Теоретические вопросы при подготовке к ЕГЭ

В.А.Грибов

Федеральная комиссия разработчиков ЕГЭ по физике, ФИПИ,

Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва

27 июня 2018 года

Каждый год публикуется демоверсия
ЕГЭ по физике:

Кодификатор;
Спецификация;
Демонстрационный вариант.

Однако в демоверсии никогда нет
списка учебной литературы
для подготовки к ЕГЭ.

В конце 2016 года в издательстве «Просвещение» вышло учебное пособие «Я сдам ЕГЭ. Физика» (авторы М.Ю. Демидова, В.А. Грибов, А.И. Гиголо).
В этом пособии значительную долю объема занимает изложение теории, представленной в виде справочных материалов. Наиболее подробно рассмотрены те вопросы, которые в школьных учебниках изложены с наибольшими разночтениями.

Сегодняшняя презентация посвящена тому, как теоретический материал из пособия «работает» при решении заданий ЕГЭ.

Начнем с закона сохранения механической энергии.

1.4.8. **Закон изменения и сохранения механической энергии.** В ИСО изменение кинетической энергии $\Delta E_{кин}$ системы материальных точек равно работе A всех сил, приложенных ко всем телам системы: $\Delta E_{кин} = A$. Каждую силу из числа действующих на тела системы, относим либо к потенциальным, либо к непотенциальным. Тогда

$$A = A_{всех\ потенц.сил} + A_{всех\ непотенц.сил}$$

Работу потенциальных сил представим через изменение потенциальной энергии системы материальных точек:

$$A_{всех\ потенц.сил} = -\Delta E_{потенц.}.$$

Учтём, что механическая энергия системы тел $E_{мех} = E_{кин} + E_{потенц}$. Тогда

$$\Delta E_{мех} = \Delta E_{кин} + \Delta E_{потенц} = A - A_{всех\ потенц.сил} = A_{всех\ непотенц.сил}.$$

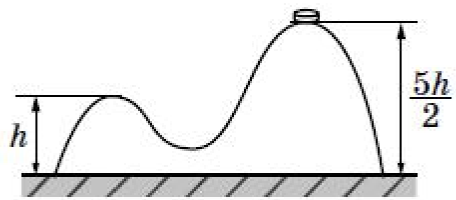
Таким образом, в ИСО для системы материальных точек (системы тел) изменение механической энергии равно работе всех непотенциальных сил, как внутренних, так и внешних:

в ИСО $\Delta E_{мех} = A_{всех\ непотенц.сил}$.

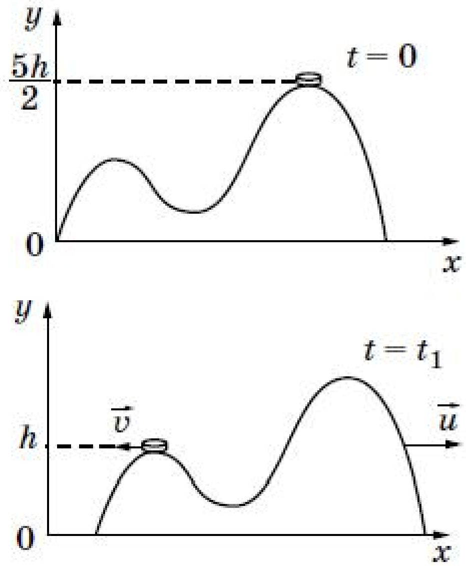
Поэтому в ИСО механическая энергия системы материальных точек (системы тел) сохраняется, если работа всех непотенциальных сил, как внутренних, так и внешних, равна нулю:

в ИСО $\Delta E_{мех} = 0$, если $A_{всех\ непотенц.\ сил} = 0$

На гладкой горизонтальной поверхности стола покоится горка с двумя вершинами, высоты которых h и $\frac{5}{2}h$ (см. рисунок). На правой вершине горки находится шайба. От незначительного толчка шайба и горка приходят в движение, причём шайба движется влево, не отрываясь от гладкой поверхности горки, а поступательно движущаяся горка не отрывается от стола. Скорость шайбы на левой вершине горки оказалась равной v. Найдите отношение масс шайбы и горки.



