

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОЛИМПИАД МГУ ПО ФИЗИКЕ

ЛЕТНЯЯ ШКОЛА УЧИТЕЛЕЙ ФИЗИКИ,
Усть-Лабинск, 04.07. 2026



Физический факультет Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова

39	Московская олимпиада школьников	Департамент образования и науки города Москвы ФГБОУ ВО «Московский Государственный университет имени М.В. Ломоносова»	физика	физика	1
50	Олимпиада школьников «Ломоносов»	ФГБОУ ВО «Московский Государственный университет имени М.В. Ломоносова»	физика	физика	1
52	Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»	ФГБОУ ВО «Московский Государственный университет имени М.В. Ломоносова»	физика	физика	1
53	Олимпиада школьников «Робофест»	ФГБОУ ВО «Московский Государственный университет имени М.В. Ломоносова»	физика	физика	2



olymp.msu.ru

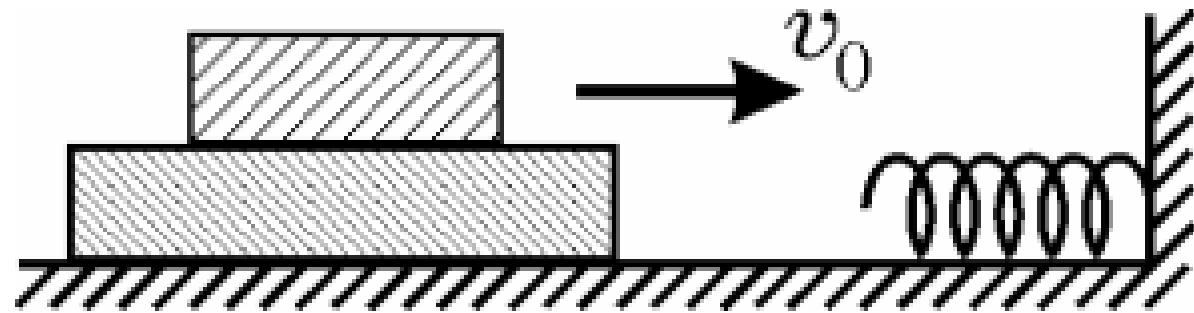


Олимпиада школьников «Ломоносов» по ФИЗИКЕ



Физический факультет Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова

Брусок с лежащим на нем кирпичом скользит вдоль гладкой горизонтальной плоскости и наталкивается на пружину, конец которой закреплен. Брусок находится в контакте с пружиной в течение $\tau = 3,1$ с. Коэффициент трения между бруском и кирпичом $\mu = 0,1$. Какую начальную скорость v_0 можно сообщить бруску, чтобы в результате его взаимодействия с пружиной кирпич не сдвинулся с места? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



До начала скольжения

$$\left\{ \begin{array}{l} m|\vec{a}| = |\vec{F}_{тр}| \leq \mu mg \Rightarrow a_m \leq \mu g \\ (m + M)\ddot{x} = -kx \Rightarrow v_x(t) = v_o \cdot \cos(\omega t) \\ a_m = \omega \cdot v_o \end{array} \right\} \Rightarrow v_o \leq \frac{\mu g}{\omega}.$$

Брусек контактировал с пружиной половину периода колебаний, то есть

$$\tau = \frac{\pi}{\omega} \Rightarrow v_o \leq \frac{\mu g \tau}{\pi} \approx 1 \text{ м/с.}$$



В вертикально расположенном цилиндре находится кислород массой $m = 64$ г, отделенный от атмосферы поршнем, который соединен с дном цилиндра пружиной жесткостью $k = 830$ Н/м. При температуре $T_1 = 300$ К поршень располагается на расстоянии $h = 1$ м от дна цилиндра. До какой температуры T_2 надо нагреть кислород, чтобы поршень расположился на высоте $H = 1,5$ м от дна цилиндра? Универсальная газовая постоянная $R \approx 8,3$ Дж/(моль·К), молярная масса кислорода $\mu = 32$ г/моль.



Из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$pV = pSh = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow pS = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{h}.$$

Если длина пружины в недеформированном состоянии l_0 , то условия равновесия поршня для двух его положений

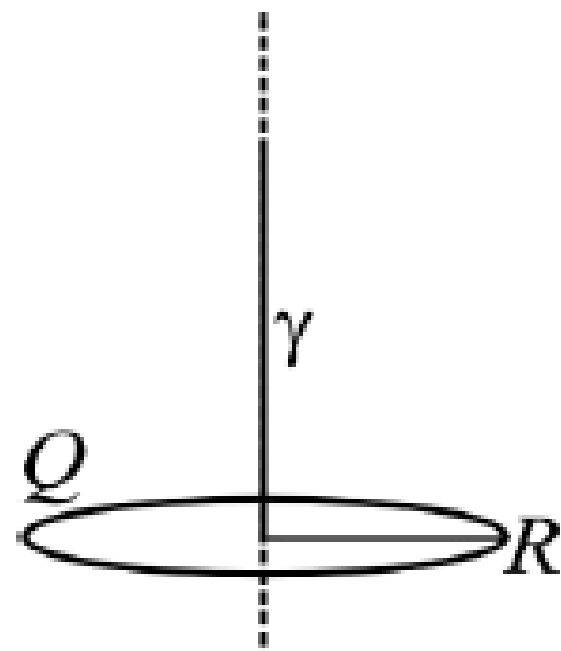
$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 S = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{h} = p_0 S + Mg + k(h - l_0) \\ p_2 S = \frac{m}{\mu} \frac{RT_2}{H} = p_0 S + Mg + k(H - l_0) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{mR}{\mu} \left(\frac{T_2}{H} - \frac{T_1}{h} \right) = k(H - h).$$

Следовательно,

$$T_2 = \frac{H}{h} T_1 + \frac{k\mu H(H - h)}{mR} \approx 487,5 \text{ К.}$$



Тонкое кольцо радиусом R заряжено зарядом Q , равномерно распределенным по кольцу. Вдоль оси кольца расположена очень длинная нить, начинающаяся в его центре и равномерно заряженная с линейной плотностью заряда γ (см. рисунок). Найти модуль силы электростатического взаимодействия нити с кольцом.



