

Механика

Лекция 7



План лекции

- Поступательное, вращательное и плоское движение твердого тела.
- Мгновенная ось вращения.
- Движение твердого тела с одной закрепленной точкой. Теорема Эйлера.
- Свободное движение твердого тела.

Кинематика твердого тела

Механика твердого тела, как и механика материальной точки, включает два основных раздела: кинематику и динамику.

Задача кинематики – описать движение твердого тела и, исходя из закона движения, определить положение, скорость и ускорение любой точки.

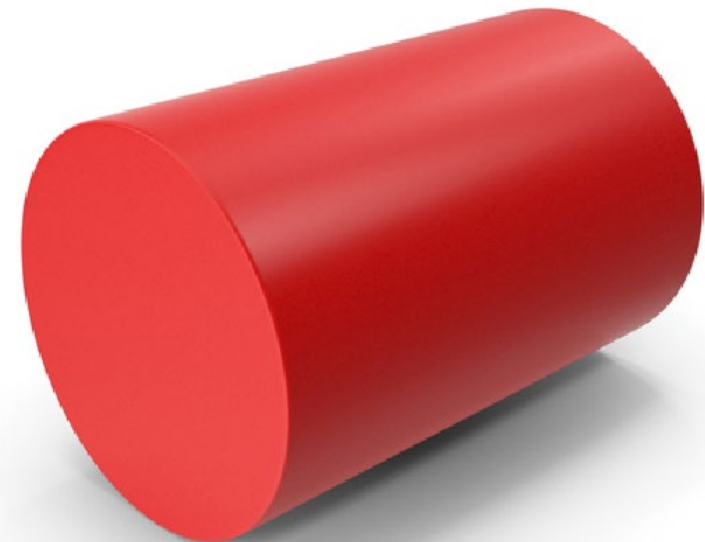
На первый взгляд **задача очень сложная !!!**

Облегчающее обстоятельство заключено в модели **«абсолютно твердого тела»**

Абсолютно твердое тело

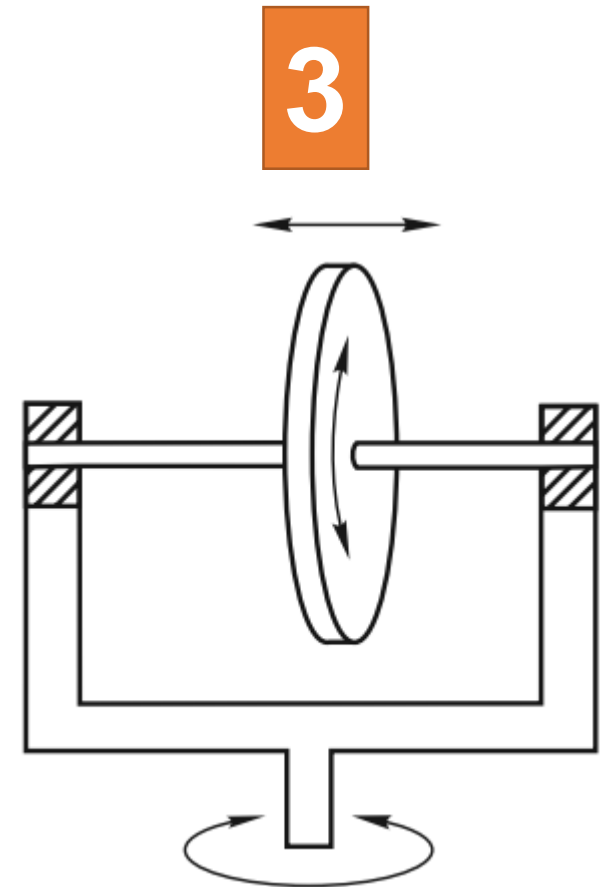
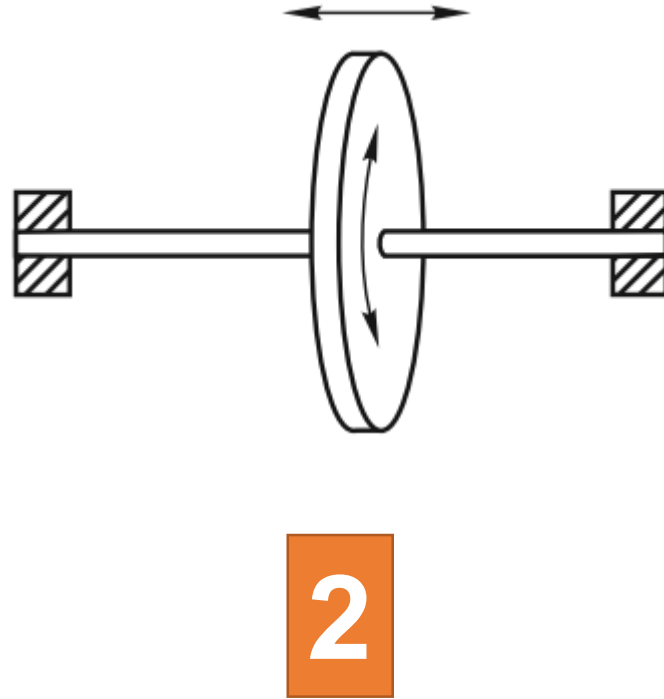
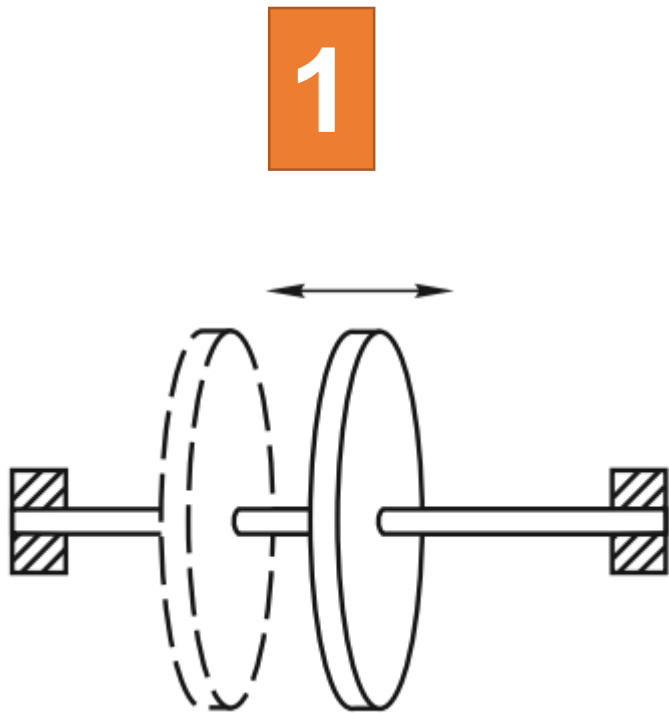
Абсолютно твердое тело – тело у которого расстояние между двумя любыми материальными точками которого можно считать постоянными (не изменяется со временем) в условиях данной задачи, т.е. **твердое тело не деформируется.**

