

Решение задач олимпиад и ДВИ по теме «Электростатика»

Чистякова Н.И., Лукашева Е.В.

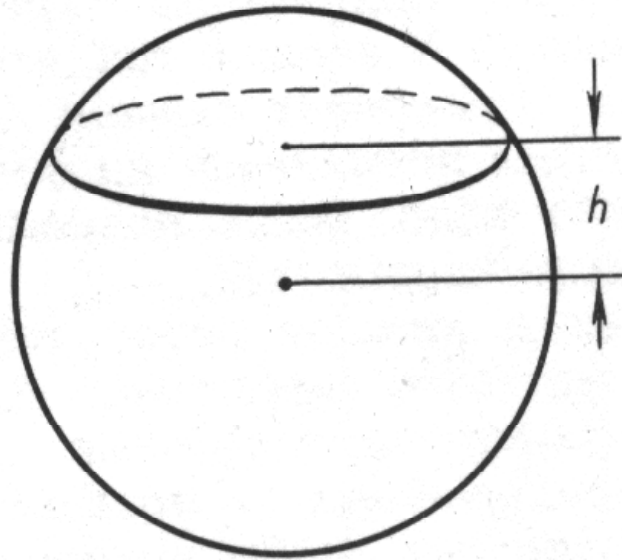


Физический факультет Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова

1. Внутри гладкой сферы радиуса R находится маленький заряженный $+q$ шарик массой m с зарядом $+q$. Какой величины заряд Q нужно разместить в нижней точке сферы для того, чтобы шарик устойчиво удерживался в верхней точке?



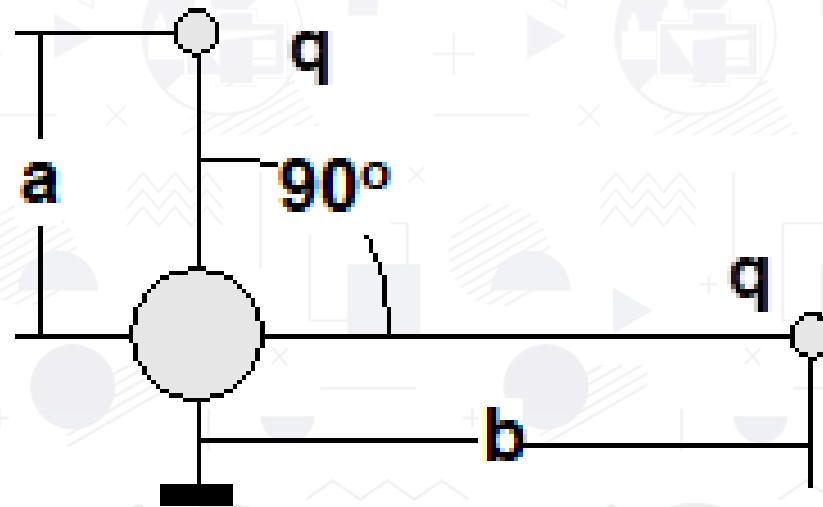
2. Заряженный металлический шар радиуса R разрезан на две части по плоскости, отстоящей на расстоянии h от центра. Найти силу, с которой отталкиваются эти части. Полный заряд шара равен Q .



3. Первая и третья из трех тонких незаряженных концентрических металлических сфер соединены между собой тонким изолированным проводником, проходящим через малое отверстие во второй сфере. Сферы находятся в вакууме. Радиусы сфер равны R , $2R$, и $3R$. Найти изменение потенциала второй сферы после сообщения ей заряда q .



4. Одинаковые заряды q находятся на расстояниях a и b (см. рис.) от заземленной сферы радиуса $R \ll a, b$. Найти силу, с которой заряды действуют на сферу.



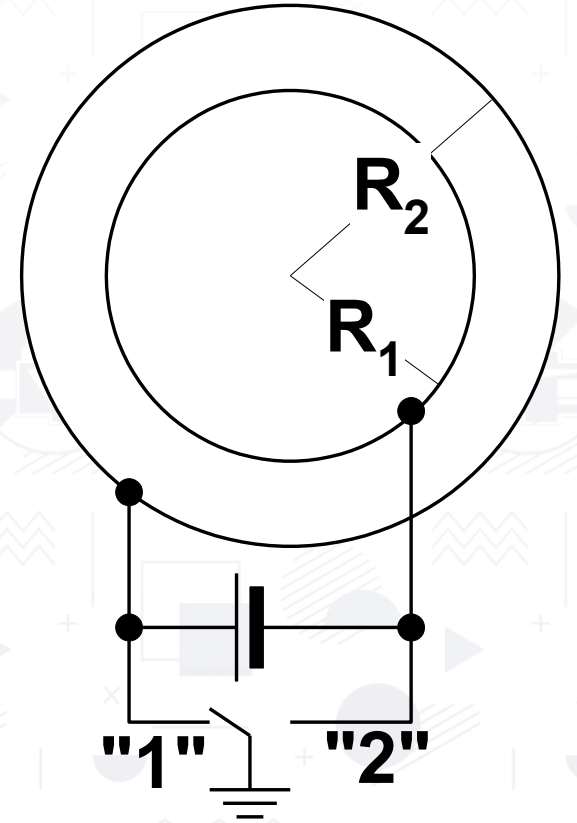
5. В центре уединённого проволочного заряженного кольца радиусом a потенциал равен φ_0 . Это кольцо поднесли к заземлённому шару радиусом b так, что лишь центральная точка кольца "О" коснулась шара. Найдите заряд, индуцированный на шаре.