Пусть $\gamma > 0$ и $Q > 0$. Мысленно «отрежем» от дальнего конца нити (который находится бесконечно далеко от кольца) маленький элемент длиной Δx с зарядом $\Delta q = \gamma \Delta x$, перенесем его к кольцу и «приставим» ко второму концу нити, который находится в центре кольца. Данная процедура эквивалентна тому, что нить переместилась в сторону кольца на малое расстояние Δx . Электростатическое поле кольца совершило работу $\Delta A = -F\Delta x$. С другой стороны, она равна

$$\Delta A = \Delta q(\varphi_{\infty} - \varphi_0) = \gamma \Delta x \left(0 - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \right) = -\frac{\gamma Q}{4\pi\epsilon_0 R} \Delta x.$$

Значит,

$$F\Delta x = \frac{\gamma Q}{4\pi\epsilon_0 R} \Delta x \Rightarrow F = \frac{\gamma Q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$



umov.phys.msu.ru

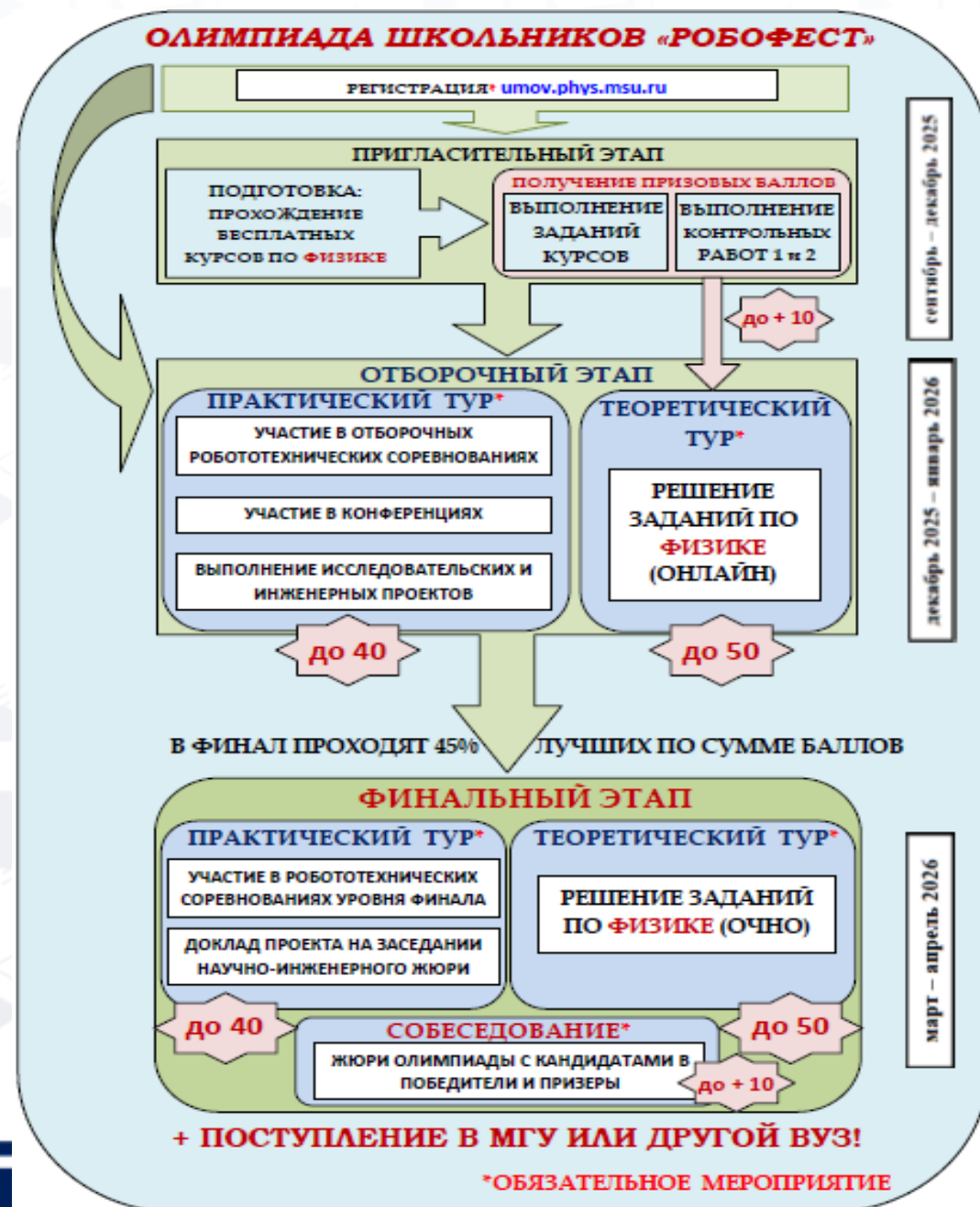


Олимпиада школьников «РОБОФЕСТ» по ФИЗИКЕ

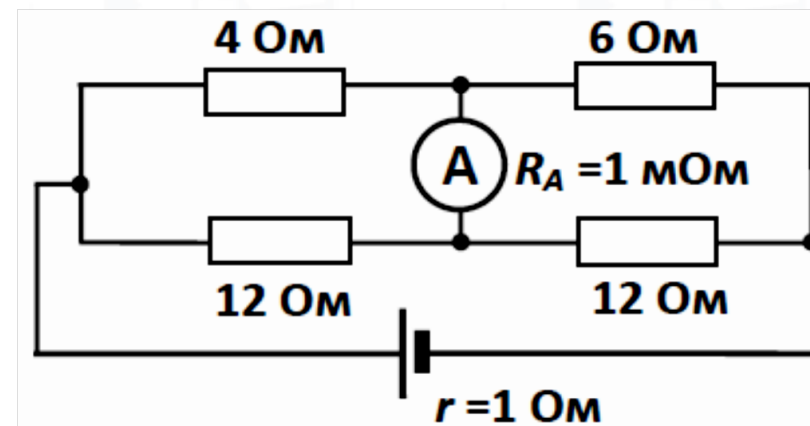


Физический факультет Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова

НЕ ТОЛЬКО СОРЕВНОВАНИЕ, НО И ОБУЧЕНИЕ



Физический факультет МГУ



В схеме, показанной на рисунке, ЭДС источника постоянного тока $\mathcal{E} = 2,4 \text{ В}$. Сопротивления всех элементов схемы, включая внутренние сопротивления источника и амперметра, показаны на рисунке, а сопротивление всех соединительных проводов намного меньше внутреннего сопротивления амперметра.

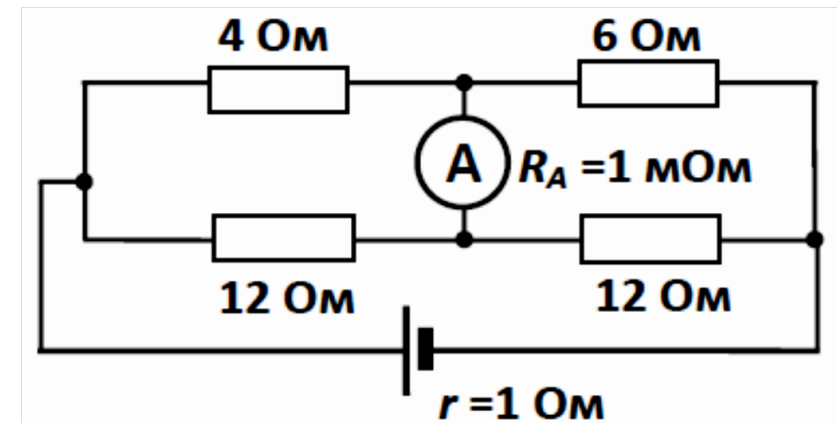
1. Определите силу тока в ветви с источником.
2. Во сколько раз сила тока через резистор с сопротивлением $4 \text{ }\Omega$ больше, чем сила тока в «левом» (по схеме) резисторе с сопротивлением $12 \text{ }\Omega$?
3. Каковы показания амперметра?