Далее мы будем вместо термина «абсолютно твердое тело» использовать термин «твердое тело».



Число степеней свободы

Число степеней свободы – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

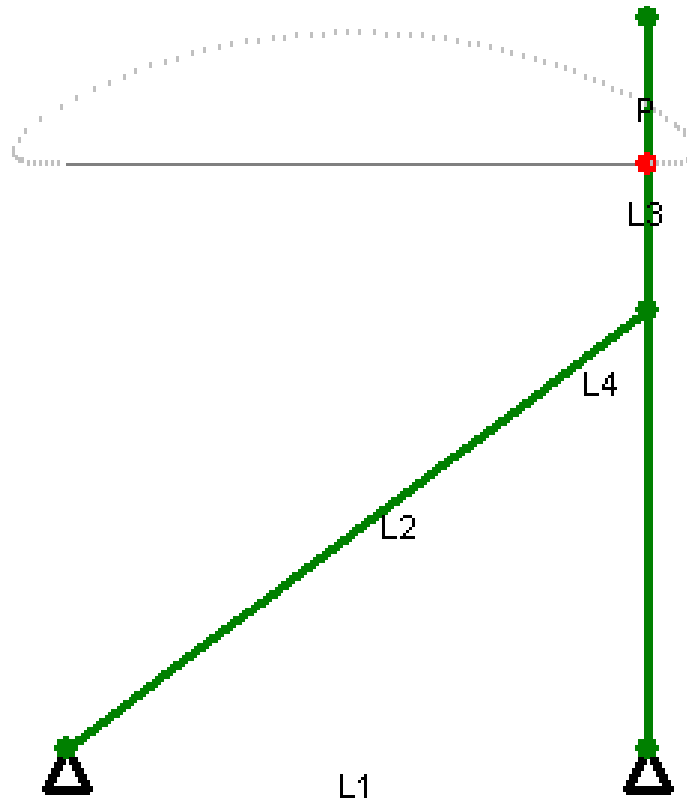


Число степеней свободы

Число степеней свободы – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

1

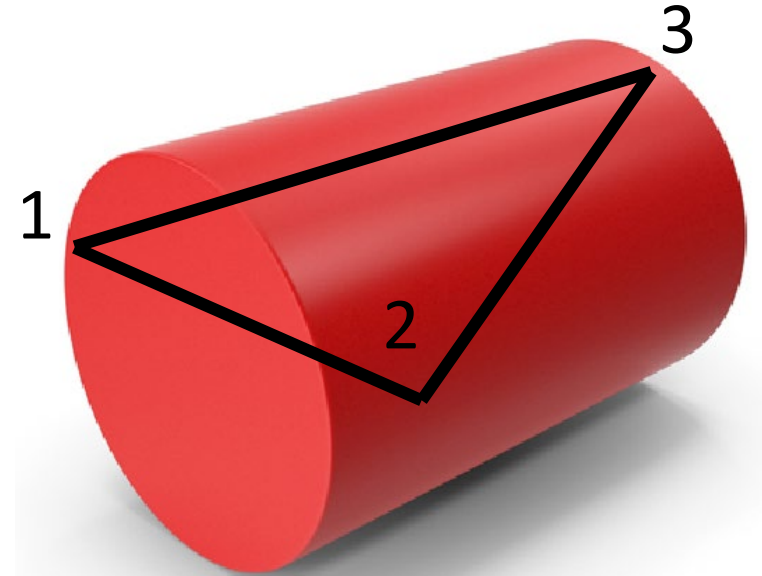
Механизм
Чебышёва



Число степеней свободы

Число степеней свободы – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

Для того, чтобы однозначно определить положение твердого тела в пространстве, нужно задать координаты трех его точек, не лежащих на одной прямой.



$$l_{ij}^2 = (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2$$

Виды движения твердого тела

При анализе движения твердого тела обычно выделяют специальные случаи движения:

- Поступательное движение
- Вращательное движение
- Плоское (плоскопараллельное) движение
- Движение твердого тела с одной неподвижной точкой
- Движение свободного твердого тела

Поступательное движение

Поступательным называется такое движение, при котором любой отрезок тела движется, оставаясь параллельным своему первоначальному положению.

Три степени свободы.



Поступательное движение



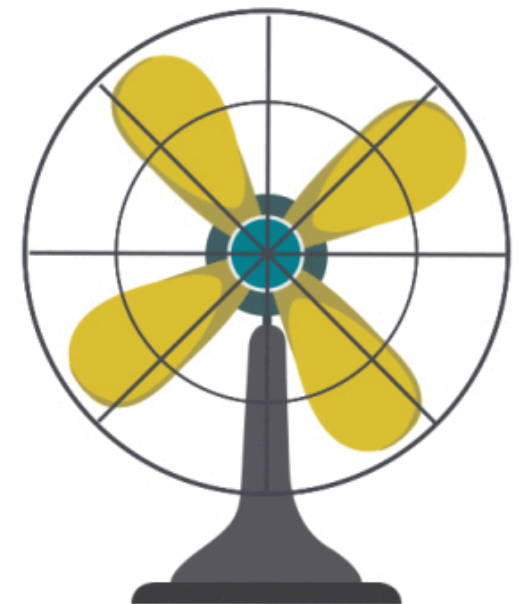
Вращательное движение

Вращательным движением относительно оси называется такое движение, при котором траектории всех точек тела являются окружностями с центрами, лежащими на одной прямой, называемой осью вращения.

Одна степень свободы.

Угловая скорость $\vec{\omega}$ связана с линейной скоростью любой точки тела \vec{V}_i соотношением $\vec{V}_i = [\vec{\omega} \times \vec{r}_i]$

Угловое ускорение $\vec{\beta}$: $\vec{a}_i = [\vec{\beta} \times \vec{r}_i] + [\vec{\omega} \times \vec{V}_i]$