Образец возможного решения:



На систему тел «шайба + горка» действуют внешние силы (тяжести и реакции стола), направленные по вертикали, поэтому проекция импульса системы на горизонтальную ось Ox системы отсчёта, связанной со столом, сохраняется.

В начальный момент $p_x(0) = 0$, а в момент t_1 $p_x(1) = Mu - mv$. Из закона сохранения импульса $p_x(0) = p_x(1)$ получим: $Mu - mv = 0$, где m — масса шайбы, M — масса горки.

Работа сил тяжести определяется изменением потенциальной энергии, а суммарная работа сил реакции равна нулю, так как поверхности гладкие.

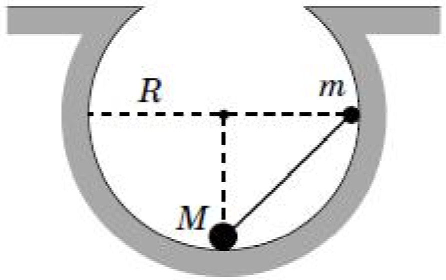
Следовательно, полная механическая энергия системы тел, равная сумме кинетической и потенциальной, сохраняется. Так как потенциальная энергия горки не изменилась, получаем уравнение

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} + mgh = \frac{5}{2}mgh.$$

Решение системы даёт отношение масс $\frac{m}{M} = \frac{3gh}{v^2} - 1$.

Ответ: $\frac{m}{M} = \frac{3gh}{v^2} - 1$.

Небольшие шарики, массы которых $m = 30$ г и $M = 60$ г, соединены лёгким стержнем и помещены в гладкую сферическую выемку. В начальный момент шарики удерживаются в положении, изображённом на рисунке. Когда их отпустили без толчка, шарики стали скользить по поверхности выемки. Максимальная высота подъёма шарика массой M относительно нижней точки выемки оказалась равной 12 см. Каков радиус выемки R?



Образец возможного решения:

Полная механическая энергия системы, равная сумме кинетической и потенциальной энергии, сохраняется, так как выемка гладкая и работа сил реакции стенок, в любой момент времени перпендикулярных скоростям шариков, равна нулю:

$$E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \text{const}.$$

В начальный момент и момент подъёма на максимальную высоту H кинетическая энергия системы равна нулю, поэтому её потенциальная энергия в эти моменты времени одинакова:

$$E_{\text{пот}}^{\text{нач}} = E_{\text{пот}}^{\text{конечн}}.$$

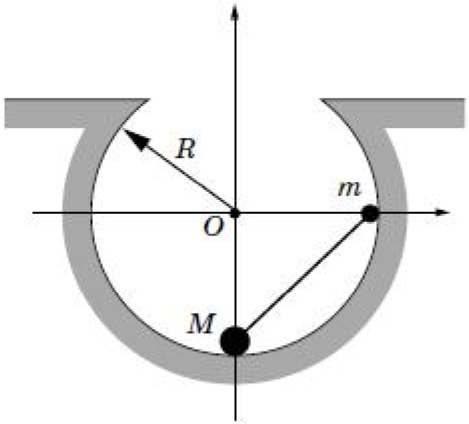


Рис. 1

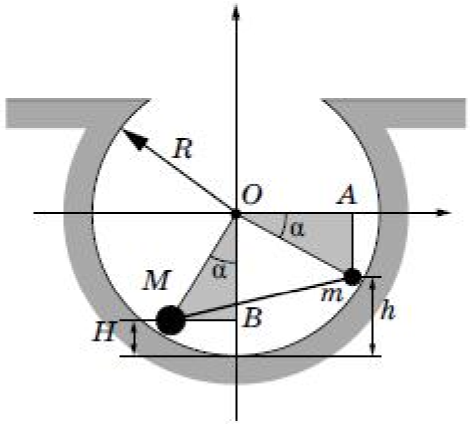


Рис. 2

Начальное положение системы изображено на рис. 1, а конечное — на рис. 2.