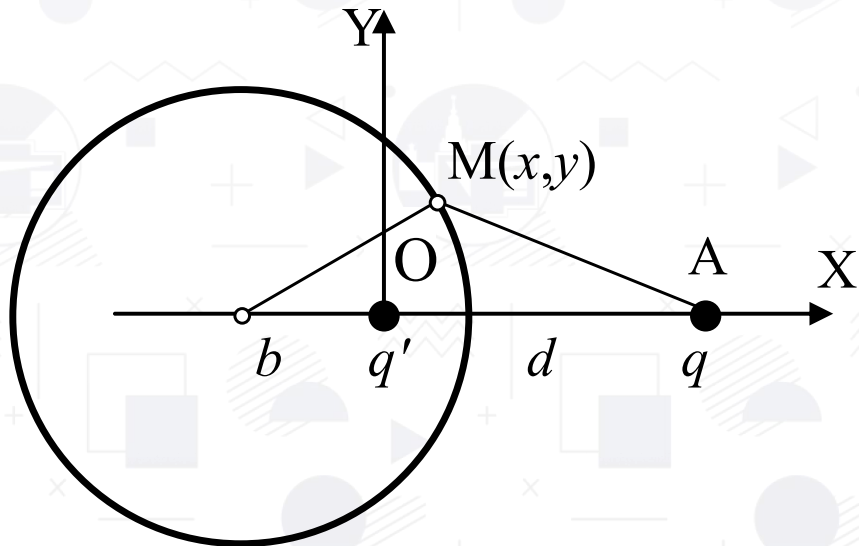
6. В вакууме находятся три концентрические проводящие сферы, имеющие радиусы R , $2R$ и $3R$. Внутренняя сфера имеет заряд Q , средняя сфера не заряжена, а внешняя — заземлена. Какое количество теплоты выделится, после соединения внутренней сферы со средним проводником, имеющим достаточно большое сопротивление?



7. Сферический конденсатор с радиусами внутренней и внешней обкладок соответственно R_1 и R_2 подключен к батарее с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r . Ключ К обеспечивает поочередное заземление обеих обкладок. Найти количество теплоты, выделяющееся при переключении ключа из между положениями 1 и 2. Считать систему изолированной, толщину проводников — нулевой.



МЕТОД ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ



Для электрического поля двух точечных зарядов q и q' , расположенных на расстоянии d друг от друга, эквипотенциальной поверхностью нулевого потенциала является сфера.



Вычислим потенциал в произвольной точке $M(x,y)$ этой плоскости:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q'}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{q}{\sqrt{(d-x)^2 + y^2}} \right)$$

Из условия $\varphi(x,y) = 0$ получим:

$$y^2 + \left(x + \frac{q'^2 d}{q^2 - q'^2} \right)^2 = \frac{q'^2 q^2 d^2}{(q^2 - q'^2)^2}.$$



Получившееся уравнение кривой в плоскости ХУ является уравнением окружности, центр которой находится в точке с координатой