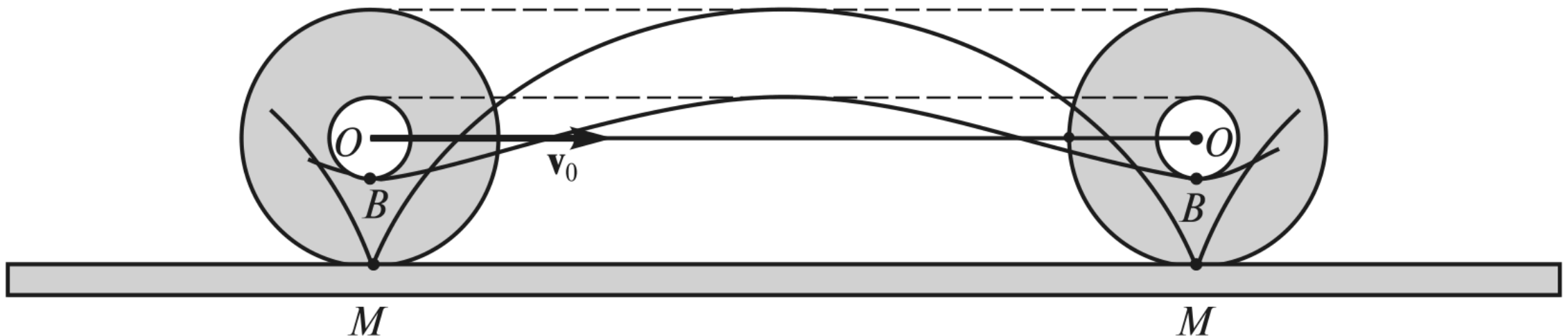


Плоское движение

Плоским движением твердого тела называется такое движение, при котором траектории всех его точек лежат в параллельных плоскостях.

Три степени свободы.

Можно рассматривать как суперпозицию поступательного и вращательного движений.