Если отсчитывать потенциальную энергию от нижней точки выемки, то начальная потенциальная энергия системы $E_{\text{пот}}^{\text{нач}} = mgR$, а её конечная потенциальная энергия $E_{\text{пот}}^{\text{конечн}} = mgh + MgH$. Закон сохранения энергии приводит к уравнению

$$mgR = mgh + MgH,$$

из которого следует, что $(R-h) = \dfrac{M}{m}H$.

При движении гантели по поверхности выемки высота подъёма большого и малого грузов связаны. Заметим, что в прямоугольных треугольниках OmA и OMB $MB = mA = R-h$, $OA = OB = R-H$, $OM = Om = R$, и воспользуемся теоремой Пифагора: $(R-h)^2 = R^2 - (OA)^2 = R^2 - (R-H)^2$.

Отсюда следует: $(R-h)^2 = H(2R-H)$.

Подставим сюда выражение $(R-h) = \dfrac{M}{m}H$, полученное из закона сохранения энергии, и получим: $\left(\dfrac{M}{m}\right)^2 H = 2R - H$; $R = \dfrac{H}{2}\left[1 + \left(\dfrac{M}{m}\right)^2\right]$.

Подставляя сюда значения физических величин, получим: $R = 6(1+4) = 30$ см.

Ответ: $R = 30$ см.

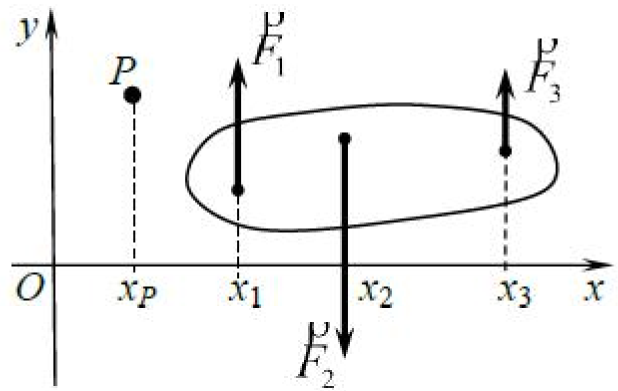
При решении задач по статике твердого тела нужно считать моменты сил. Когда ось вращения задана, расчет несложен. Но что делать, если ось вращения неизвестна заранее?

Ответ дает следующая теорема (которой мы негласно пользуемся).

Теорема. Если сумма сил равна нулю, то сумма их моментов относительно двух параллельных друг другу осей одна и та же.

В случае сил произвольного направления каждую силу можно представить в виде суммы составляющих, каждая из которых параллельна одной из координатных осей. Поэтому рассмотрим случай трех параллельных сил.

Пусть на тело действуют силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$, параллельные оси Oy, причем $F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0$. Через точку P проведем ось перпендикулярно плоскости рисунка. Сумма моментов сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ относительно этой оси



$$\begin{aligned}M_P &= F_1(x_1 - x_P) - F_2(x_2 - x_P) + F_3(x_3 - x_P) = \\ &= F_{1y}(x_1 - x_P) + F_{2y}(x_2 - x_P) + F_{3y}(x_3 - x_P) = \\ &= F_{1y}x_1 + F_{2y}x_2 + F_{3y}x_3 - x_P(F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}) = \\ &= F_{1y}x_1 + F_{2y}x_2 + F_{3y}x_3 = M_O.\end{aligned}$$

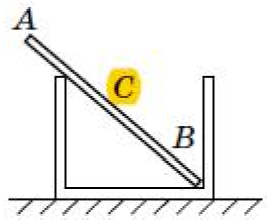
Таким образом, сумма моментов сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости xOy через точку P, равна сумме их моментов относительно параллельной оси, проходящей через начало координат, то есть не зависит от выбора точки P. Теорема доказана.