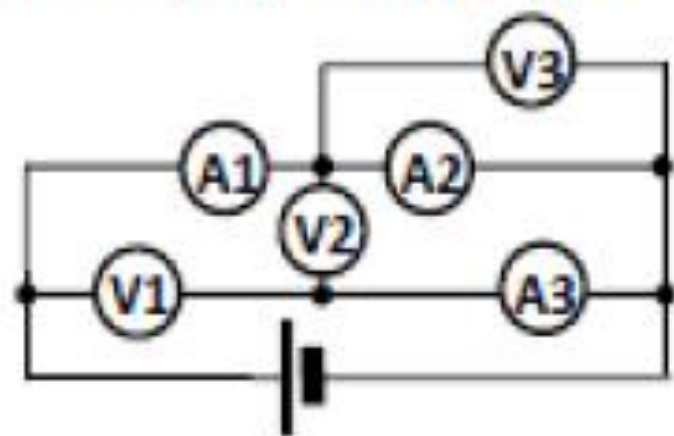
Сопротивление амперметра в несколько тысяч раз меньше сопротивлений резисторов, так что напряжением на нем можно пренебречь в уравнениях баланса напряжений в этой цепи. Тогда всю цепь, подключенную к источнику, можно считать последовательным соединением двух пар параллельно соединенных резисторов. Поэтому сила тока в ветви с источником

$$I = \frac{2,4 \text{ В}}{1 \text{ Ом} + \frac{4 \cdot 12}{16} \text{ Ом} + \frac{6 \cdot 12}{18} \text{ Ом}} = 0,3 \text{ А.}$$

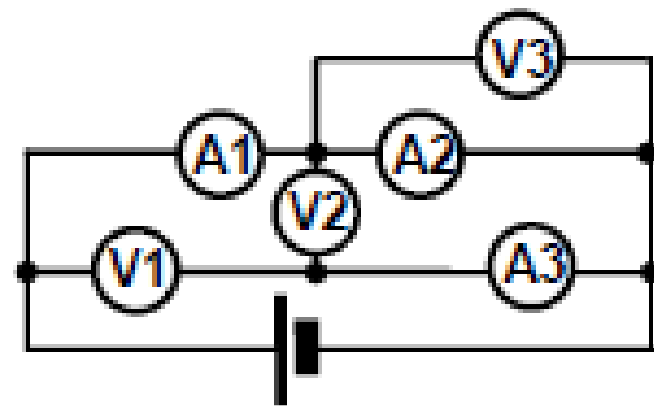
Ясно, что через сопротивление, которое в три раза меньше, течет в три раза больший ток. Значит, сила тока через резистор 4 Ом равна 0,225 А, а через резистор 6 Ом – 0,2 А. Значит, показания амперметра 25 мА.



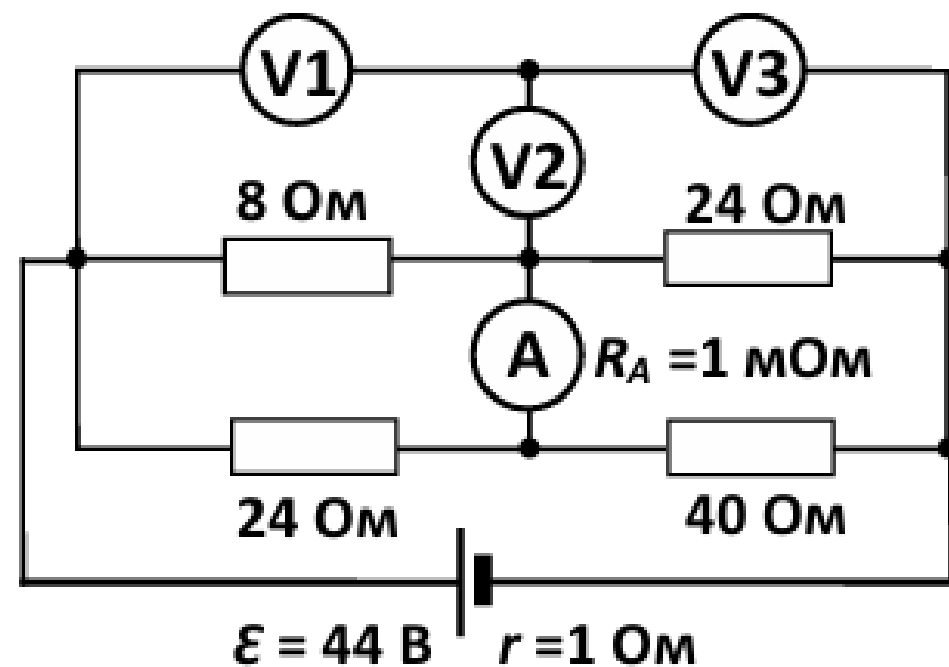
Ученик собрал цепь, схема которой показана на рисунке, из аккумулятора, трех амперметров и трех вольтметров. Известно, что внутренние сопротивления амперметров равны $r_1 = r_3 = 0,2 \text{ Ом}$, а $r_2 = 0,1 \text{ Ом}$. Внутренние сопротивления вольтметров равны $R_1 = 2 \text{ МОм}$ и $R_2 = R_3 = 1 \text{ МОм}$. Амперметр A1 показывает силу тока $I_1 = 3,0 \text{ А}$. Определите показания всех вольтметров и остальных амперметров. Цена деления шкалы всех амперметров равна $0,1 \text{ А}$, цена деления шкалы всех вольтметров равна $0,02 \text{ В}$.