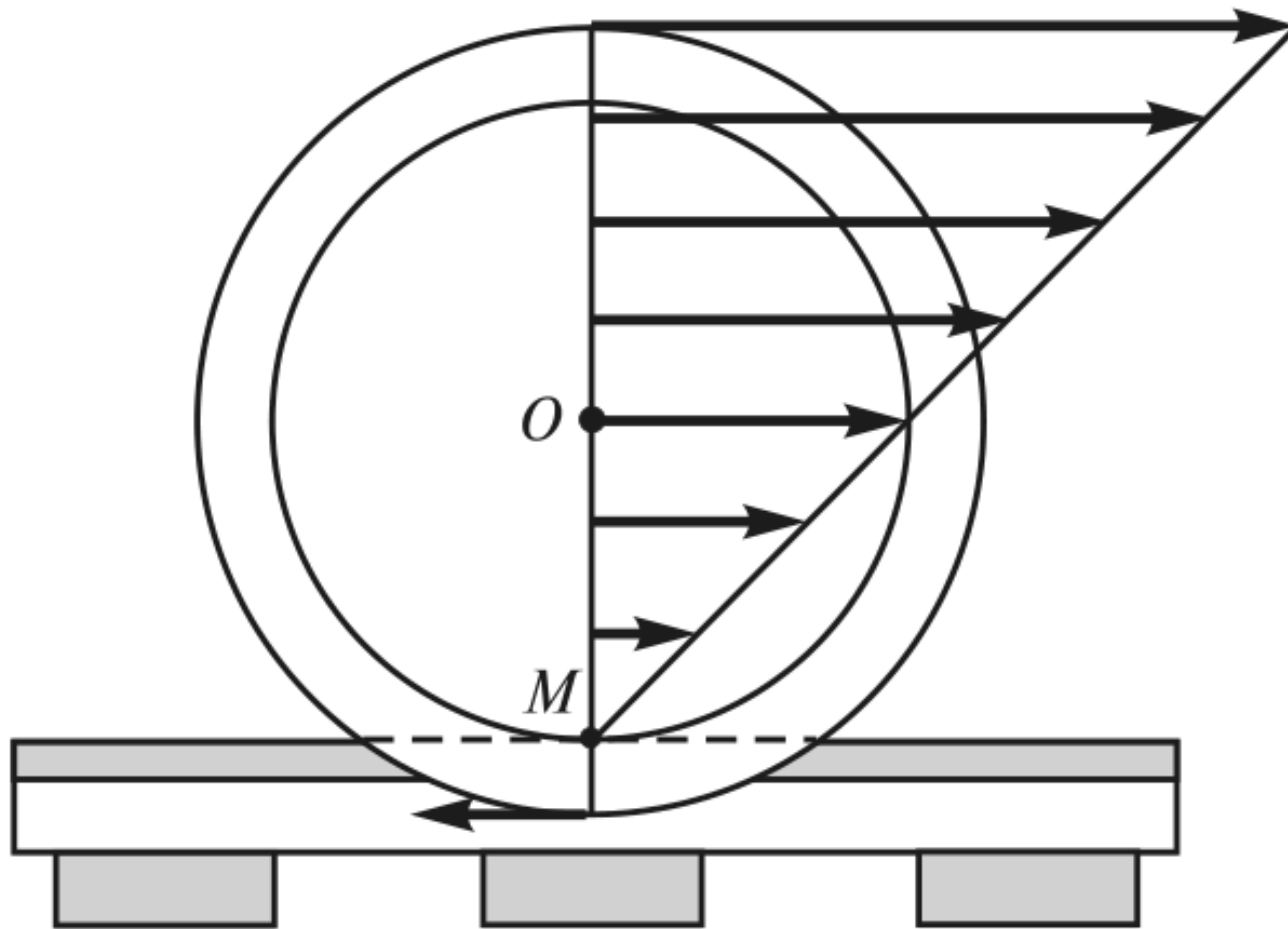


Мгновенная ось вращения

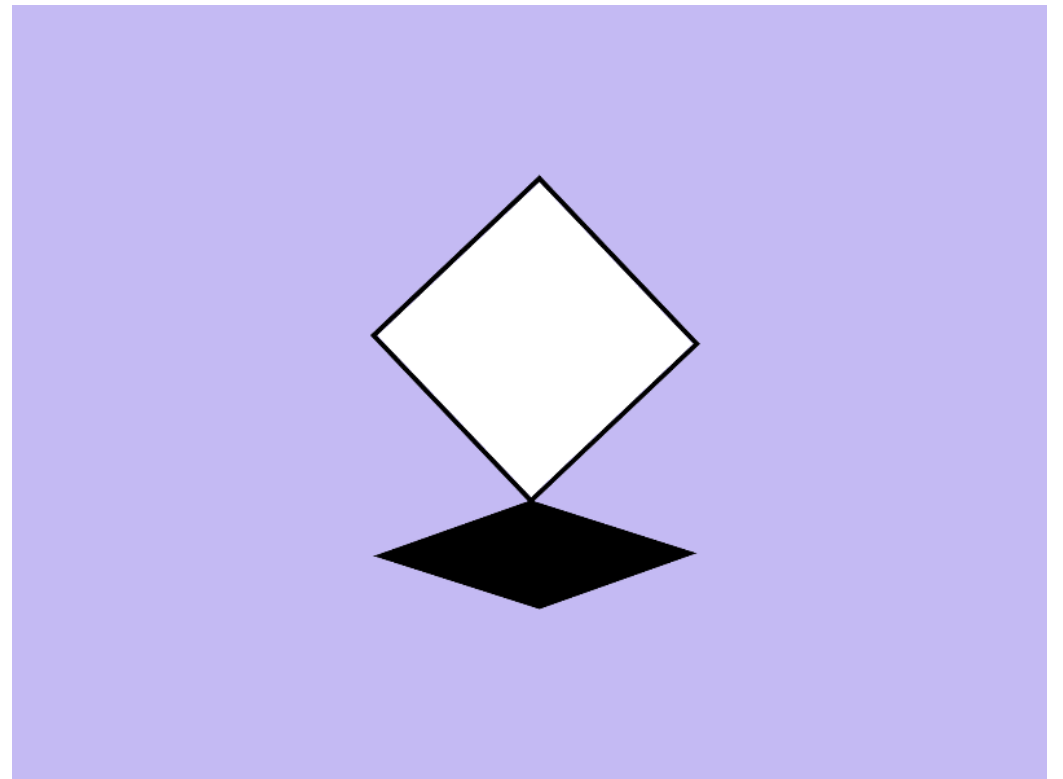
Мгновенная ось вращения – ось вращения, относительно которой в течение бесконечно малого интервала времени можно представить движение абсолютно твердого тела, как "чистый" поворот.