Мы получили право применять правило моментов не относительно реальной оси вращения (часто очевидно только её направление, но не положение), а относительно любой параллельной ей оси. Но всё это возможно, только если сумма приложенных к телу сил равна нулю.

Пример задачи, где эта теорема работает.

Вопрос 1 (здесь эта теорема не нужна).

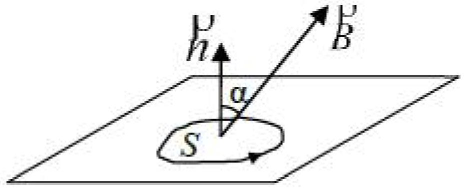
Однородный массивный стержень AB покоится, упираясь в стык дна и стенки банки концом B и опираясь на край банки в точке C (см. рисунок). Модуль силы, с которой стержень давит на стенку сосуда в точке C, равен 0,5 Н. Вертикальная составляющая силы, с которой стержень давит на сосуд в точке B, равна по модулю 0,6 Н, а её горизонтальная составляющая равна по модулю 0,3 Н. Чему равна сила тяжести, действующая на стержень? Трением пренебречь.



Вопрос 2 (здесь эта теорема очень помогает).
Какая доля стержня находится внутри сосуда?

Обратимся к закону электромагнитной индукции Фарадея.

3.4.1. Выберем на плоскости площадку S. Её граница представляет собой замкнутую кривую. На кривой выберем положительное направление обхода. По правилу правого буравчика, вращая его рукоятку в этом направлении, выберем одно из двух возможных направлений нормали $\vec{n}$ к площадке (см. рисунок). Пусть вектор $\vec{B}$ индукции однородного магнитного поля образует с нормалью $\vec{n}$ угол α. Тогда **поток вектора магнитной индукции** (магнитный поток) через площадку S равен



$$\Phi = B_n S = BS \cos \alpha .$$

3.4.3. **Закон электромагнитной индукции Фарадея**: если магнитный поток Φ через площадку S меняется с течением времени, то в контуре, ограничивающем площадку, существует ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\bigg|_{\Delta t \to 0} = -\Phi'_t .$$

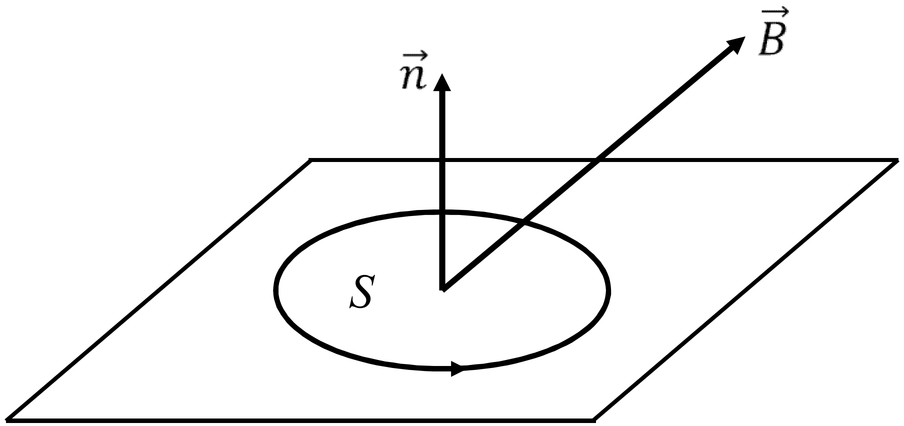
Что значит знак «минус» в законе электромагнитной индукции Фарадея?