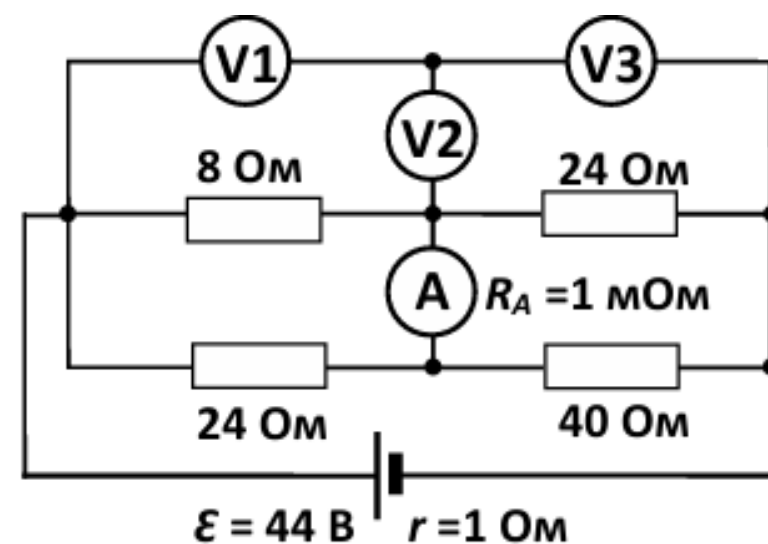
Сопротивления вольтметров очень велики, и текущие через них токи намного меньше 0,1 А. Поэтому эти токи не сказываются на показаниях амперметров. Напряжение на амперметре А1 равно $3,0 \text{ А} \times 0,2 \text{ Ом} = 0,60 \text{ В}$. Ток, прошедший через этот амперметр, далее практически полностью переходит в ветвь с амперметром А2 (та его часть, что течет через вольтметры V2 и V3, более чем в миллион раз меньше), то есть $I_2 \approx 3,0 \text{ А}$, и напряжение на А2 равно $3,0 \text{ А} \times 0,1 \text{ Ом} = 0,30 \text{ В}$. Такое же напряжение на параллельном ему вольтметре V3: $U_3 \approx 0,30 \text{ В}$. В ветвь с амперметром А3 затекают только токи, прошедшие через вольтметры, и их величина намного меньше цены деления амперметра, поэтому $I_3 \approx 0,0 \text{ А}$. Значит, и напряжение на нем примерно равно нулю. Поэтому напряжение на вольтметре V2 такое же по величине, что и на V3: $U_2 \approx U_3 \approx 0,30 \text{ В}$. Сумма напряжений на V1 и на А3 равна сумме напряжений на А1 и А2, поэтому $U_1 \approx I_1(r_1 + r_2) \approx 0,90 \text{ В}$.

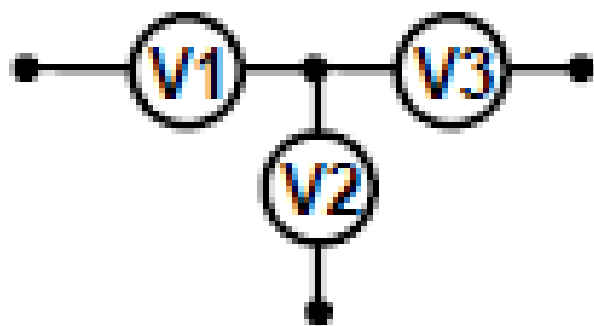


В схеме, показанной на рисунке, суммарное сопротивление соединительных проводов менее 1 мОм , все три вольтметра одинаковы, и их внутренние сопротивления более 1 МОм . Характеристики остальных элементов схемы показаны на рисунке. Найдите силу тока, текущего в ветви с источником. Определите показания всех приборов (амперметра и трех вольтметров) с ошибкой менее 5% .



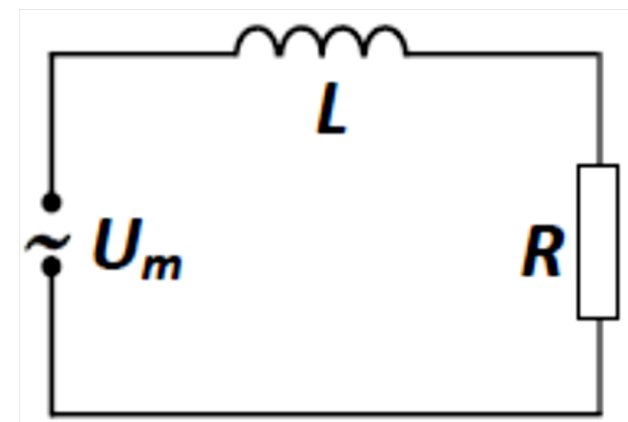
При расчете сил токов через резисторы мы можем считать, что полное сопротивление цепи, подключенной к источнику $R = 1 \text{ Ом} + \frac{8 \cdot 24}{32} \text{ Ом} + \frac{40 \cdot 24}{64} \text{ Ом} = 22 \text{ Ом}$. Следовательно, сила тока в ветви с источником равна 2 А . В первой параллельной паре этот ток делится в соотношении 3:1, то есть сила тока, текущего через резистор 8 Ом , равна $1,5 \text{ А}$, а через резистор 24 Ом $0,5 \text{ А}$. Во второй паре – в отношении 5:3, и сила тока через резистор 24 Ом равна $1,25 \text{ А}$, а через резистор 40 Ом – $0,75 \text{ А}$. Из непрерывности тока ясно, что разность сил токов в резисторах 8 Ом и 24 Ом (из второй пары) равна силе тока через амперметр. Значит, показания амперметра $I_A = 0,25 \text{ А}$, с ошибкой не более десятых долей процента (явно заметно менее 5%).





Напряжение на выводах от V1 и V2 равно напряжению на резисторе 8 Ом, то есть (поскольку сила тока через него 1,5 А) 12 В. Аналогично напряжение на выводах от V2 и V3 равно напряжению на резисторе 24 Ом, то есть 30 В. Выбрав положительную полярность подключения, запишем для показаний вольтметров уравнения $U_1 + U_2 = 12$ В и $U_1 + U_3 = 42$ В. Чтобы записать третье уравнение для этих трех неизвестных вспомним, что токи через вольтметры все-таки текут (пусть и очень малые), и для них тоже справедлив принцип непрерывности тока, согласно которому $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + \frac{U_3}{R} \Rightarrow U_1 = U_2 + U_3$. Решая совместно эту систему, находим, что $U_1 = 18$ В, $U_2 = -6$ В, $U_3 = 24$ В.





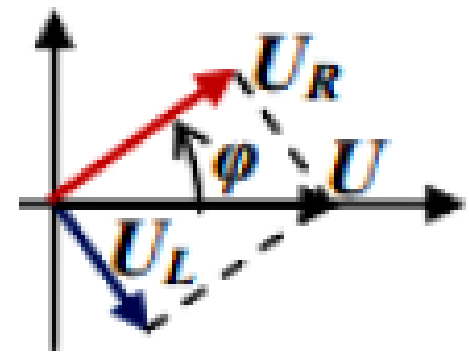
3. К источнику синусоидального напряжения частотой $\nu = 50$ Гц с амплитудой $U_m = 300$ В подключена цепь с омическим сопротивлением $R = 75$ Ом и индуктивностью $L = 318$ мГн (см. рисунок).

3.1. Найдите амплитуду колебаний силы тока в этой цепи. Ответ запишите в амперах с точностью до десятых.