Мгновенная ось вращения твердого тела – покоящаяся в лабораторной системе отсчета ось, относительно которой поступательная скорость тела равна нулю.

Мгновенная ось вращения



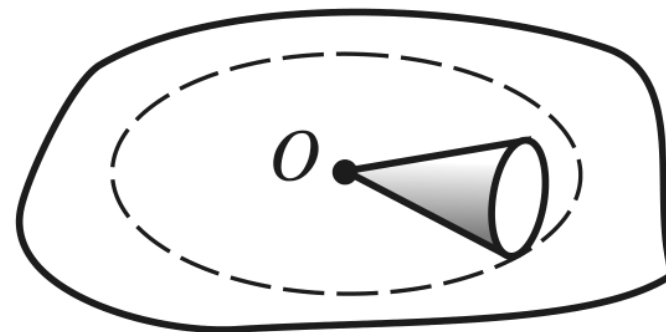
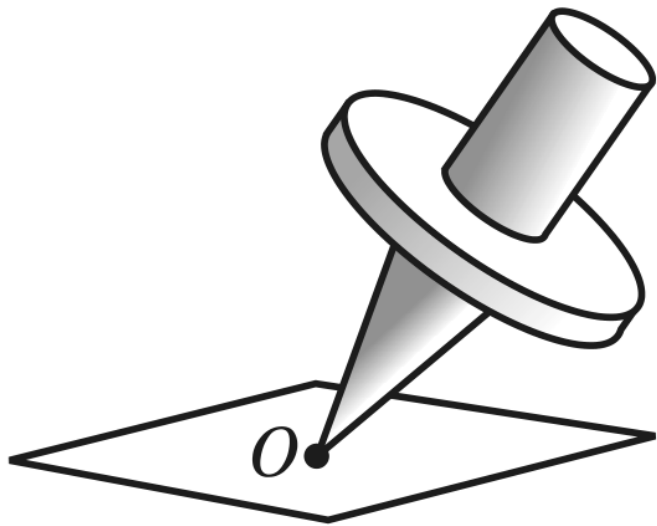
Плоское движение



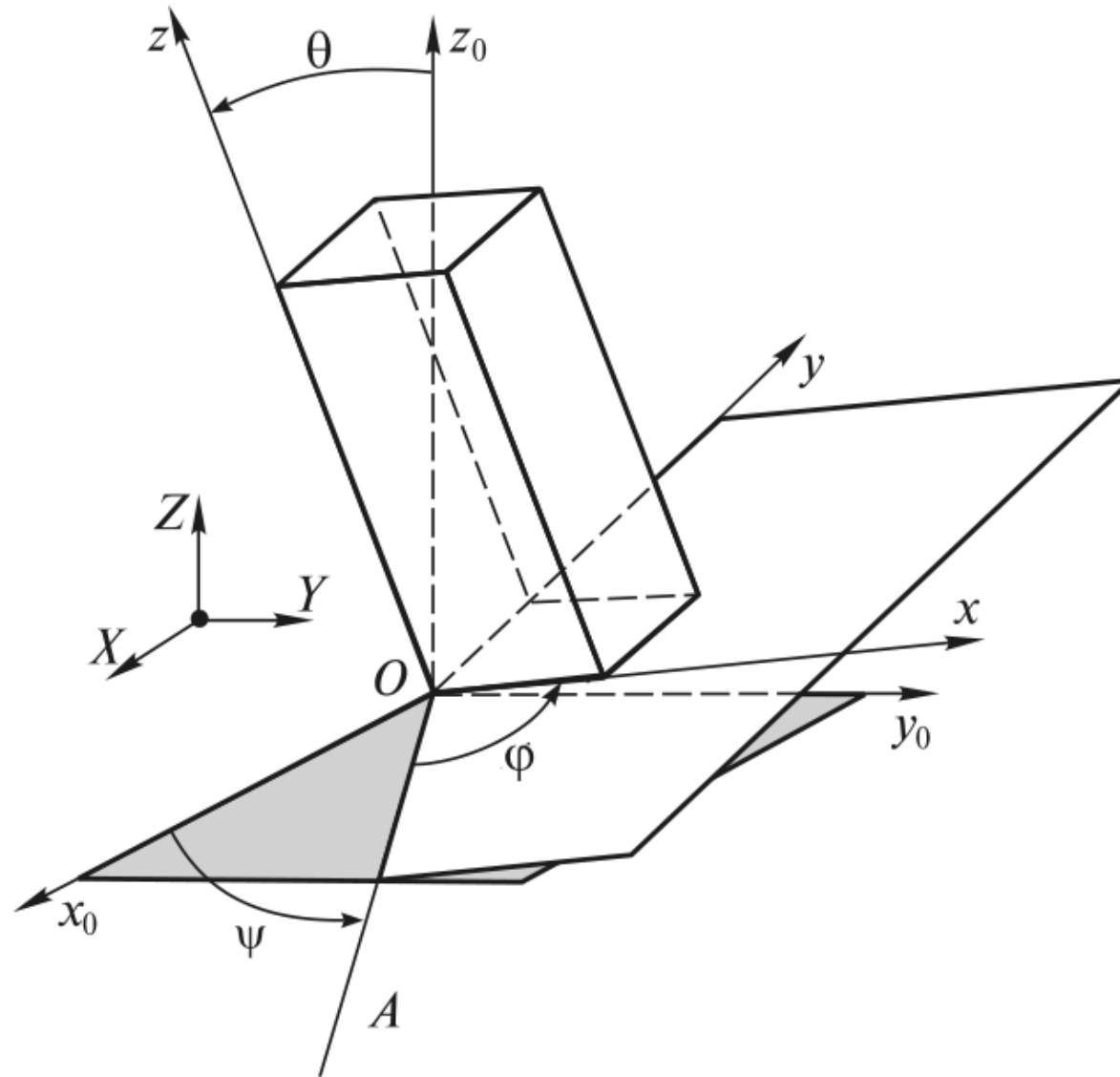
Движение с одной неподвижной точкой

Движение твердого тела с одной неподвижной точкой – это движение, при котором одна точка тела закреплена.

Три степени свободы.



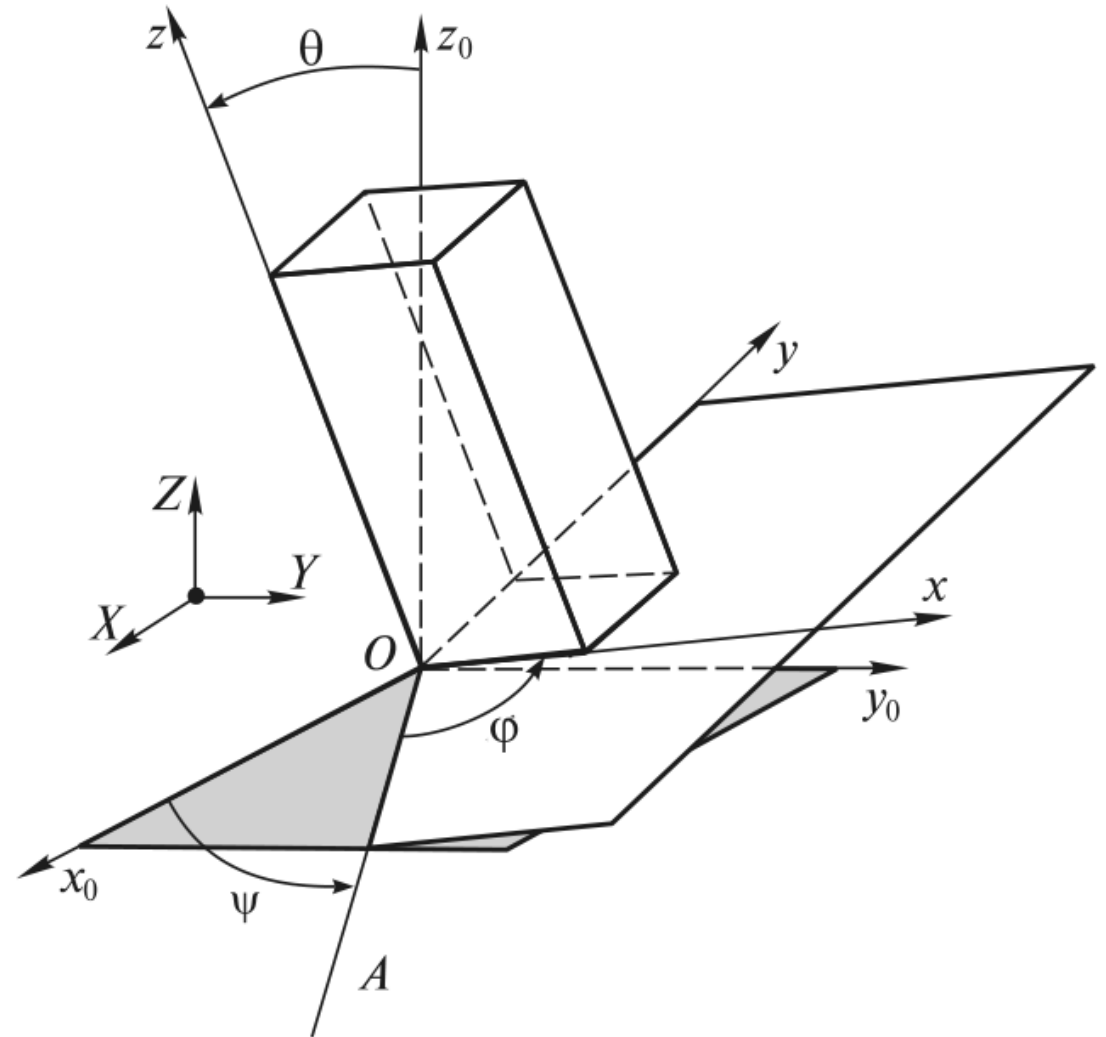
Углы Эйлера



θ, ψ, φ

Движение с одной неподвижной точкой

Для твердого тела с **одной неподвижной точкой** справедлива **теорема Эйлера**: твердое тело, закрепленное в одной точке может быть переведено из одного положения в любое другое одним поворотом вокруг неподвижной оси, проходящей через точку закрепления.