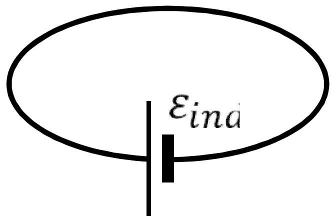
Обычно говорят, что этот минус отображает правило Ленца.
Да, правило Ленца с этим минусом вполне согласуется.
Но формула для ЭДС индукции первична по отношению к правилу Ленца.
Действительно: если магнитный поток через площадку, ограниченную замкнутым контуром, изменяется, то в контуре существует ЭДС индукции

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Big|_{\Delta t \to 0} .$$

Но индукционный ток (а правило Ленца связано именно с ним) наблюдается в контуре, только если контур – проводящий, а ЭДС индукции существует и в непроводящем контуре.

Так какую же еще службу служит этот минус?
Он указывает полярность включения ЭДС индукции в контуре.





Допустим, в ситуации на рисунке модуль *B* магнитной индукции растет. Тогда и магнитный поток через площадку *S* тоже растет. Значит, ЭДС индукции отрицательна, то есть включена навстречу положительному направлению обхода контура (см. рисунок справа).

В заключение – модель идеального газа.
В пятитомнике Мякишева говорится:
«В молекулярно-кинетической теории идеальным газом называют газ, состоящий из молекул, взаимодействие между которыми пренебрежимо мало».

Что это значит: взаимодействием молекул обязательно нужно пренебречь или можно и не пренебрегать?
А то вот в двухтомнике Пинского читаем:
«Молекулы взаимодействуют между собой только при непосредственном соприкосновении, при этом они отталкиваются».

Если заняться вычислениями (это не для школьников, но выпускники университетов это проходили), то выясняется, что взаимодействием молекул нужно пренебречь. Иначе уравнение Клапейрона-Менделеева мы не получим.

Обратимся к вычислениям.

Их последовательность такова:

Гамильтониан системы частиц $H(p,q)$.
Статистический интеграл $Z(T,V,N)$.
Выражение для свободной энергии $F(T,V,N)$.
Уравнения состояния для давления p и теплоемкости C_{VN}.

Только для гамильтониана $H = \sum_{i=1}^{N} \frac{{p_i}^2}{2m}$
эта цепочка вычислений дает результат

$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ C_{VN} = \dfrac{3}{2}\nu R \end{cases}$$

Если в гамильтониан включено взаимодействие между частицами, то выражения для давления *p* и теплоемкости C_{VN} получатся другими.

При наличии $U(q) \neq 0$ в статистическом интеграле $Z(T,V,N)$ появляется в качестве дополнительного сомножителя конфигурационный интеграл

$$Q = \frac{1}{V^N} \int exp\left(-\frac{U(q)}{kT}\right) dq \neq 1,$$

и его вклад приводит к изменению вида выражений для *p* и C_{VN} .

Так что никаких шариков и упругих отталкиваний в модели идеального газа нет.

Тем не менее, вопрос о взаимодействии частиц внутри термодинамической системы – это вопрос принципиально важный. Если система многих частиц является термодинамической, то она должна при фиксированных внешних условиях самопроизвольно переходить в одно и то же равновесное состояние, независимо от того, каково было начальное состояние системы.

Если взаимодействие в системе отсутствует, то, как показывается в курсе статистической физики, такой самопроизвольный переход к равновесию неосуществим, и система частиц в процессе своей эволюции сохраняет «память» о начальных условиях.

Как же быть с моделью идеального газа, в которой взаимодействия между частицами нет? Ответ таков: эта простейшая модель неприменима при описании эволюции термодинамической системы к равновесию, но ее можно использовать для описания равновесной системы.

Подведем итоги.

Не следует думать, что рассмотрение теоретических вопросов – это новое направление ЕГЭ, которое потребует заучивания наизусть больших фрагментов прозы и написания сочинений на темы по физике.

Рассмотрение теоретических вопросов – это выработка инструмента для решения уже существующих заданий ЕГЭ. Освоив этот инструмент, можно более уверенно и обоснованно подходить к решению этих заданий.

Спасибо за внимание!