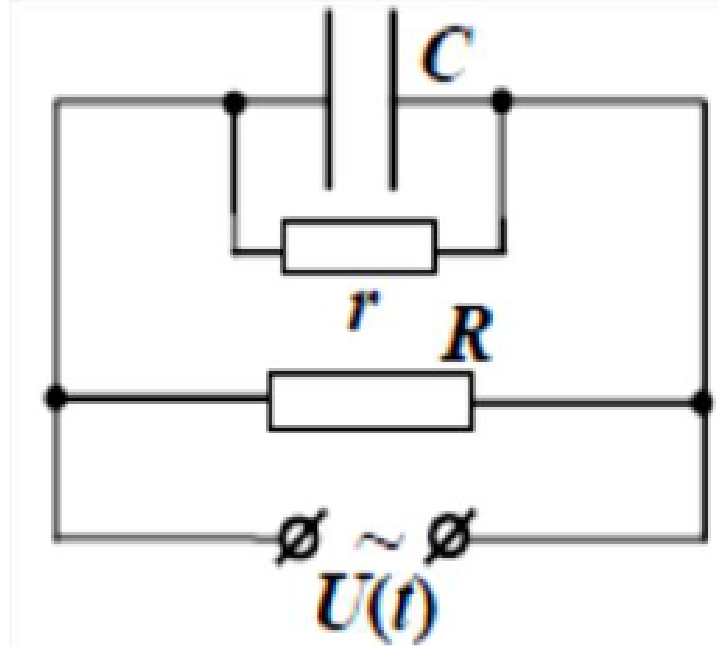
3.2. Найдите среднюю (за период колебаний) мощность, потребляемую этой цепью от источника. Ответ запишите в ваттах с точностью до целого значения.



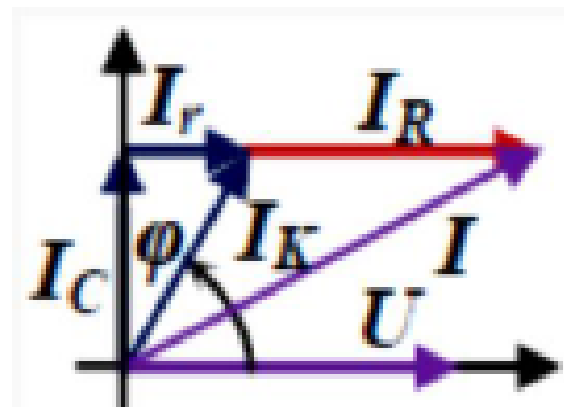
Пусть искомая амплитуда I_m . Тогда амплитуда колебания напряжения на сопротивлении $U_m^{(R)} = RI_m$, и эти колебания происходят синфазно с колебаниями силы тока. Амплитуда колебаний напряжения на индуктивности $U_m^{(L)} = \omega LI_m$, и они отстают по фазе от колебаний силы тока на $\frac{\pi}{2}$. С учетом этого строим векторную диаграмму, отвечающую сложению напряжений $U_R(t) + U_L(t) = U(t)$. Из теоремы Пифагора для получившегося прямоугольного треугольника находим, что $U_m = \sqrt{R^2 I_m^2 + \omega^2 L^2 I_m^2}$, и поэтому амплитуда колебаний силы тока $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \approx 2,4 \text{ А}$. В этой цепи только один активный элемент – это омическое сопротивление, и средняя мощность потребления $P_{\varphi} = \frac{1}{2} RI_m^2 = \frac{RU_m^2}{2(R^2 + \omega^2 L^2)} \approx 216 \text{ Вт}$.



К источнику переменного тока подключены параллельно конденсатор и резистор с сопротивлением $R = 8 \text{ Ом}$. Конденсатор неидеальный: у него есть ненулевое сопротивление утечки. С помощью амперметра, измеряющего с хорошей точностью действующие значения силы тока, были измерены величины силы тока на выходе источника $I = 5 \text{ А}$, тока, текущего через резистор $I_R = 4 \text{ А}$ и тока, текущего через конденсатор $I_K = 0,5 \text{ А}$. Найдите мощность тепловыделения в конденсаторе.



Мощность тепловыделения $P_K = I_K U_K \cdot \cos(\varphi) = I_K U \cdot \cos(\varphi)$. Здесь I_K – действующее значение силы тока через конденсатор, U – входного напряжения, а φ – сдвиг фаз между током и напряжением на конденсаторе. Сила тока на выходе из источника в любой момент времени равна сумме сил токов через резистор и конденсатор: $I(t) = I_R(t) + I_K(t)$. Из векторной диаграммы для действующих значений



$$I^2 = I_R^2 + I_K^2 + 2I_R I_K \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow \cos(\varphi) = \frac{I^2 - I_R^2 - I_K^2}{2I_R I_K} = R \frac{I^2 - I_R^2 - I_K^2}{2U I_K}.$$

Следовательно: $P_K = \frac{R}{2} (I^2 - I_R^2 - I_K^2) = 35 \text{ Вт}$.

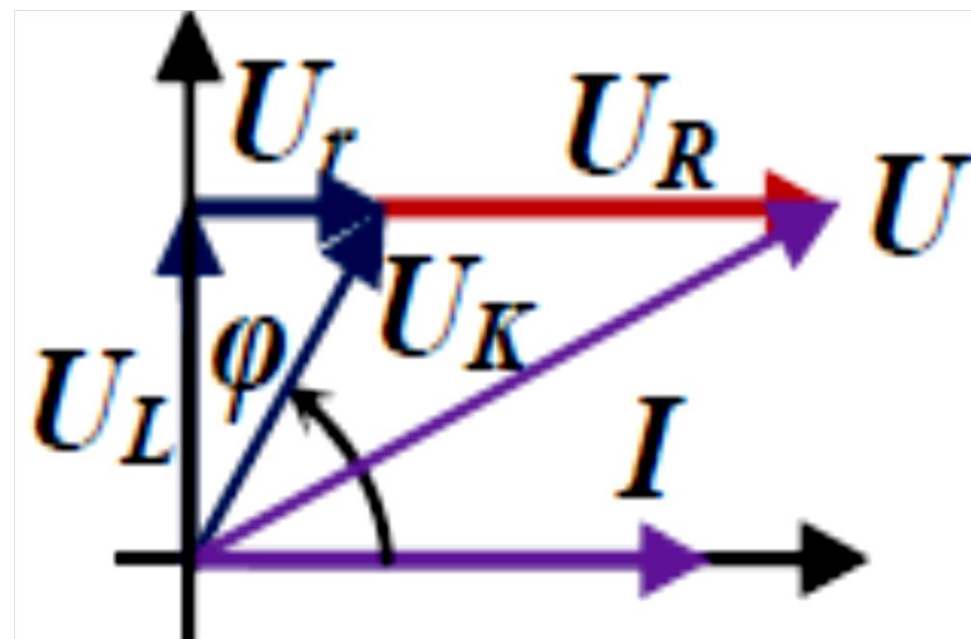
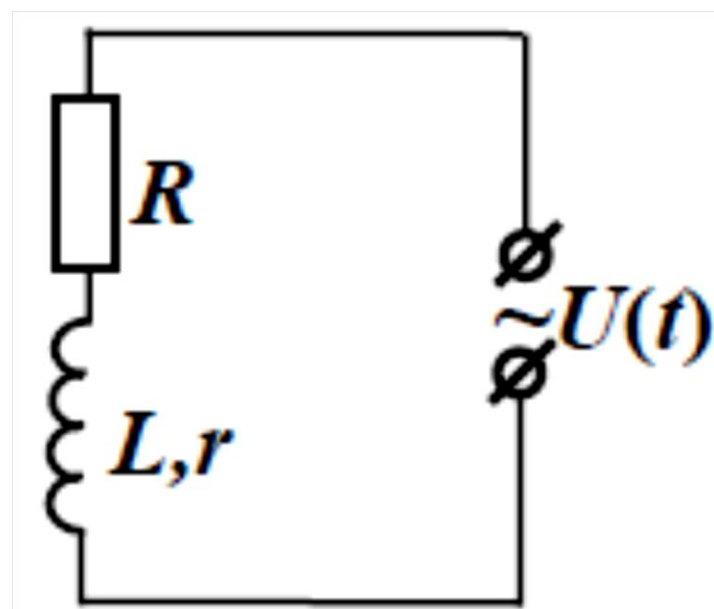


