покоящееся внутри жидкости, называют **силой Архимеда**.

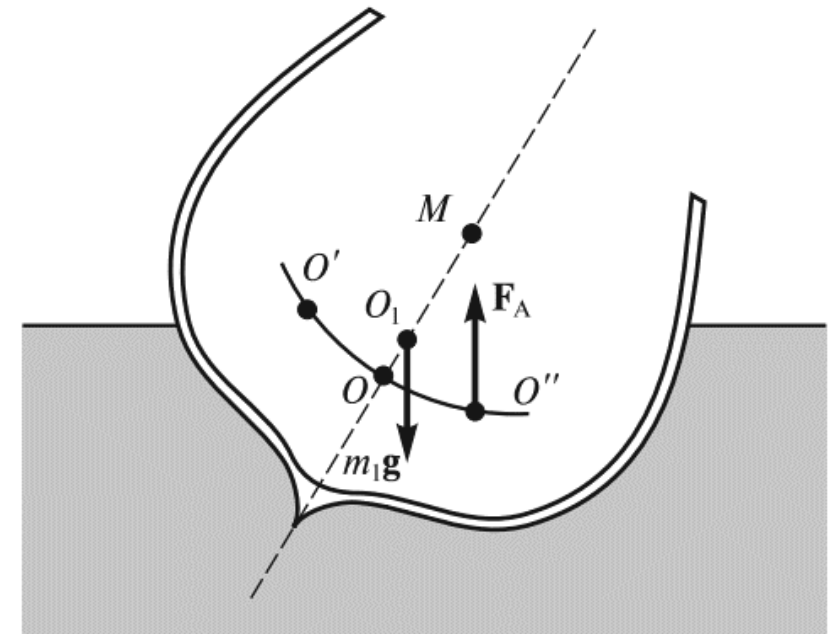
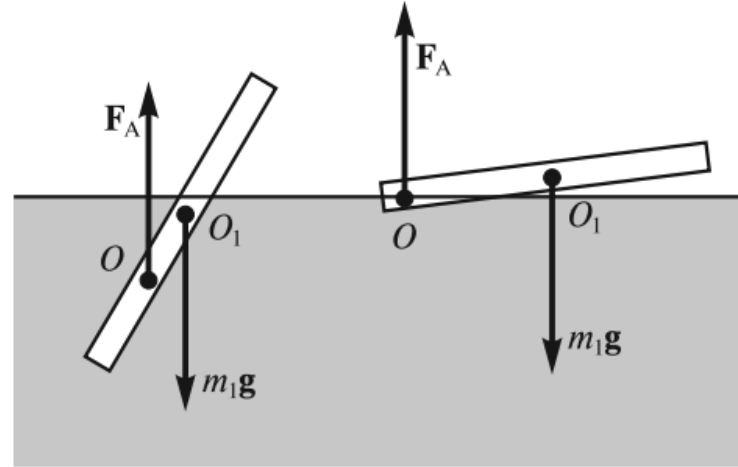


Условия устойчивого плавания тел

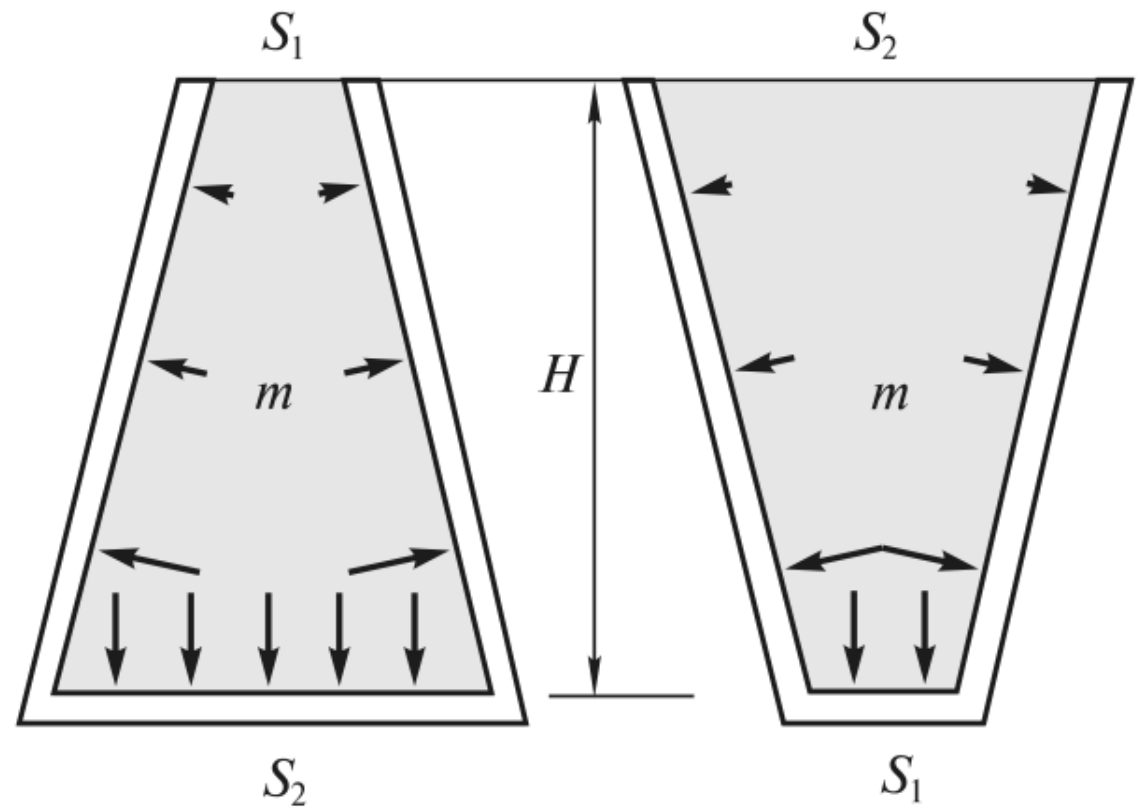
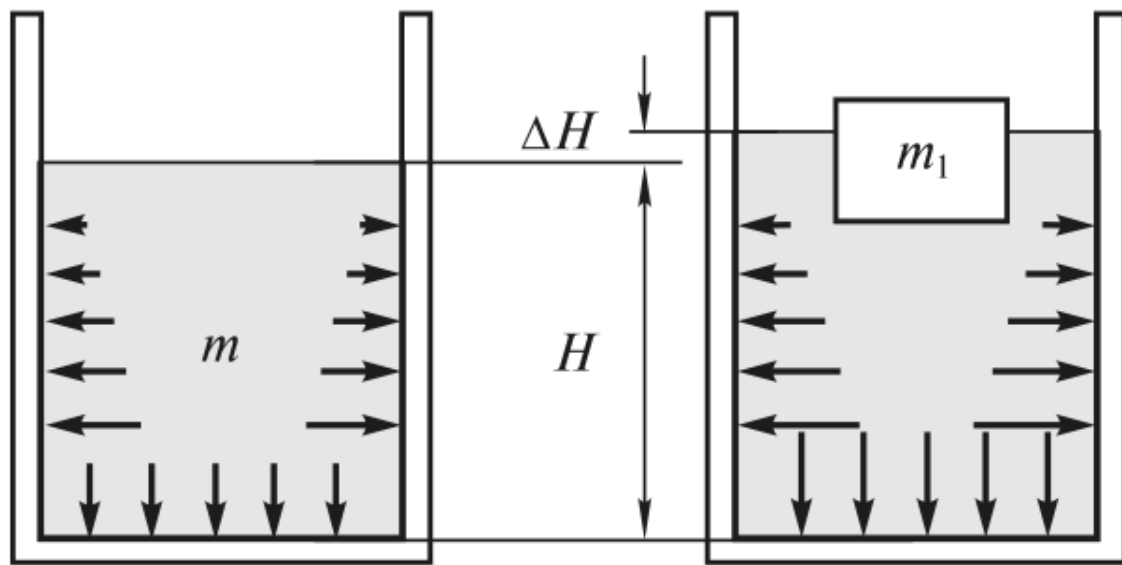
Закон Архимеда. На погружённое в жидкость (или газ) тело, действует выталкивающая направленная вертикально вверх сила и приложенная к центру масс жидкости (или газа), вытесненной телом, равная по модулю весу вытесненной этим телом жидкости (или газа).

Точка приложения выталкивающей силы – это **центр плавучести**.

M — **метацентр**, который является центром кривизны кривой $O''OO'$.



Давление на стенки сосуда



Стационарное течение жидкости (газа)

- Линии тока. Трубки тока.
- Идеальная жидкость. Течение идеальной жидкости.
- Уравнение Бернулли. Условие применимости уравнения Бернулли.
- Вязкость. Сила вязкого трения.
- Течение вязкой жидкости по трубе. Формула Пуазейля.

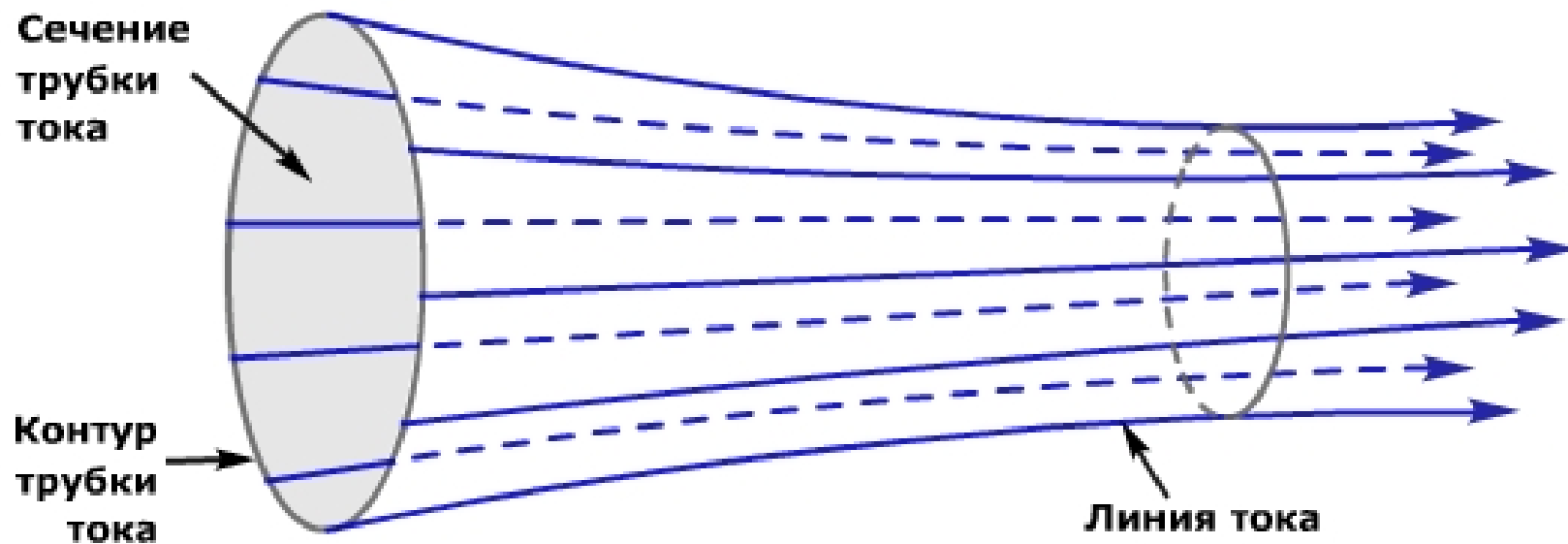
Идеальная жидкость, линии и трубки тока

Идеальная жидкость — жидкость, в которой при любых движениях не возникают касательные напряжения.