Свободное движение твердого тела

Можно показать, что произвольное движение твердого тела можно свести к суперпозиции вращательного движения вокруг мгновенной оси и поступательного перемещения вдоль этой же оси.

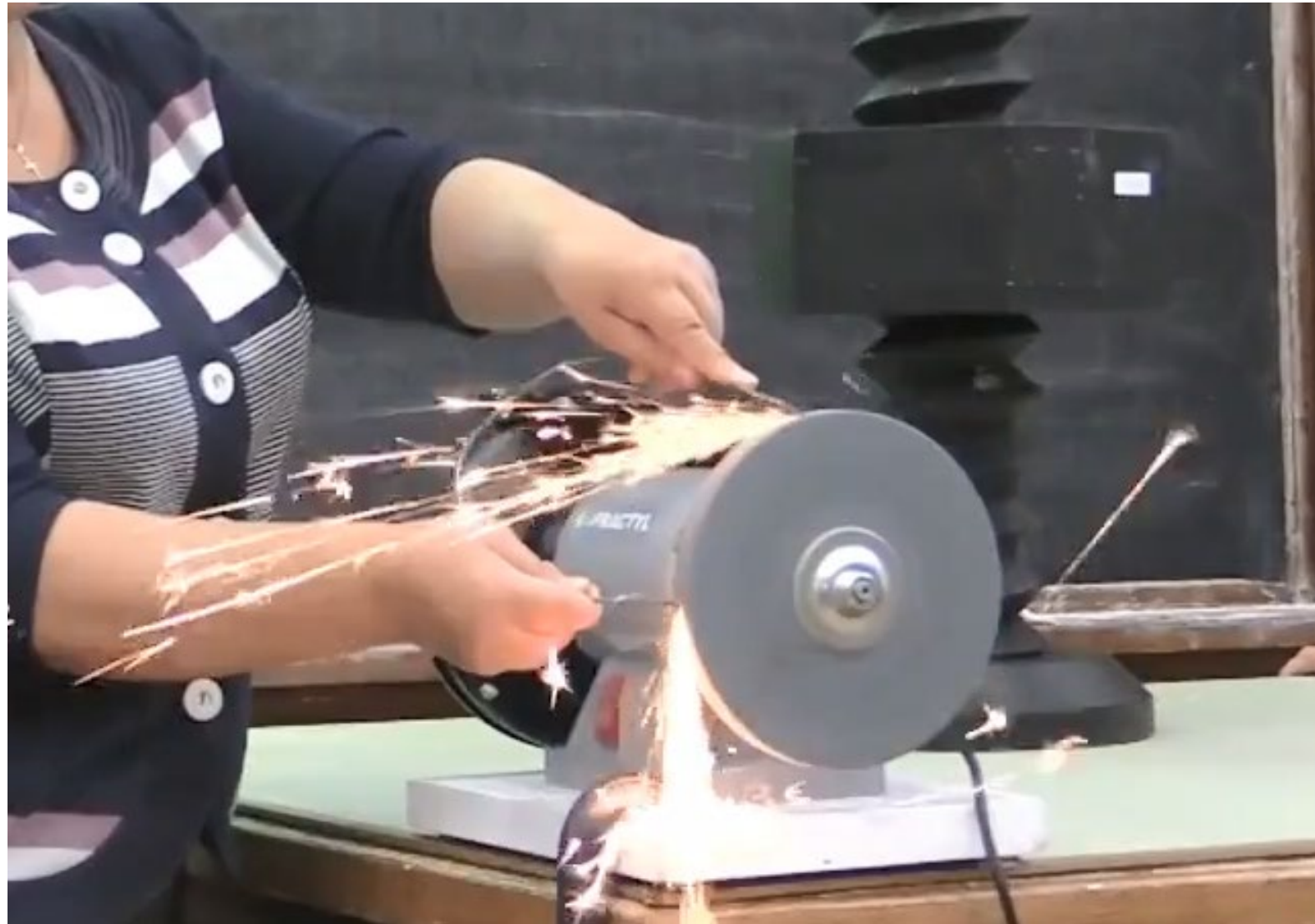
Шесть степеней свободы.

$$\vec{r}_i = \vec{R}_0 + \vec{r}$$

$$\vec{V}_i = \vec{V}_0 + [\vec{\omega} \times \vec{r}]$$

$$\vec{a}_i = \vec{a}_0 + [\vec{\beta} \times \vec{r}] + [\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}]$$

Опыт с точилом – распределение скоростей



Диск с точками



Шар с точками