Задание 3: «Неидеальная катушка».

Вопрос: На участке цепи переменного тока, через которую течет ток с амплитудой I_m , амплитуда колебаний напряжения равна U_m , а сдвиг фаз между током и напряжением равен φ . Какую среднюю мощность потребляет этот участок от цепи? Ответ объяснить.

Задача: К бытовой сети переменного тока с действующим значением напряжения 220 В подключена цепь из последовательно соединенных катушки и резистора. Сопротивление резистора $R = 21 \text{ Ом}$, индуктивность катушки и ее омическое сопротивление неизвестны. Напряжения в этой цепи были промерены вольтметром, который можно считать идеальным: напряжение на выходе источника 220 В, на резисторе 120 В, на катушке 160 В. Найдите среднюю мощность, потребляемую катушкой.





$$\cos(\varphi) = \frac{U^2 - U_R^2 - U_K^2}{2U_R U_K} = \frac{U^2 - U_R^2 - U_K^2}{2RI_K U_K} \Rightarrow P_K = \frac{U^2 - U_R^2 - U_K^2}{2R} = 200 \text{ Bm.}$$



pvg.mk.ru



ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ!» по ФИЗИКЕ



Физический факультет Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова

Во время подготовки одного из вмешательств Вечным понадобилось создать скрытую базу на одной из экзопланет. Эта планета оказалась очень оригинальна – она большей частью (кроме каменно-металлического ядра) состоит из воды. Собственное солнце очень слабо обогревает планету, но распад радиоактивных материалов в ядре поддерживает достаточно высокую температуру ее жидкой поверхности: $T_s \approx 400$ К. Радиус этой поверхности равен $R \approx 3931$ км, а ускорение свободного падения вблизи поверхности океана $g \approx 1,65$ м/с². Отметим, что в глубинах океана из-за высокого давления вода становится твердой, и как раз внутри слоя льда, вблизи его поверхности, и была оборудована база. Определите радиус и температуру внешней поверхности ледяного слоя на этой планете. При решении Вы можете использовать следующие данные и приближения:

- Плотность жидкой воды в океане изменяется, но в расчетах считайте, что эта плотность постоянна и равна $\rho \approx 925$ кг/м³;
- Плотность модификации льда, из которой состоит ледовый слой на этой планете, тоже можно считать примерно постоянной и равной $\rho_1 \approx 1480$ кг/м³;
- Средняя плотность вещества ядра планеты равна $\rho_2 \approx 8880$ кг/м³;
- Мощность тепла, выделяемого в ядре планеты, можно считать постоянной и равной $P \approx 1850$ МВт.



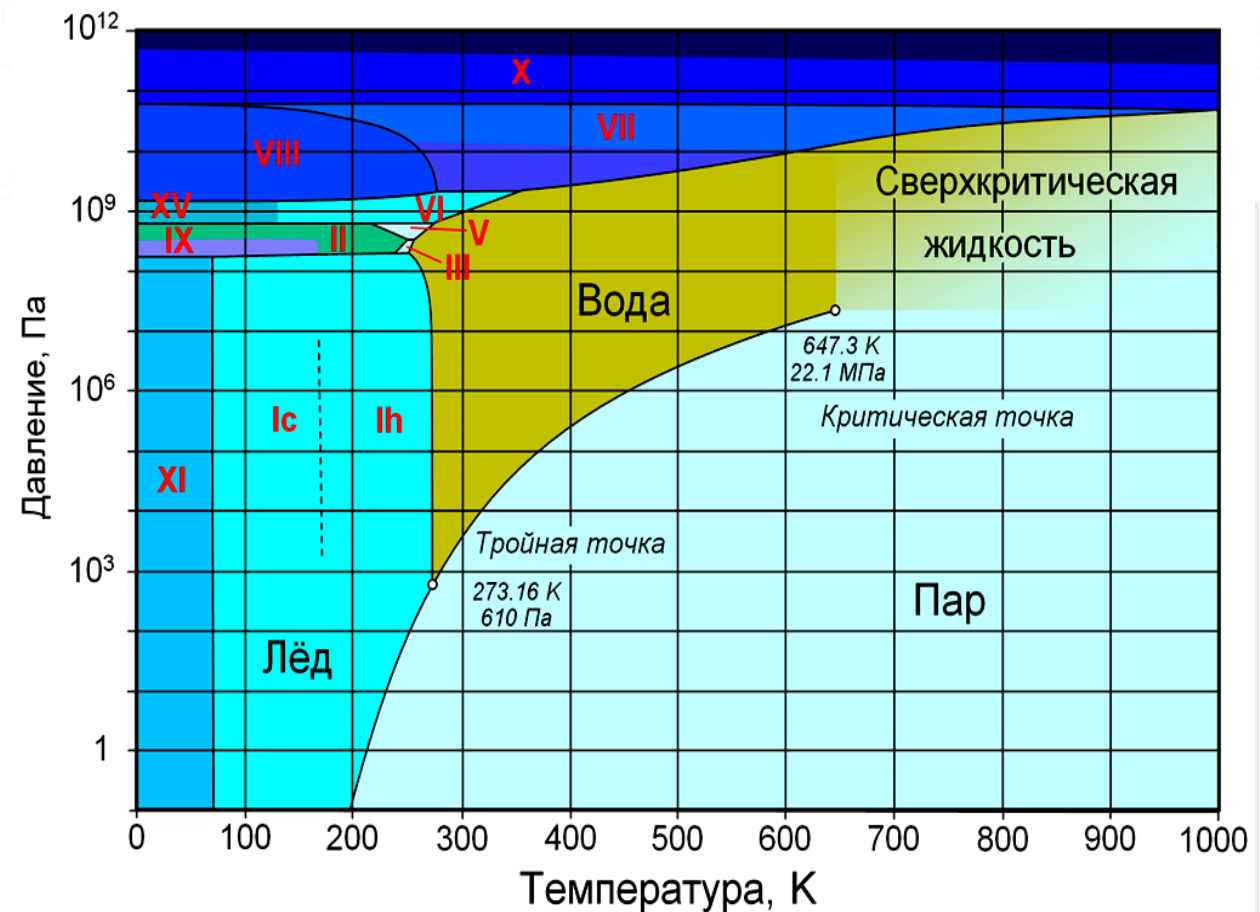
• Согласно закону Фурье, количество теплоты, протекающее при теплообмене в единицу времени через единицу площади поверхности слоя вещества, пропорциональна разности температур по разные стороны от слоя и обратно пропорциональна толщине слоя*. Для воды в океане нашей планеты коэффициент теплопроводности можно считать равным $\kappa \approx 0,749 \text{ Вт/(м·К)}$;