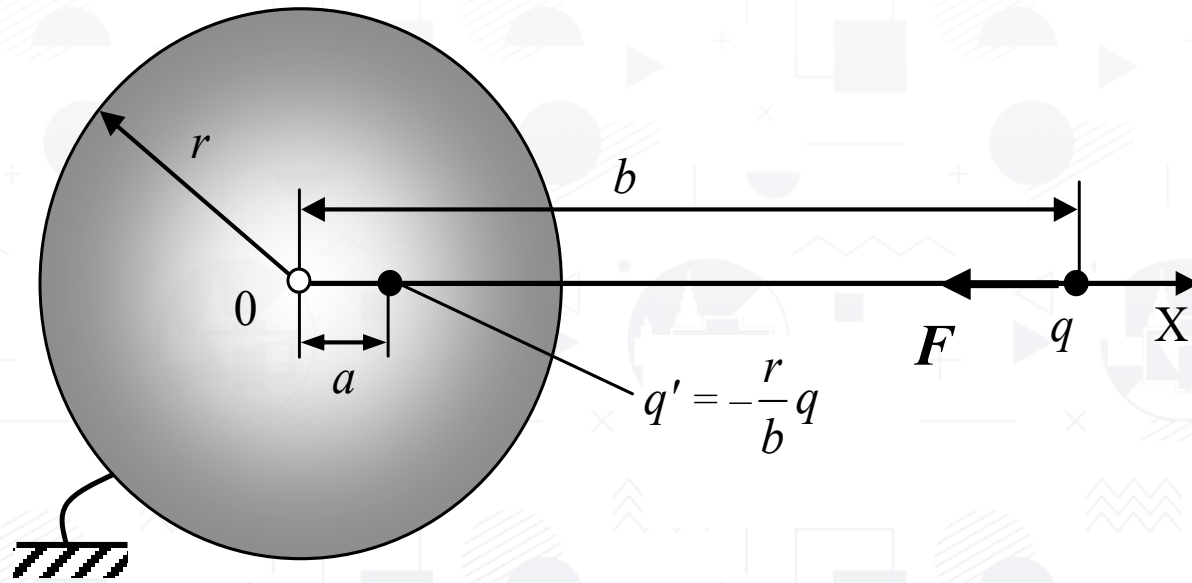
$$b = -\frac{q'^2 d}{q^2 - q'^2}$$

и радиусом

$$R = \left| \frac{q'q}{q^2 - q'^2} \right| d$$



Шар заземлен



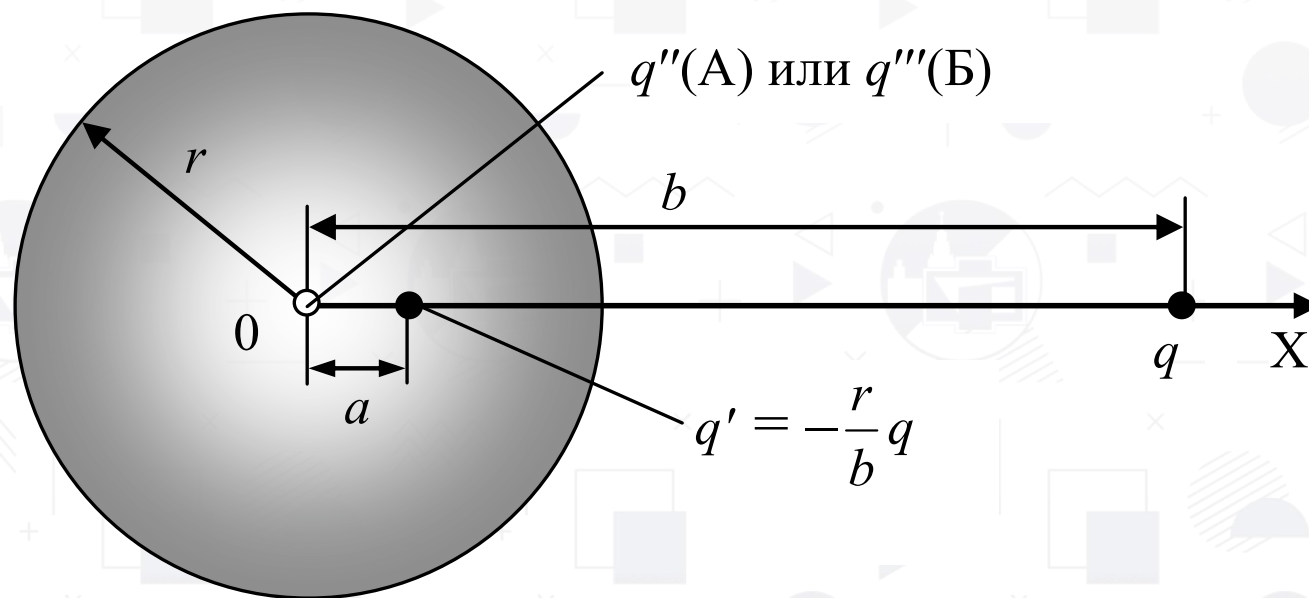
Взаимное расположение точечного заряда q , заземленного металлического шара и заряда-"изображения" q' .

$$a = \frac{r^2}{b}.$$

$$q' = -q \frac{r}{b}$$



А. Шар изолирован и не заряжен



Взаимное расположение точечного заряд q , изолированного проводящего шара и зарядов-"изображений" q' , q'' (случай А) и q''' (случай Б)



Величина заряда q'' должна удовлетворять соотношению

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q''}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{b}$$

$$q'' = q \frac{r}{b}$$



Б. Шар изолирован и обладает зарядом Q

В этом случае потенциал шара будет равен $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{b} + \frac{Q}{r} \right)$

В центр шара надо добавить точечный заряд q''' такой, чтобы потенциал сферы стал равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{b} + \frac{Q}{r} \right).$$

Величина заряда q''' должна удовлетворять соотношению:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q'''}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{b} + \frac{Q}{r} \right)$$

$$q''' = Q + q \frac{r}{b}$$



ОТВЕТЫ

$$1. Q > \frac{32\pi\varepsilon_0 mgR^2}{q},$$

$$5. Q = -\frac{4\pi\varepsilon_0 ab\varphi_0}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

$$2. F = \frac{Q^2(R^2 - h^2)}{32\pi\varepsilon_0 R^4},$$

$$6. \Delta Q = \frac{Q}{16\pi\varepsilon_0 R},$$

$$3. \varphi = \frac{11q}{96\pi\varepsilon_0 R},$$

$$7. \Delta Q = 2\pi\varepsilon_0 \xi^2 R_2.$$

$$4. F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2 R(a+b)}{ab} \sqrt{\frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4}},$$



Спасибо за внимание!



Физический факультет МГУ