Идеальная жидкость — жидкость, лишенная вязкости.

Линии тока — линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением скорости частицы.

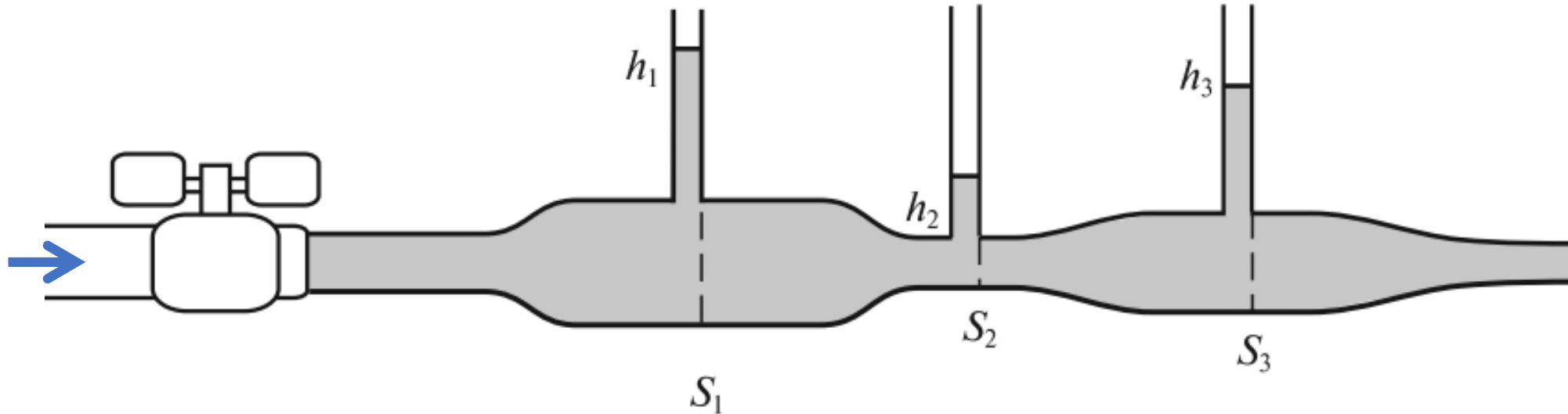
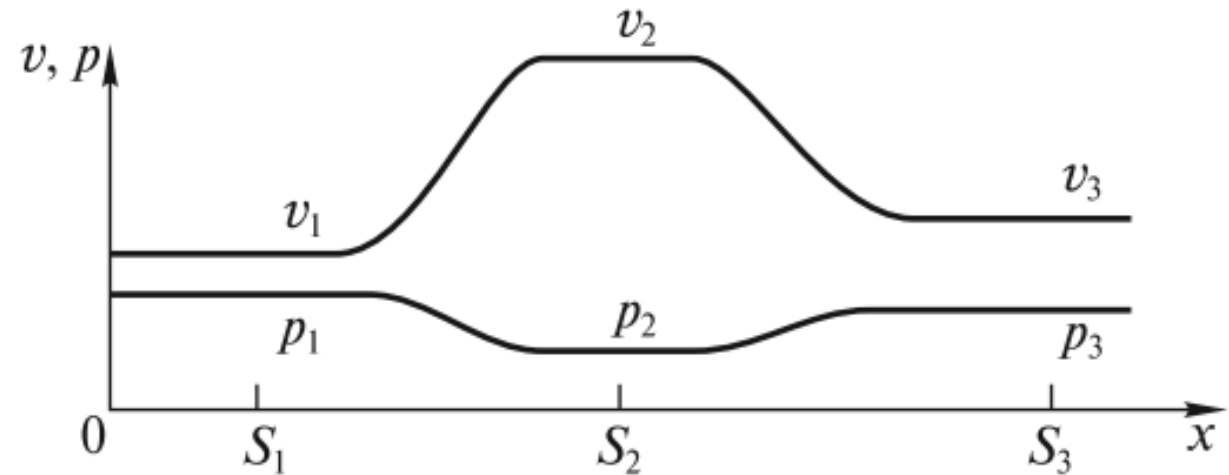
Трубка тока — область пространства, ограниченная замкнутой поверхностью, образованной семейством линий тока.



Условие несжимаемости

Если напор воды постоянный, то течение воды можно считать стационарным.

$$m = \rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2$$
$$V = v_1 S_1 = v_2 S_2$$



Уравнение Эйлера

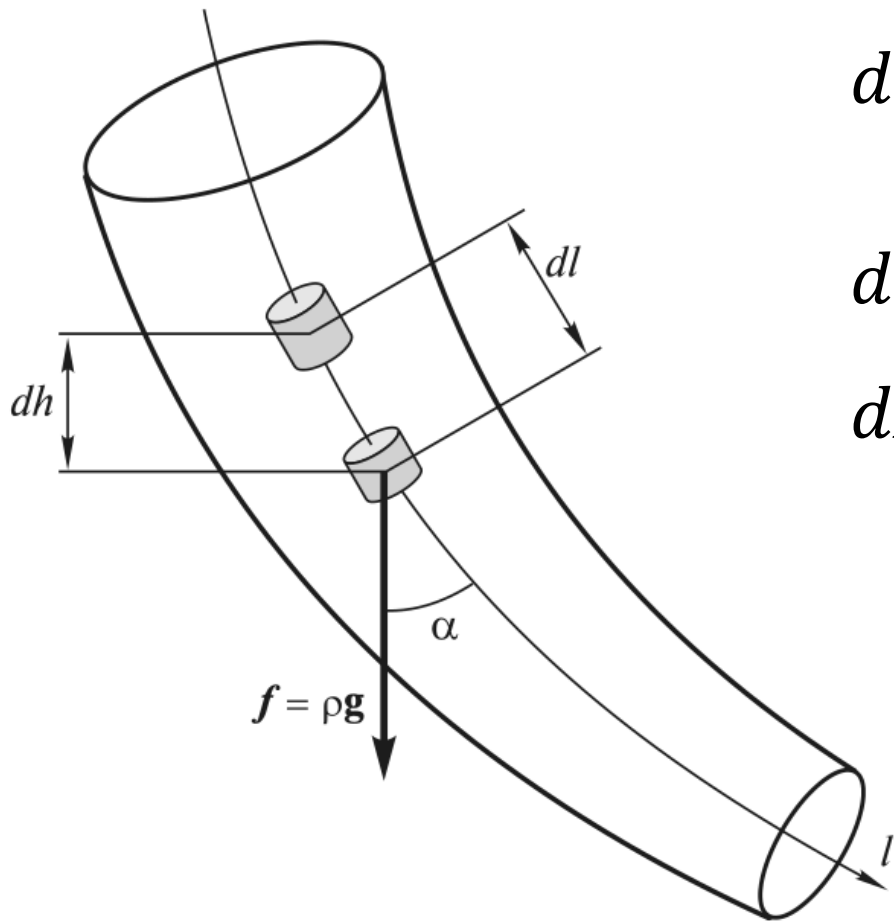
Найдем связь между скоростью и давлением. Для этого запишем второй закон Ньютона.

$$\rho \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + f_x \quad dv_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} dt + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + f_x$$

Уравнение Бернулли

При стационарном течении жидкости по трубе скорость \vec{v} не зависит от времени, а от координаты.



$$dT = dm \left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \rho (S_2 v_2^3 - S_1 v_1^3) dt$$

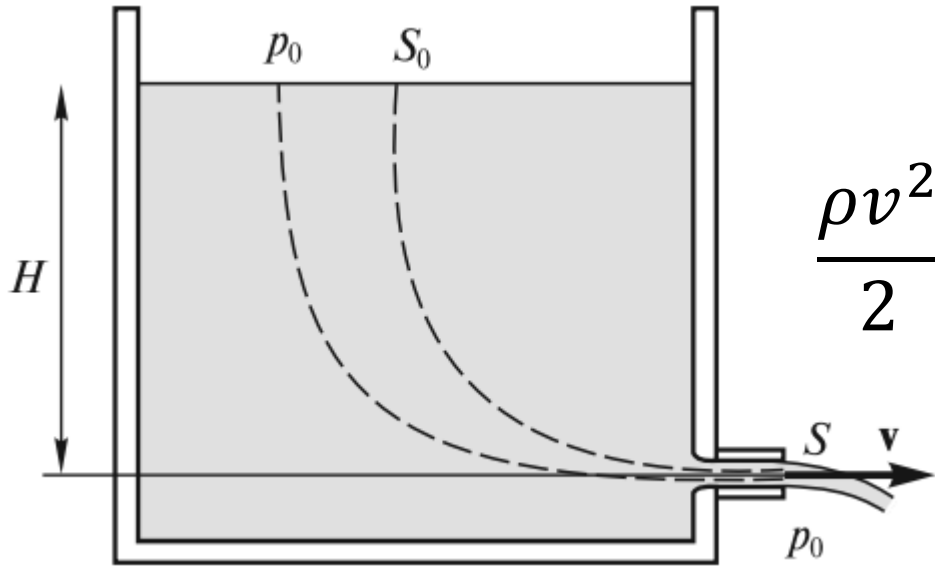
$$dU = dm g (h_2 - h_1) = \rho g (S_2 v_2 h_2 - S_1 v_1 h_1) dt$$

$$dA = p_1 S_1 v_1 dt - p_2 S_2 v_2 dt$$

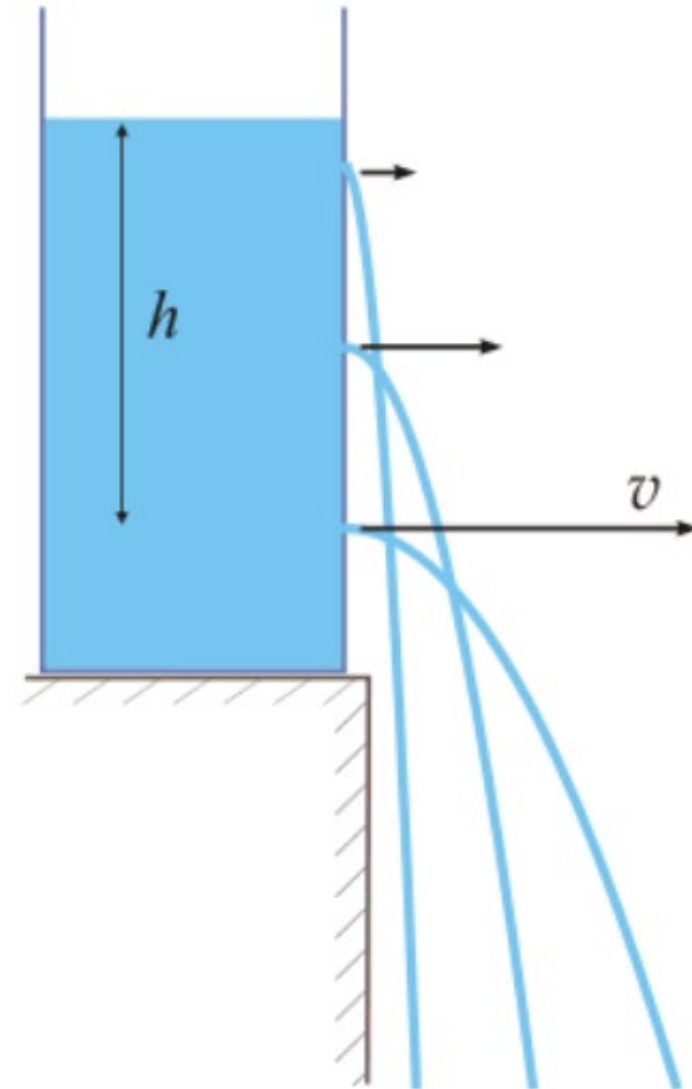
$$dT + dU = dA$$

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

Вытекание жидкости из сосуда



$$\frac{\rho v^2}{2} + p_0 = \frac{\rho v_0^2}{2} + p_0 + \rho g H$$

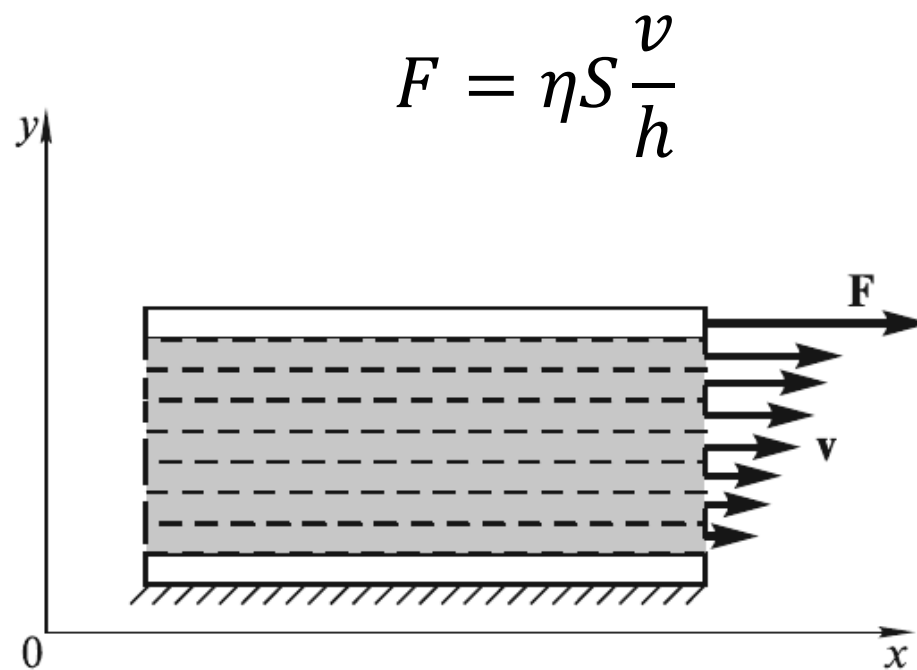
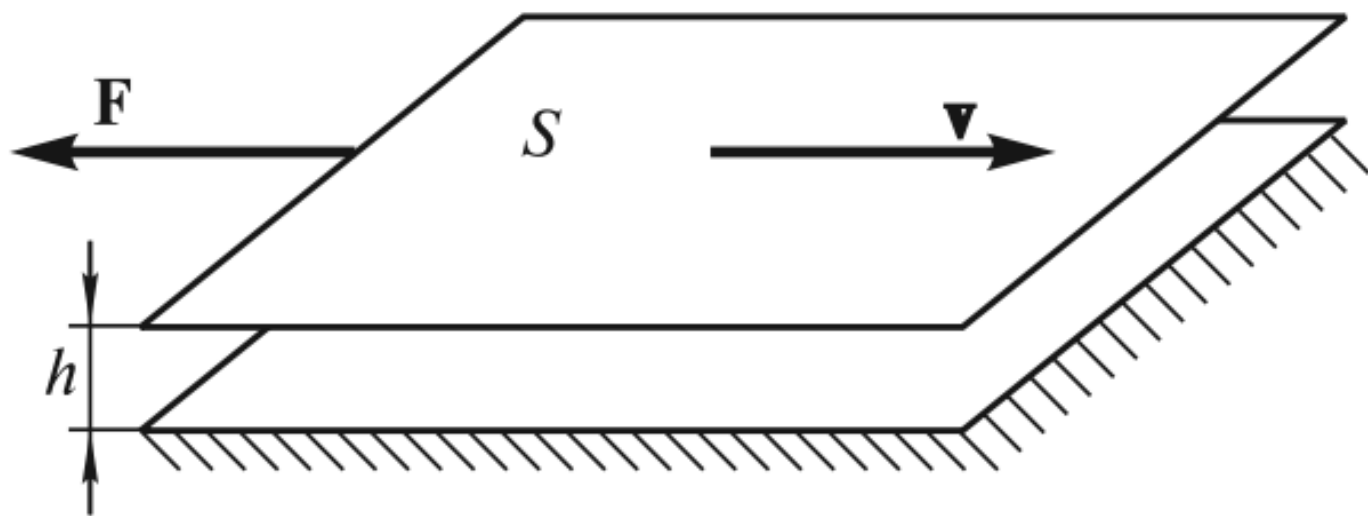


$$S \ll S_0 \Rightarrow v \gg v_0$$

$$v = \sqrt{2gH} \quad \text{Формула Торричелли}$$

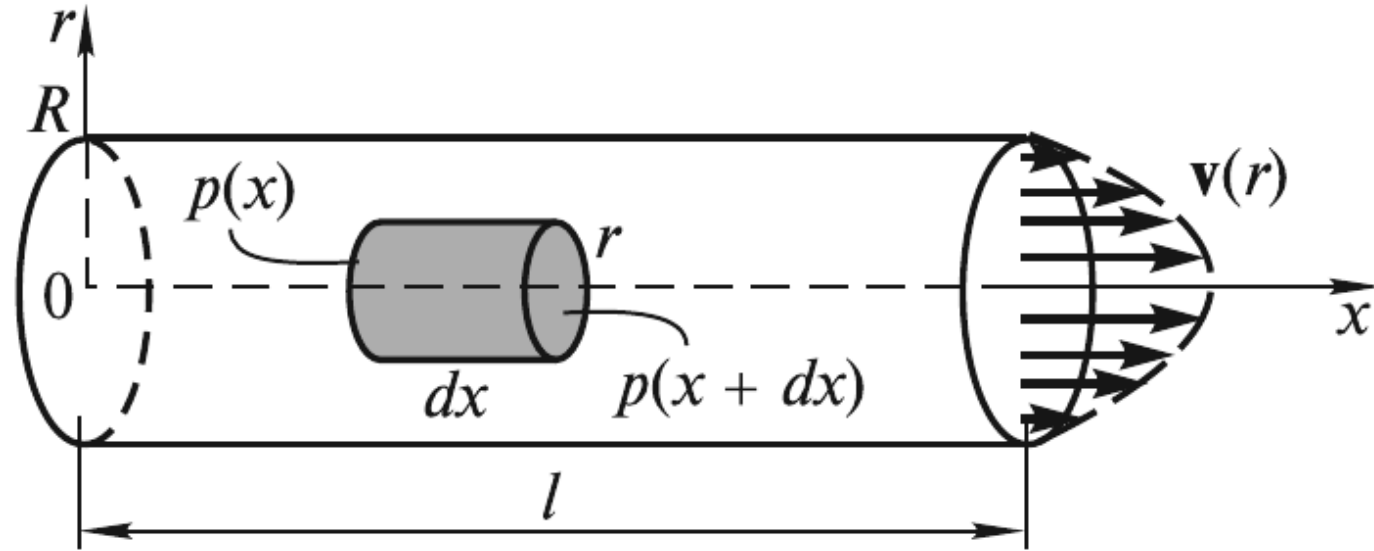
Сила вязкого трения

Еще Ньютон установил, что при движении со скоростью v верхней плоскости площадью S относительно нижней возникает сила вязкого трения F , направленная против движения (h очень мала):



$$F = \eta S \frac{v}{h}$$

Течение вязкой жидкости по трубе



$$v(r) = -\frac{1}{4\eta} \frac{dp}{dx} (R^2 - r^2)$$

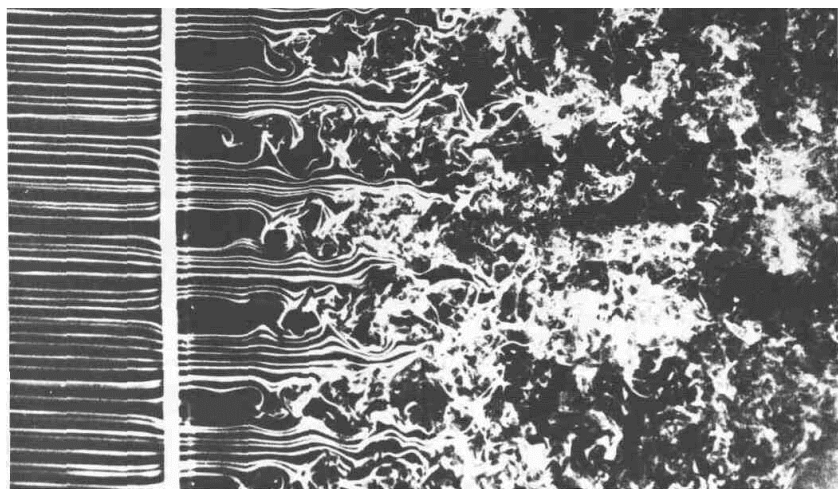
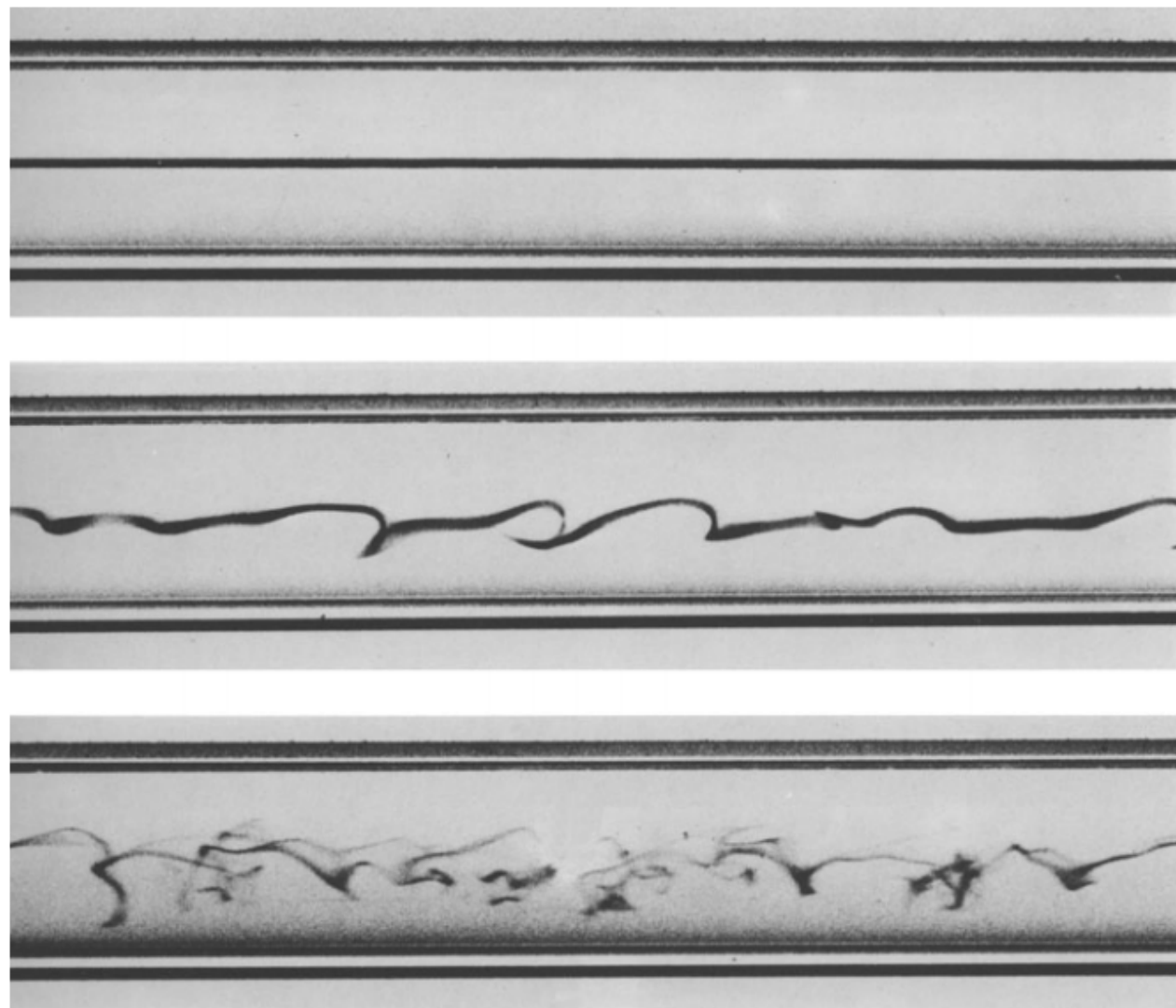
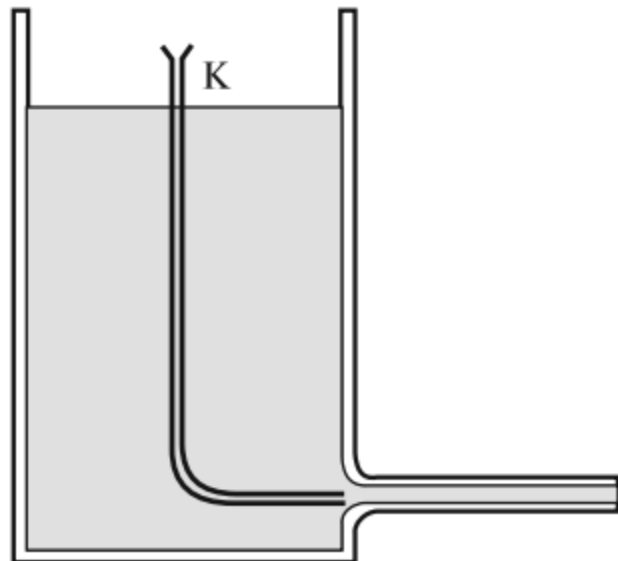
$$Q_V = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{l}$$

Формула Пуазейля

Ламинарное и турбулентное течение

- Ламинарное и турбулентное течение. Число Рейнольдса.
- Лобовое сопротивление при обтекании тел.
- Тело в потоке идеальной жидкости. Парадокс Даламбера.
- Тело в потоке вязкой жидкости. Пограничный слой.
- Циркуляция. Подъемная сила. Формула Жуковского. Эффект Магнуса.

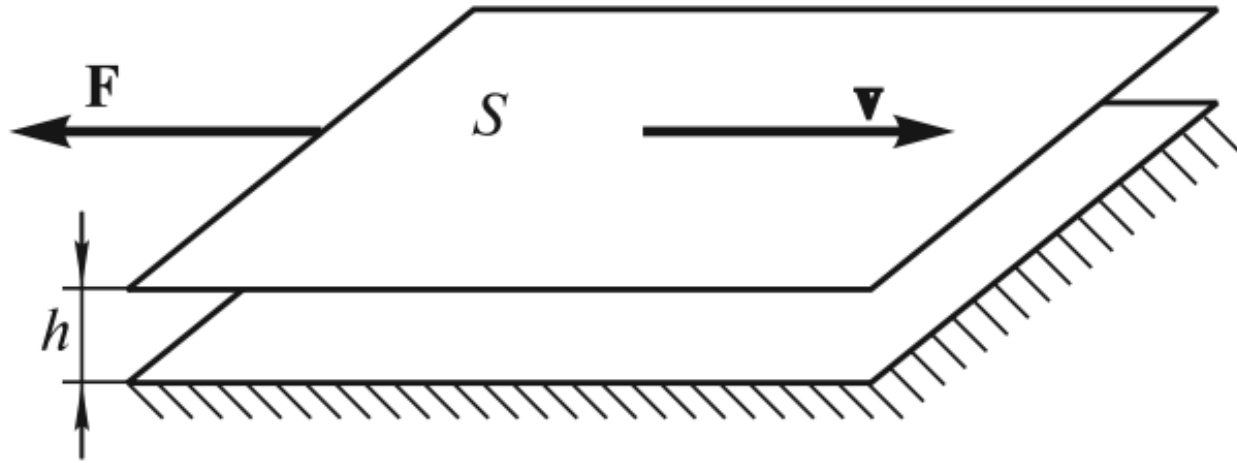
Ламинарное и турбулентное течение



Ламинарное и турбулентное течение

- **Ламинарное течение** — течение, при котором жидкость или газ перемещается слоями без перемешивания и пульсаций (то есть без беспорядочных быстрых изменений скорости и давления).
- **Турбулентное течение** — течение жидкости или газа, при котором частицы жидкости совершают неупорядоченные, хаотические движения по сложным траекториям, а скорость, температура, давление и плотность среды испытывают хаотические флуктуации.

Число Рейнольдса



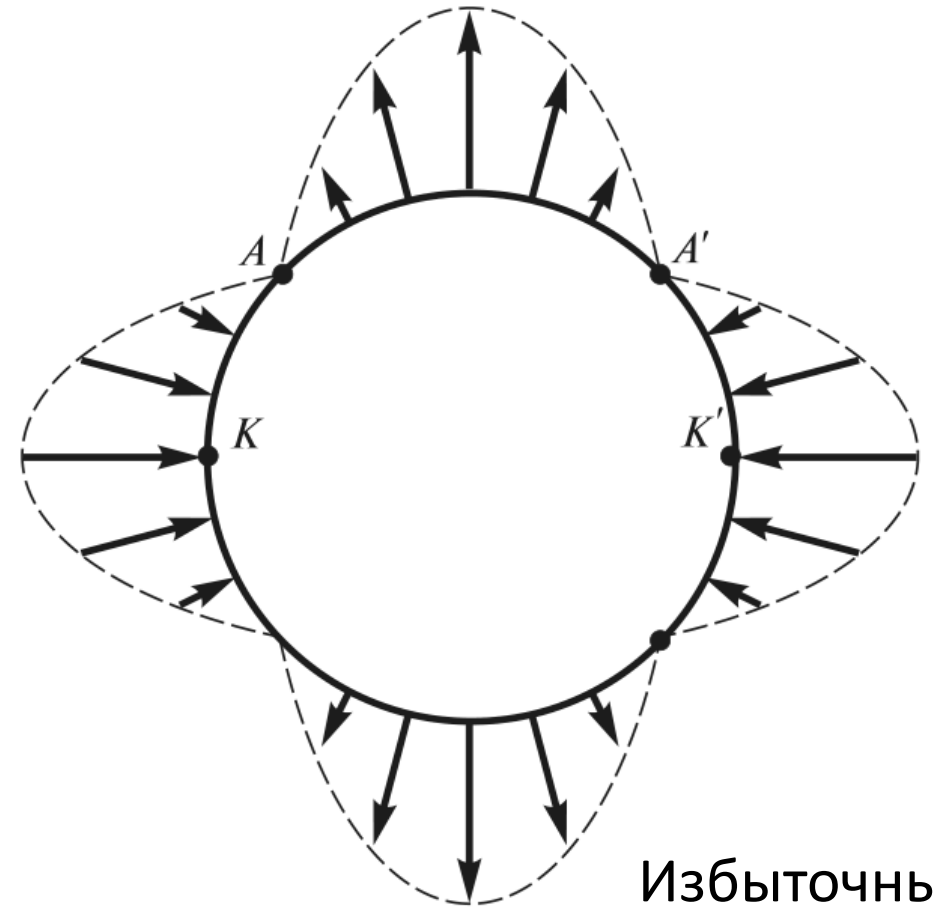
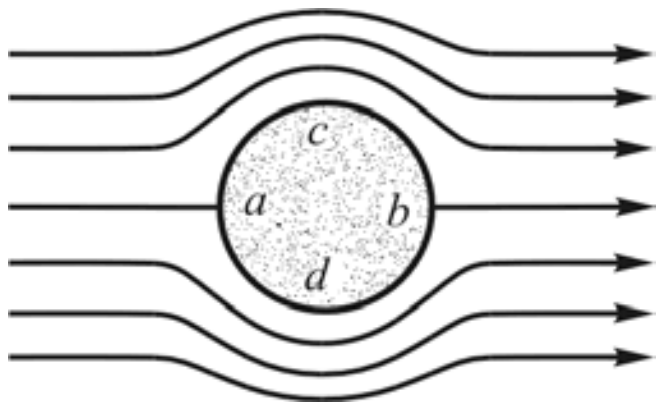
$$F = \eta S \frac{v}{h}$$

$$Re = \frac{\rho v R}{\eta}$$

Чем меньше Re , тем большую роль в движении жидкости играют силы вязкости.