• Фазовая диаграмма воды представлена на рисунке** (римскими цифрами обозначены различные модификации льда).

Можно ли по данным задачи определить радиус ядра планеты? Если да, то найдите его.

$$\ast \frac{\Delta Q}{\Delta t \cdot \Delta S} \equiv \frac{\Delta P}{\Delta S} = \kappa \frac{\Delta T}{l}.$$

**изображение из открытых источников.





(«Тени на орбите») В одном из проектов Ф.Д.Ч.Улларда, известного специалиста по крионике, потребовалось разместить его установку на геостационарном спутнике. Так называют спутники, вращающиеся в плоскости земного экватора таким образом, что они все время находятся «над» одной точкой земной поверхности. Оборудование на спутнике работает от солнечных батарей, но поступление энергии от Солнца, конечно же, неравномерное. Энергопотребление установки было очень небольшим, поэтому ее нужно было снабдить аккумулятором, рассчитанным только на те периоды времени, когда свет от Солнца не достигает спутника. Какова может быть максимальная длительность такого периода? Какова может быть максимальная длительность периода «бесперебойного» освещения? При необходимости используйте следующие данные:

- Расстояние от Земли до Солнца меняется от $r_A \approx 152$ млн. км до $r_P \approx 147$ млн. км.
- Угловой размер Солнца при наблюдении с Земли $\beta \approx 32'$.
- Период обращения Земли вокруг Солнца $T_0 \approx 365,25$ суток.
- Радиус Земли $R_E \approx 6380$ км, длительность земных суток $T = 24$ часа.
- Ускорение свободного падения на поверхности Земли $g \approx 9,8$ м/с².
- Угол между осью собственного вращения Земли и перпендикуляром к плоскости орбиты движения Земли вокруг Солнца $\alpha \approx 23,44^\circ$.



ОДНАЖДЫ В ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

- Сьюзен Кэлвин сидела в кабинете доктора Альфреда Лэннинга, когда туда зашел Грегори Пауэлл.
- В информационной ленте мира, из которого выходил на контакт этот астрофизик... – начал он.
- Азимов. – терпеливо подсказал ему доктор Лэннинг.
- Да! – торопливо проговорил Пауэлл – Там дали Нобелевскую премию по физике за машинное обучение!
- Машинное обучение? – оживилась Сьюзен Кэлвин, – Быть может, это похоже на наш эксперимент, когда мы на начальном этапе обучаем группу роботов так, как когда-то обучали детей в школе, и только потом используем прямую загрузку информации?
- Вряд ли – сказал доктор Лэннинг, – Не забывайте, их машины снабжены электронными мозгами, работающими в основном по классическим принципам: максимум – туннельные переходы и спинтроника. Но я и сам когда-то начинал с попыток смоделировать нейронную сеть системой взаимодействующих квантовых частиц, и один из их лауреатов делал то же самое, только у него была модель спиновой решетки.
- Спиновая решетка? – переспросил Пауэлл, – Что это за штука?



– Но Вы должны знать: это система закрепленных частиц, каждая из которых – элементарный магнетик с моментом $\vec{\mu} = -\mu_0 \vec{S}$, где *атомный магнетон* (константа, записываемая через элементарный заряд, постоянную Планка и массу электрона) $\mu_0 = \frac{eh}{4\pi m}$, знак «минус» связан с тем, что в атомном магнетизме основную роль играют отрицательно заряженные электроны, а безразмерный вектор $\vec{S}$ характеризует состояние частицы. В простом случае в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ квантовая частица может находиться всего в двух состояниях с проекциями $\vec{S}$ на направление магнитного поля $+1$ и -1 , а взаимодействия частиц между собой можно пренебречь.

– Тогда у половины частиц этот вектор будет направлен по полю, а у другой половины – против поля, и магнитный момент всей решетки будет равен нулю с точностью до флуктуаций, – важно заметил Пауэлл.

– Не торопитесь, – предостерег его доктор Лэннинг. – Если решетка находится при температуре T , то вероятности реализации разных микросостояний описываются статистикой Больцмана: вероятности иметь каждую из двух проекций s_B равны $w(s_B) = C \cdot \exp\left[-\frac{E(s_B)}{kT}\right]$, где C не зависит от s_B . Кстати, хотя второй из лауреатов, по-моему, не физик, но в одной из его работ тоже использовалась статистика Больцмана.



– Но ведь сумма двух вероятностей равна 1? – уточнила Сьюзен Кэлвин.

– Да, конечно, – ответил доктор Лэннинг и продолжил, – А энергия этих состояний $E(s_B) = -(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = \mu_0 B \cdot s_B$. Так что они вовсе не равновероятны. Кстати, Сьюзен, это может быть неплохой задачей для Ваших «школьников». Это важно – ведь при производстве позитронного мозга мы используем охлаждение некоторых элементов до низких температур за счет *адиабатического размагничивания* решеток магнитных кристаллов, а они в чем-то похожи на спиновые решетки. Только расскажите им про *энтропию*: им для начала достаточно будет знать, что в термодинамике это функция состояния системы микрочастиц S , бесконечно малое изменение которой связано с количеством теплоты, которое получила система при температуре T : $dS = \frac{1}{T} \delta Q$. И сообщите, что для спиновой решетки из N частиц в магнитном поле $\vec{B}$ эта самая энтропия равна

$$S(T, B) = S_0(T) - \frac{kN}{2} \left[\frac{e^{\mu_0 B/kT} - e^{-\mu_0 B/kT}}{e^{\mu_0 B/kT} + e^{-\mu_0 B/kT}} \right]^2.$$

– А $S_0(T)$?

– Это энтропия решетки без учета магнитных свойств – она им, в сущности, не понадобится. Пусть считают, что в нужных им процессах ее изменение пренебрежимо мало.