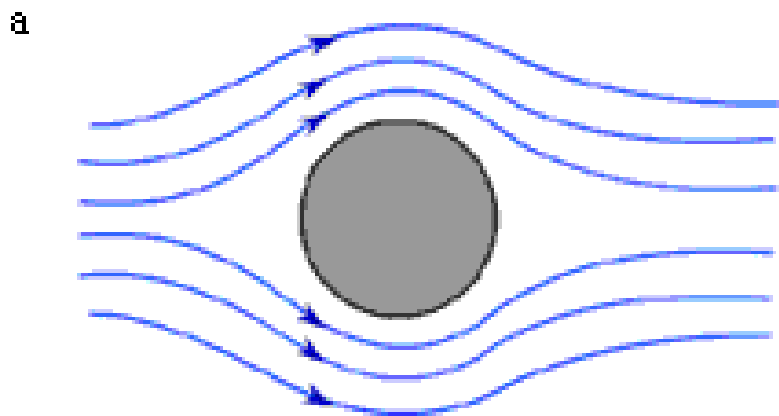
Тело в потоке идеальной жидкости

Парадокс Д'Аламбера — в идеальной жидкости при плавном обтекании твёрдого тела результирующая сила равна нулю (сила сопротивления равна нулю).



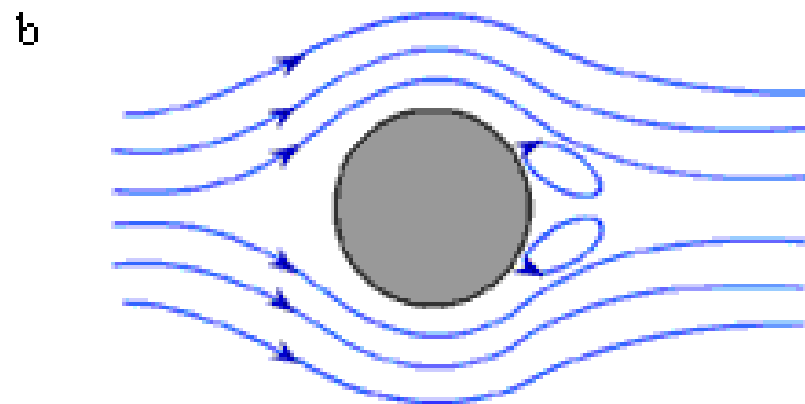
Избыточные
давления

Тело в потоке вязкой жидкости



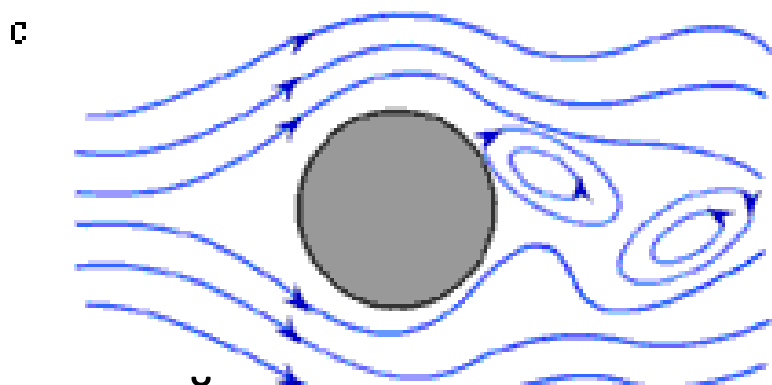
Ламинарный режим, $Re < 1$

$Re = 10^{-2}$



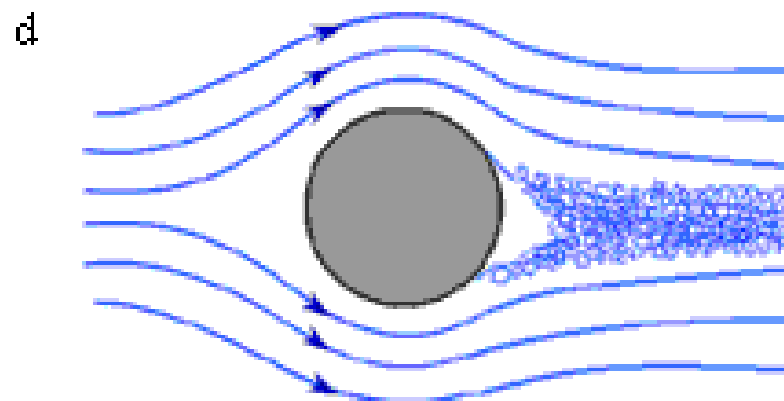
Первая стадия неустойчивости

$Re = 20$



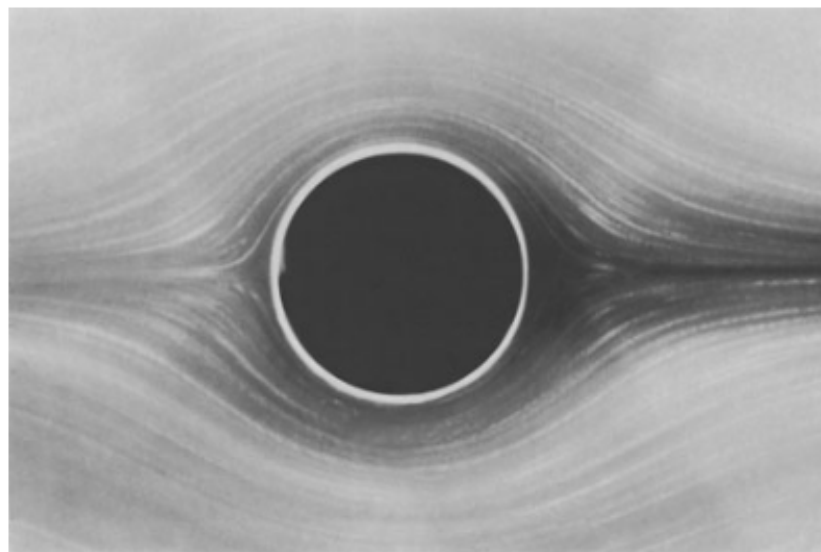
Вторая стадия неустойчивости
(вихревая дорожка Кармана)

$Re = 200$

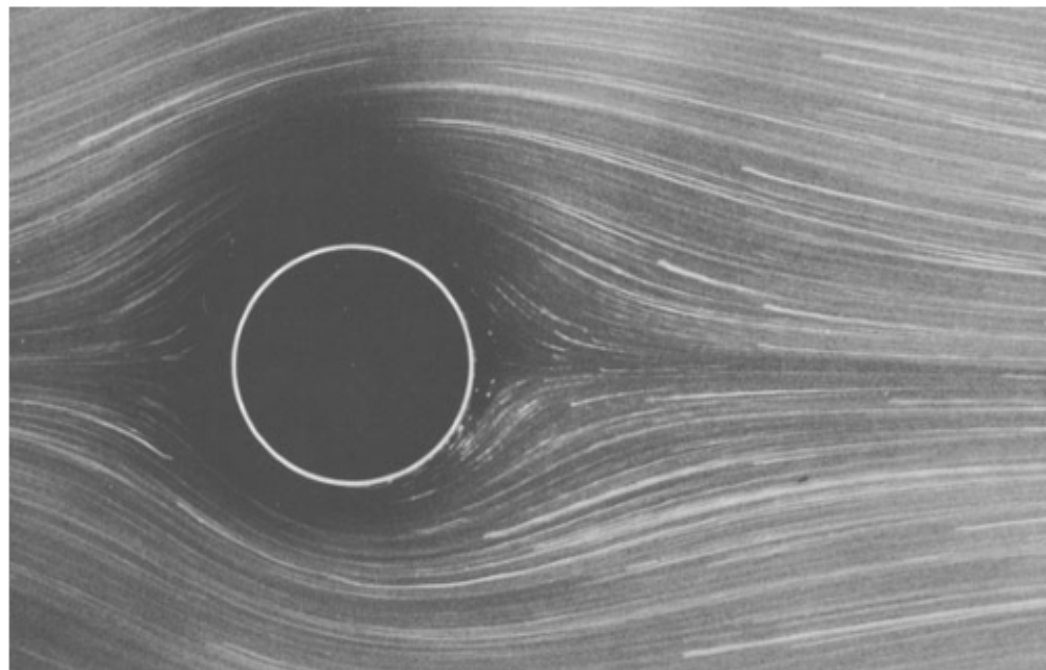


Развитая турбулентность

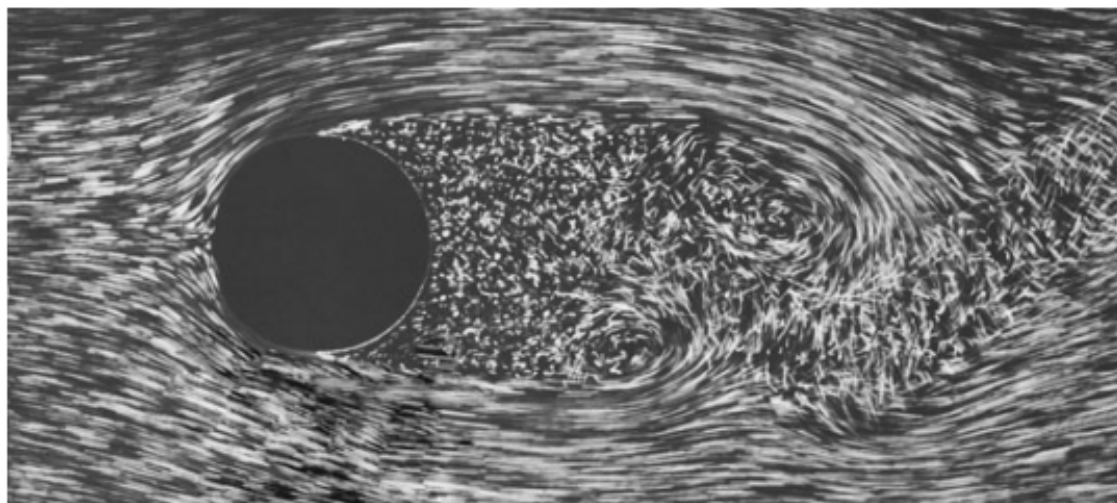
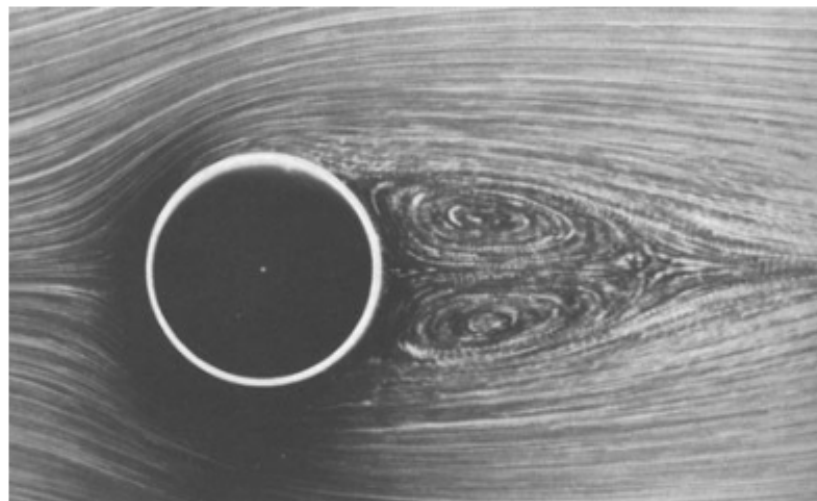
$Re = 10^2$



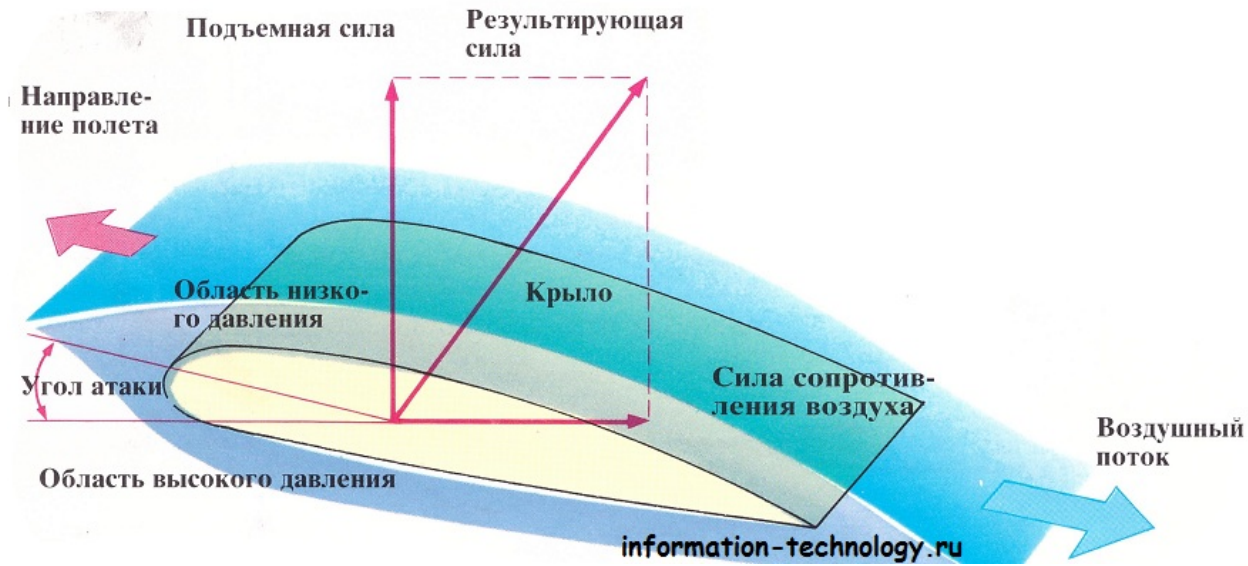
a



б

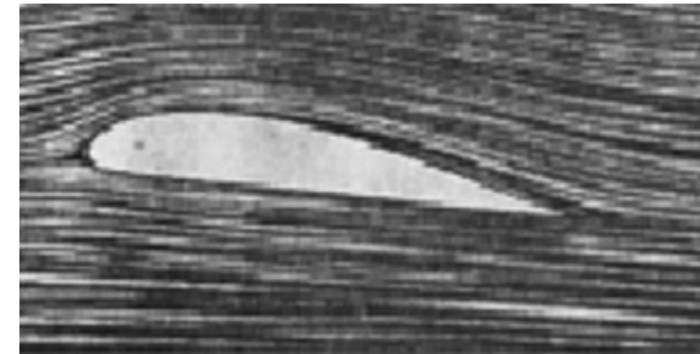
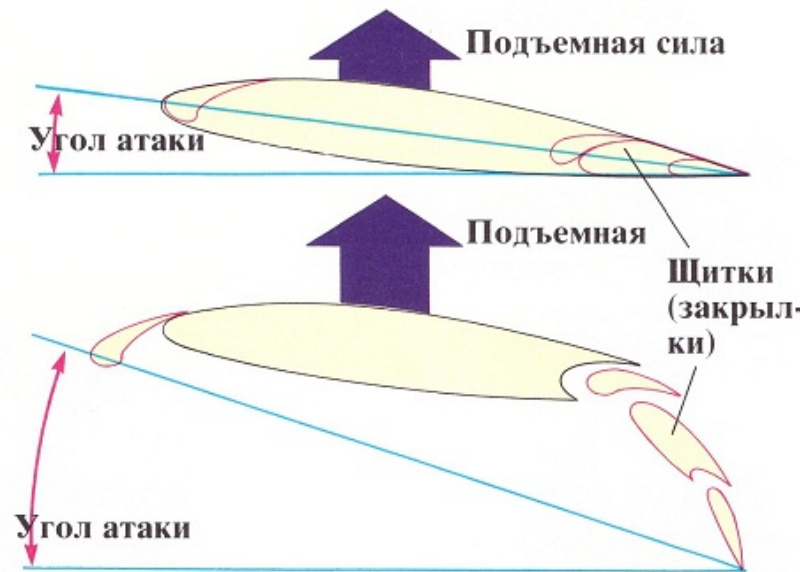


Подъемная сила

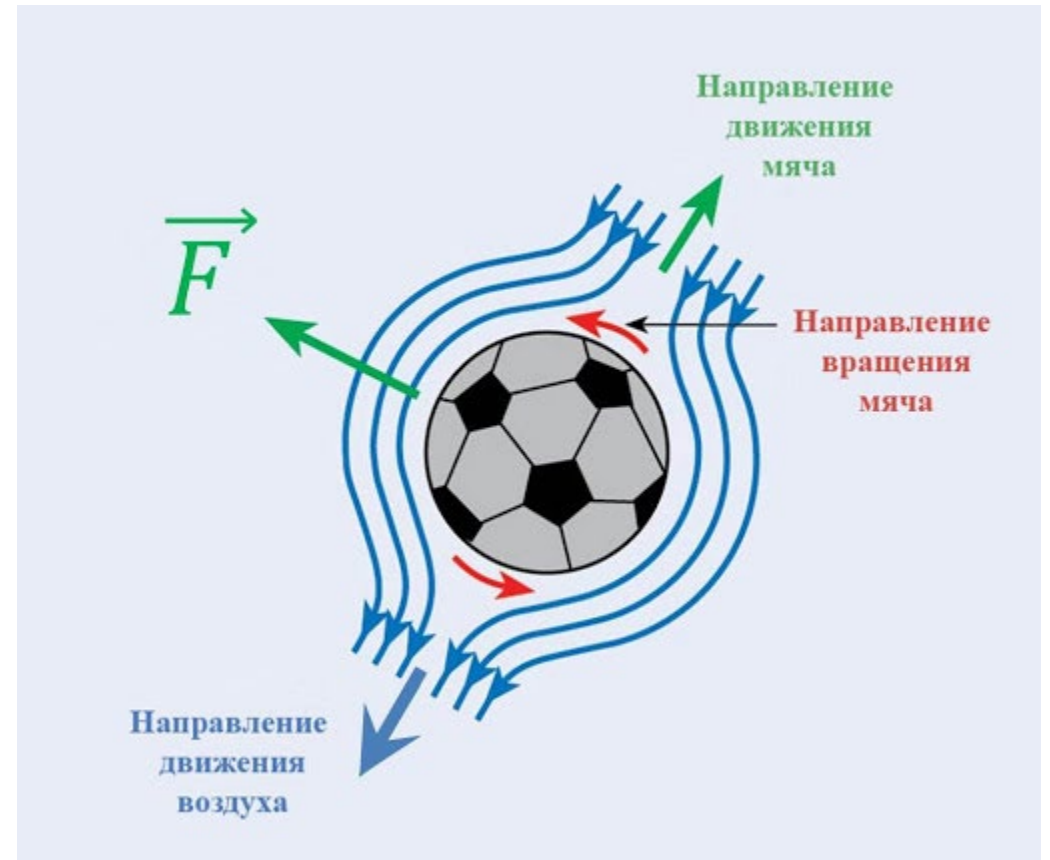
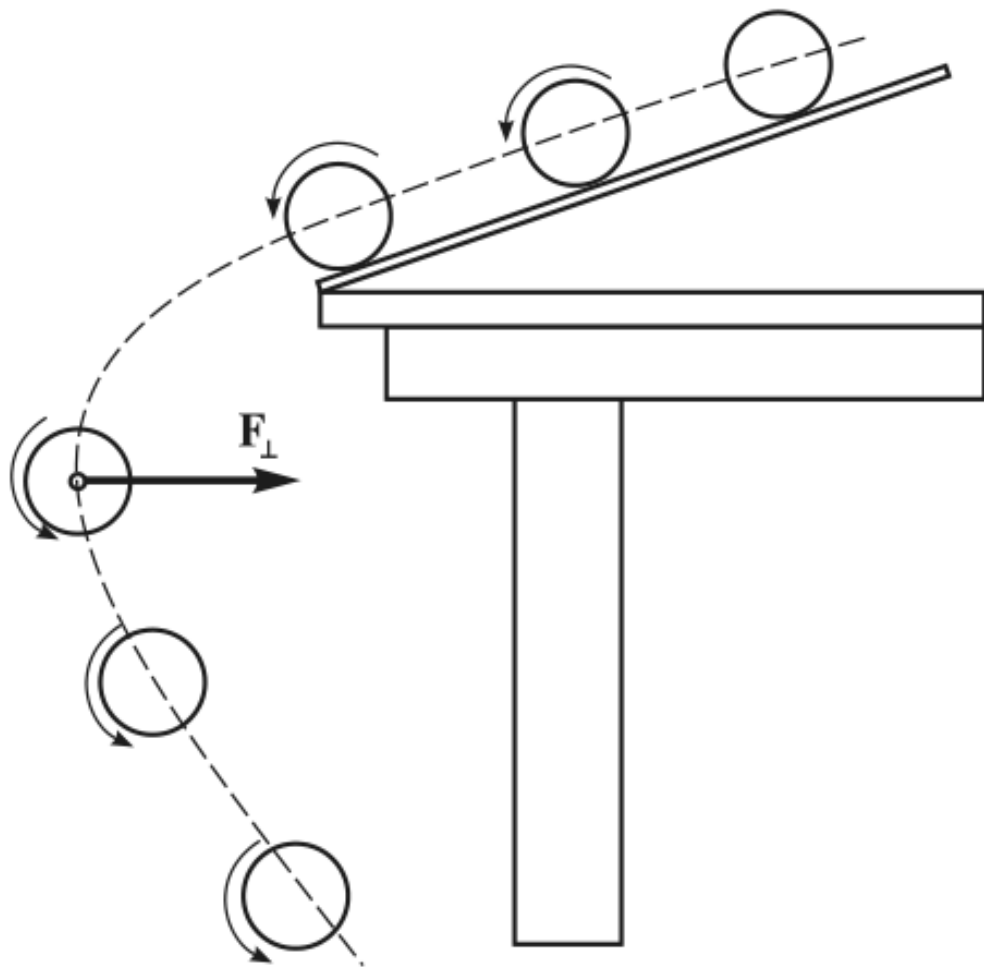


Формула Жуковского

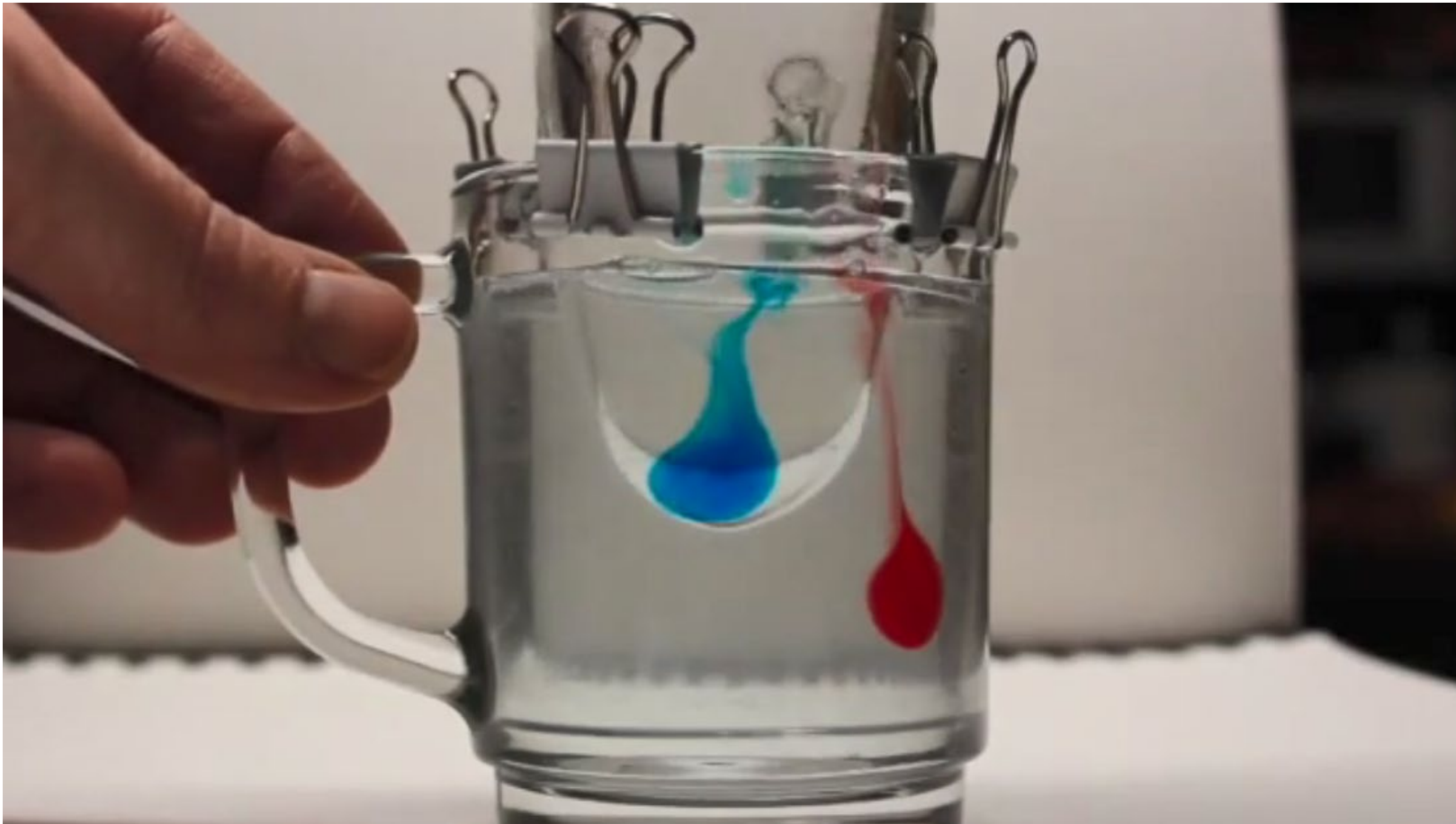
$$F_{\perp} = \rho v L \Gamma$$



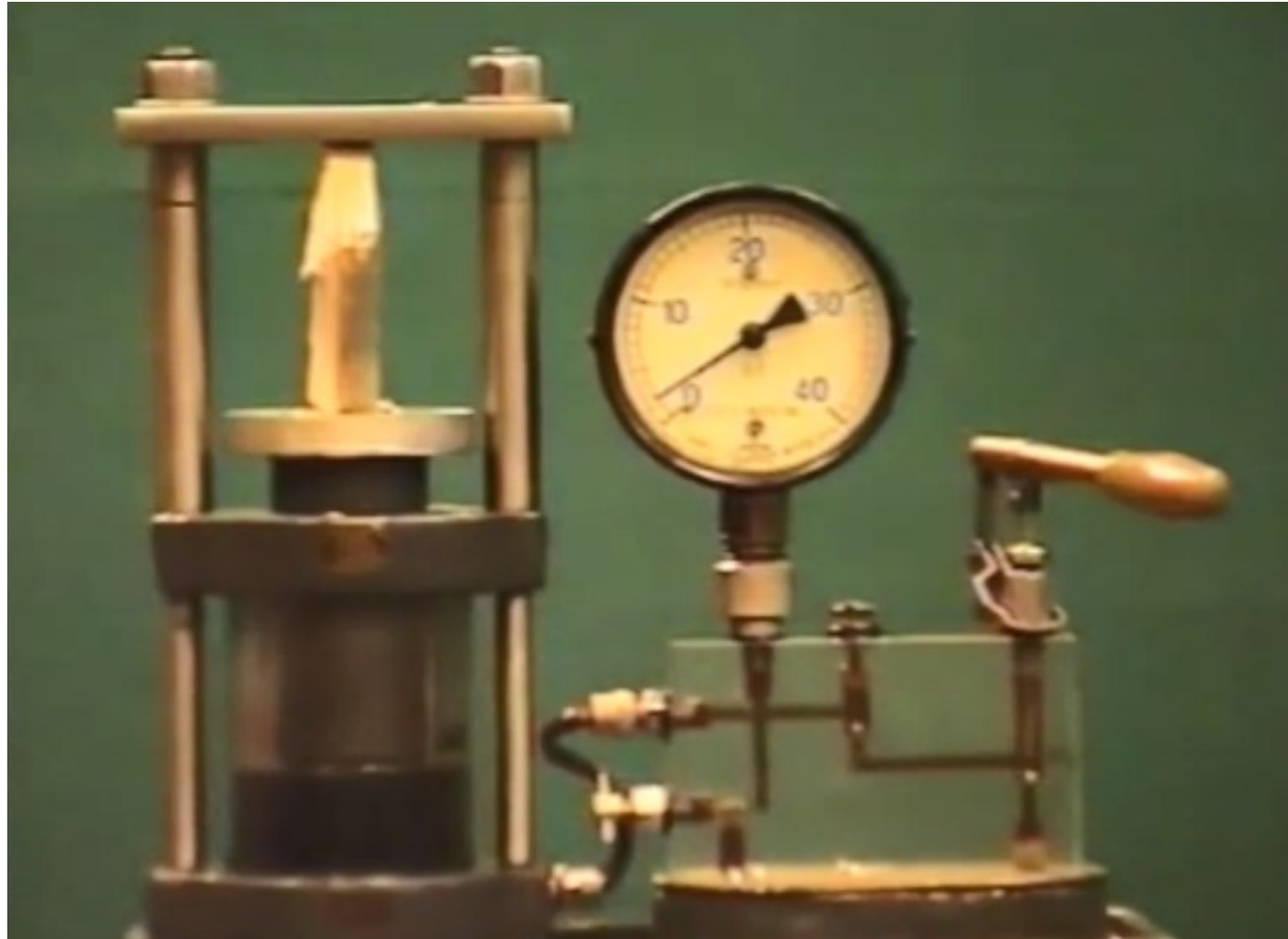
Эффект Магнуса



Обратимость ламинарного течения



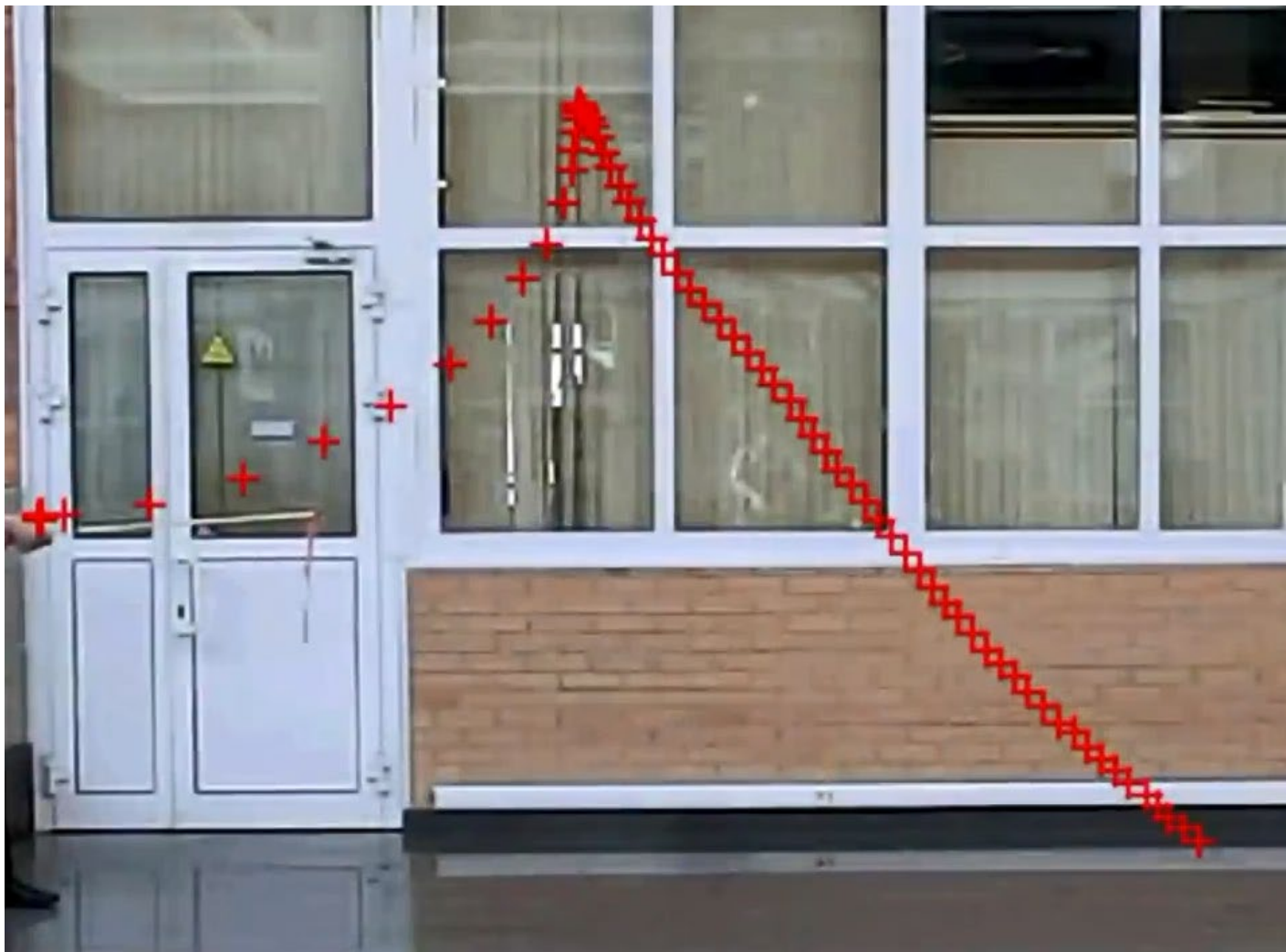
Гидравлический пресс



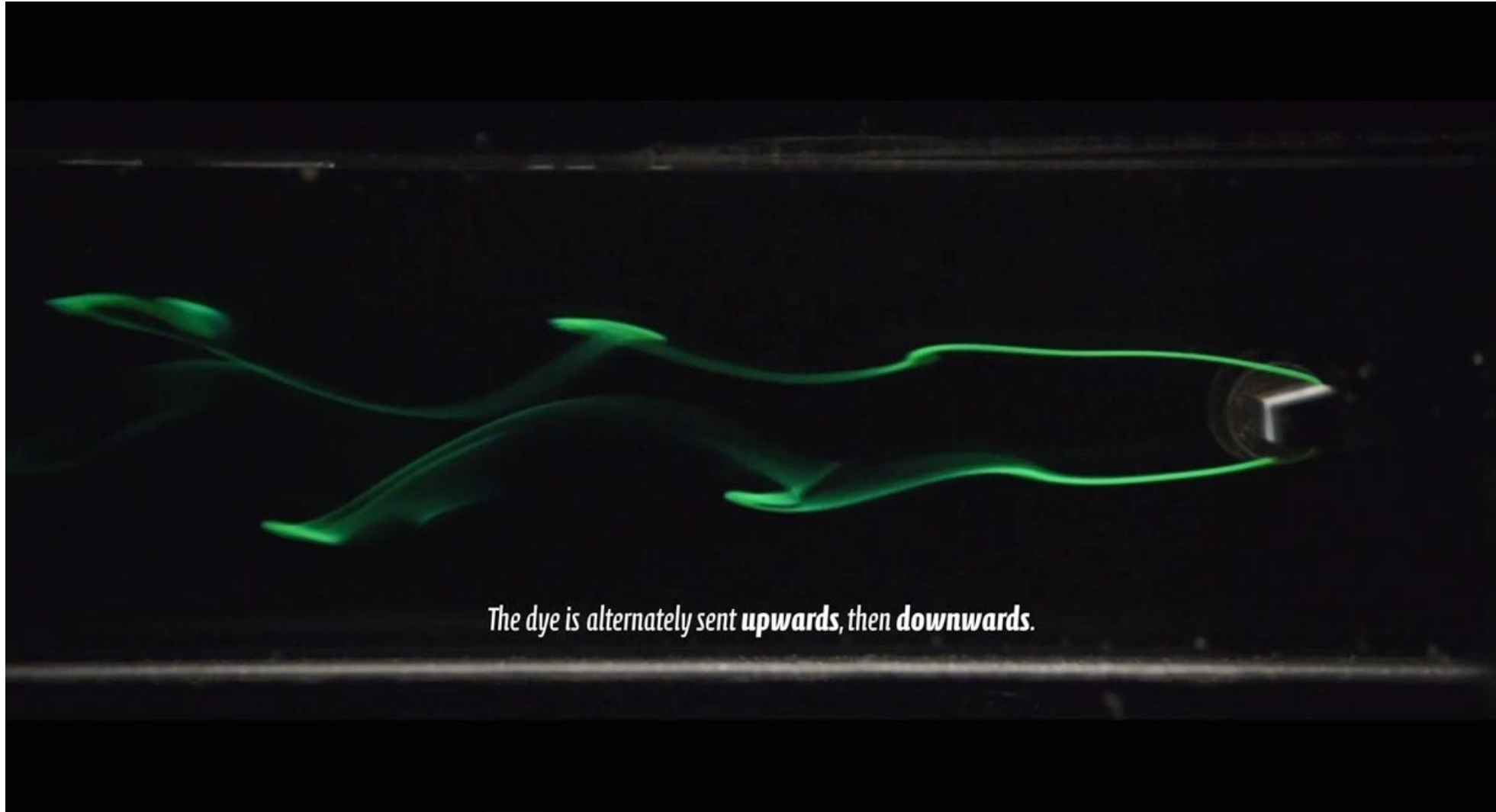
Закон Бернулли



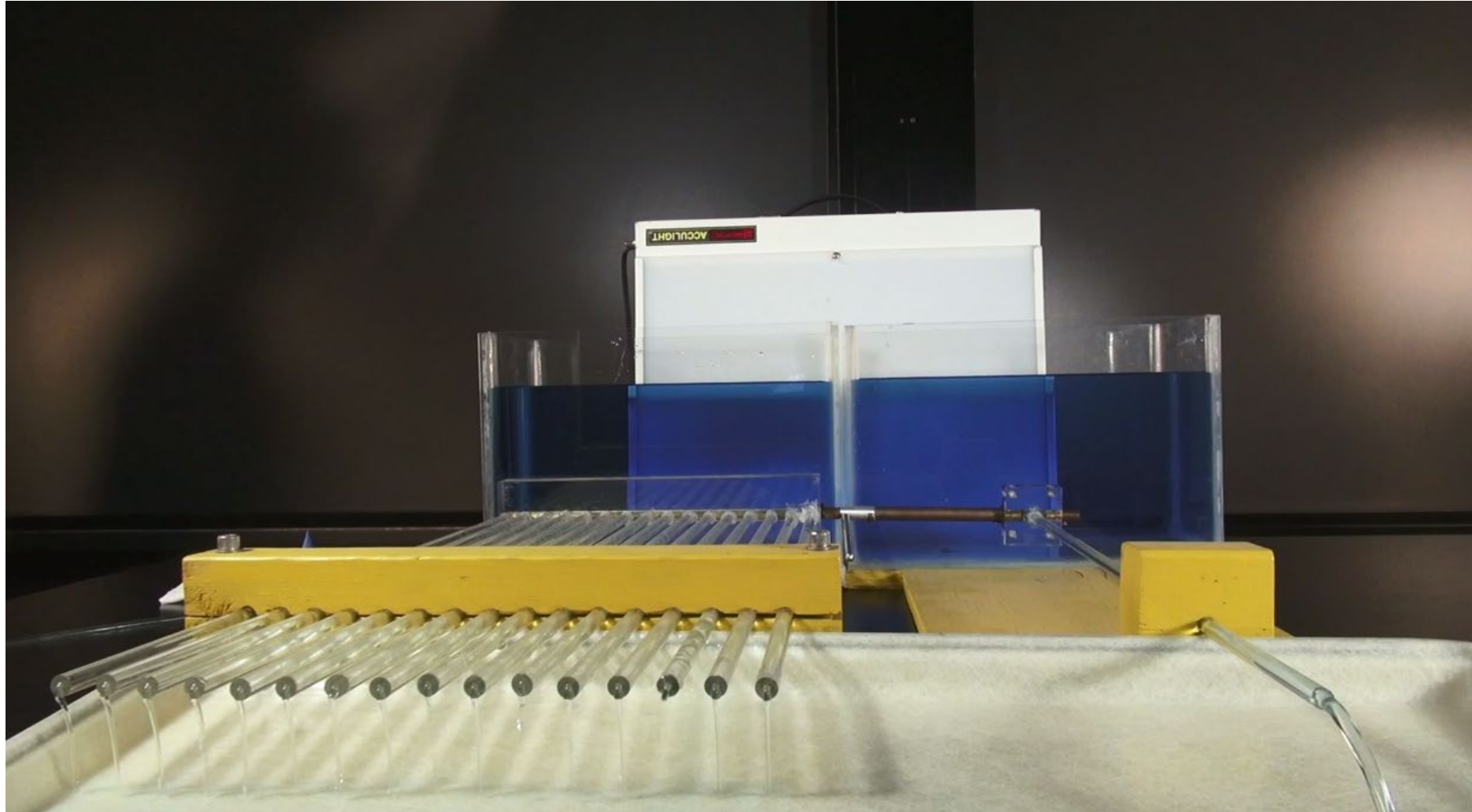
Эффект Магнуса



Переход от ламинарного течения к турбулентному



Формула Пуазейля



Теннисный шарик в воздушной струе