1. («Охлаждение намагниченной спиновой решетки», 18 баллов) Определите величину C и найдите вероятности реализации значений $s_B = \pm 1$ при температуре жидкого гелия $T_0 \approx 1,9$ К в магнитном поле $B = 10$ Тл. Вычислите среднее значение магнитного момента спиновой решетки из N частиц при этих значениях температуры и индукции поля. Рассмотрите процесс, в котором эту решетку сначала при постоянной температуре $T_0 \approx 1,9$ К намагнитили до создания магнитного поля $B = 10$ Тл, а затем адиабатически размагнитили до магнитного поля «остаточной» намагниченности, которая для этой решетки равна $B_0 = 5$ мТл. Какой примерно будет конечная температура решетки? Используйте данные:

- Атомный магнетон $\mu_0 = \frac{eh}{4\pi m} \approx 9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл;
- Постоянная Больцмана $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.



ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП, ЗАДАНИЕ 11 КЛАССА

Вопрос: Радиус пузыря из мыльного раствора с коэффициентом поверхностного натяжения σ постоянен и равен R . Найдите разность давлений воздуха внутри пузыря и снаружи.

Задача: Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы медленно выдуть мыльный пузырь радиусом $R = 4$ см? Коэффициент поверхностного натяжения раствора $\sigma \approx 0,04$ Н/м. Давление окружающего воздуха примерно равно нормальному атмосферному $p_d \approx 100$ кПа. При расчетах считайте, что температура окружающего воздуха и температура воздуха внутри пузыря примерно постоянны и одинаковы.



Совершаемая работа идет на увеличение энергии мыльной пленки

$$A_1 = \Delta(\sigma \cdot 2 \cdot 4\pi r^2) \approx 8\pi\sigma R^2$$

и на работу по «почти изотермическому» сжатию воздуха, в ходе которого его давление повышается от p_A до $p = p_A + \frac{4\sigma}{r}$

$$A_2 = -\nu RT \cdot \ln\left(\frac{V_K}{V_H}\right) = p_A \left(1 + \frac{4\sigma}{p_A R}\right) \frac{4\pi}{3} R^3 \ln\left(1 + \frac{4\sigma}{p_A R}\right) \approx \frac{16\pi}{3} \sigma R^2.$$

Здесь мы учли то обстоятельство, что $\frac{4\sigma}{p_A R} \approx 0,00002 \ll 1$. Конечно, могут быть дополнительные потери, но меньшей работой обойтись нельзя, так что

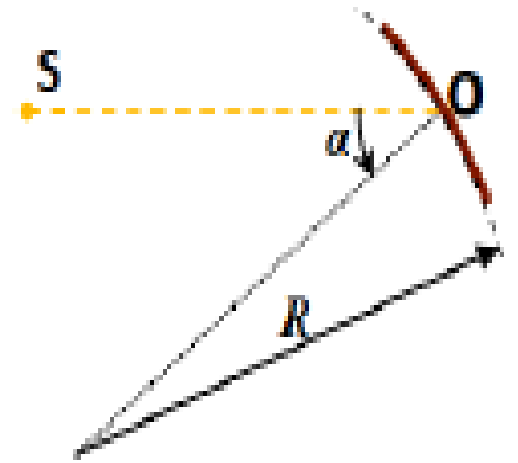
$$A_{min} = A_1 + A_2 \approx \frac{40\pi}{3} \sigma R^2 \approx 2,68 \text{ мДж.}$$



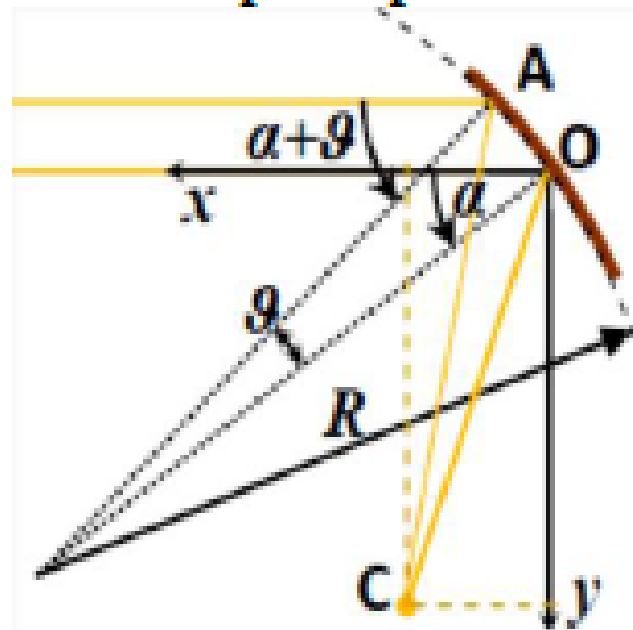
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП, ЗАДАНИЕ 11 КЛАССА

Вопрос: При каких условиях распространение света можно описывать в рамках приближения геометрической оптики?

Задача: Небольшой источник звука S частотой $\nu = 8$ кГц находится на большом расстоянии от участка вертикальной цилиндрической стены с радиусом кривизны $R = 30$ м, размеры которой по вертикали и горизонтали около 1,5 м. Горизонтальный луч, проведенный от источника к центру стены O , составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с перпендикуляром к стене в этой точке (см. рисунок). Маленький микрофон установлен так, что он принимает звук от источника с максимальной возможной амплитудой. Найдите расстояние от точки O до микрофона. Скорость звука в воздухе $c \approx 340$ м/с, его поглощением можно пренебречь.



В первую очередь обратим внимание, что длина волны этого звука $\lambda = \frac{c}{\nu} = 4,25$ см намного меньше размеров стены, так что мы можем изучать распространение звука в рамках приближения «геометрической акустики», и тогда искомая точка С – это изображение источника в «цилиндрическом зеркале».



Рассмотрим «лучи», падающие от источника в точку О и близкую к ней точку А (поскольку размеры стены намного меньше радиуса ее кривизны, то угловой размер дуги ОА $\vartheta \ll 1$). Отметим, что для удаленного на «большое расстояние» источника лучи SO и SA можно считать параллельными. Отраженные лучи пересекаются в точке С. Так как угол падения равен углу отражения, то угол SOC равен 2α , а угол SAC равен $2(\alpha + \vartheta)$. Значит, угол ACO равен 2ϑ . Из

теоремы синусов для треугольника ACO следует, что (с учетом малости угла ϑ)

$$\frac{|AO|}{\sin(2\vartheta)} = \frac{|OC|}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \vartheta\right)} \Rightarrow |OC| = \cos(\alpha + \vartheta) \frac{|AO|}{\sin(2\vartheta)} \approx \cos(\alpha) \frac{R\vartheta}{2\vartheta} = \frac{R}{2} \cos(\alpha).$$

Численное значение $r \approx 12,99$ м ≈ 13 м.



***СПАСИБО
ЗА
ВНИМАНИЕ!***



Физический факультет Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова