

П.Ю. Боков

к.ф.-м.н., доцент кафедры общей физики физического факультета МГУ,  
Учитель физики Московской гимназии на Юго-Западе №1543

# **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О ПЕРЕЗАРЯДКЕ КОНДЕНСАТОРОВ**

# ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

---

$$\Pi_0 + K_0 + A_{\text{тр}} + A_{\text{ex}} = \Pi_k + K_k$$

З.С.М.Э.:

если  $A_{\text{тр}} + A_{\text{ex}} = 0$ , то:

$$\Pi_0 + K_0 = \Pi_k + K_k = \text{const}$$

# I ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

$$\Pi_0 + K_0 + A_{\text{тр}} + A_{\text{ex}} = \Pi_{\text{к}} + K_{\text{к}}$$



было      изменение      стало

$$U_0 + A + Q = U_{\text{к}}$$

# В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ...

$$W_{\text{эл}0} + W_{\text{магн}0} + A_{\text{ист}} + A_{\text{мех}} = W_{\text{эл}} + W_{\text{магн}} + Q_{\text{Дж}} + Q_{\text{изл}}$$



было



изменение



стало



выделилось

# ЗАДАЧА 1 (ФИЗИКА-11)

## Задача 1

Конденсатор ёмкостью  $C$ , имеющий заряд  $q_0$ , подключают к источнику постоянного тока (с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$ ) через сопротивление  $R = 2r$  так, как показано на рис. 62. Определите количество теплоты, которое выделится на сопротивлении  $R$  за время перезарядки конденсатора.

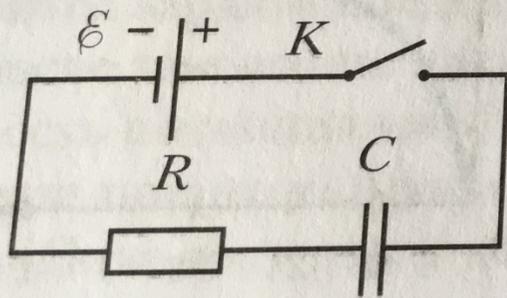


Рис. 62

После замыкания ключа  $K$  в цепи будет течь ток до тех пор, пока напряжение  $U_C$  на конденсаторе не станет равным ЭДС источника тока. Поэтому после перезарядки конденсатора его заряд  $q$  станет равным:

*Решение.*

После замыкания ключа  $K$  в цепи будет течь ток до тех пор, пока напряжение  $U_C$  на конденсаторе не станет равным ЭДС источника тока. Поэтому после перезарядки конденсатора его заряд  $q$  станет равным:

## Глава 1. Постоянный электрический ток ■

$$q = C \cdot U_c = C \cdot \mathcal{E}. \quad (7)$$

Следовательно, по цепи за время перезарядки протечёт заряд  $\Delta q$ , равный разности конечного  $q$  и начального  $q_0$  зарядов конденсатора:

$$\Delta q = q - q_0 = C \cdot \mathcal{E} - q_0. \quad (8)$$

Таким образом, за время перезарядки источник совершит работу  $A$ , равную произведению ЭДС источника и протёкшего через него заряда  $\Delta q$ :

$$A = \mathcal{E} \cdot \Delta q. \quad (9)$$

До замыкания ключа начальная энергия  $W_0$  электрического поля конденсатора была равна:

$$W_0 = \frac{q_0^2}{2C}. \quad (10)$$

После окончания перезарядки конечная энергия  $W_k$  электрического поля конденсатора будет равна:

$$W_k = \frac{q^2}{2C}. \quad (11)$$

Согласно закону изменения энергии, сумма начальной энергии  $W_0$  и работы  $A$  источника должна быть равна сумме конечной энергии  $W_k$  системы и энергии  $Q$ , выделившейся в виде количеств теплоты на сопротивлениях  $r$  и  $R$  и излучения, обусловленного ускоренным движением зарядов в цепи при перезарядке конденсатора:

$$W_0 + A = W_k + Q. \quad (12)$$

Из (12) с учётом (9)–(11) получаем:

$$Q = (W_0 - W_k) + A = \frac{q_0^2 - q^2}{2C} + \mathcal{E} \cdot (q - q_0). \quad (13)$$

Таким образом, выделившаяся энергия  $Q$  равна сумме двух слагаемых. Первое – это разность начальной и конечной энергий электрического поля конденсатора. Второе – это работа источника тока. Прежде чем подставлять в (13) значение  $q$  из (7), обсудим полученный результат.

Если начальное напряжение  $U_{C0} = \frac{q_0}{C}$  на конденсаторе меньше, чем ЭДС  $\mathcal{E}$  источника, то  $q_0 < q$ . В этом случае заряд конденсатора и его энергия при перезарядке будут увеличиваться. Поэтому первое слагаемое в (13) будет отрицательным. Напротив, поскольку в этом случае  $\Delta q = q - q_0 > 0$ , то второе слагаемое – работа источника тока – будет положительным.

### ■ Электродинамика (продолжение)

Если же начальное напряжение на конденсаторе  $U_{C_0}$  больше ЭДС  $\mathcal{E}$  источника, то  $q_0 > q$ . В этом случае при перезарядке заряд конденсатора и его энергия будут уменьшаться. Следовательно, первое слагаемое в (10) будет положительным. Напротив, так как  $\Delta q = q - q_0 < 0$ , то второе слагаемое — работа источника тока — будет отрицательным.

Понятно, что если  $U_{C_0} = \mathcal{E}$ , то  $q_0 = q$  и перезарядки не будет. Другими словами, при таком условии тока в цепи после замыкания ключа  $K$  не будет. Поэтому из (13) получим:  $Q = 0$ .

Теперь подставим (7) в (13). После элементарных преобразований получаем:

$$Q = \frac{(q_0 - C \cdot \mathcal{E})^2}{2C}. \quad (14)$$

Обратим внимание на то, что полученное значение  $Q$  всегда неотрицательно. Это означает, что количество выделившейся энергии  $Q$  (за исключением случая  $q_0 = C \cdot \mathcal{E}$ ) будет положительным.

Будем считать, что потери энергии на излучение, обусловленное ускоренным движением зарядов в цепи при перезарядке, пренебрежимо малы. Тогда количество выделившейся теплоты определяется соотношением (14).

Чтобы определить, какое количество теплоты  $Q_R$  выделилось на сопротивлении  $R$ , а какое  $Q_r$  — на внутреннем сопротивлении  $r$  источника, воспользуемся законом Джоуля — Ленца. Сила тока в цепи при перезарядке конденсатора непрерывно изменяется. Поэтому рассмотрим достаточно малый промежуток времени  $\Delta t$ , в течение которого силу тока в цепи можно считать постоянной. За этот промежуток времени на внутреннем сопротивлении  $r$  источника и сопротивлении  $R$  выделяются соответственно количества теплоты  $\Delta Q_r$  и  $\Delta Q_R$ :

$$\Delta Q_r = I^2 \cdot r \cdot \Delta t, \quad (15)$$

$$\Delta Q_R = I^2 \cdot R \cdot \Delta t, \quad (16)$$

где  $I$  — сила тока в цепи в течение промежутка времени  $\Delta t$ .

По условию  $R = 2r$ . Поэтому из (15) и (16) получаем:

$$\frac{\Delta Q_R}{\Delta Q_r} = \frac{R}{r} = 2. \quad (17)$$

Соотношение (17) справедливо для любого достаточно малого промежутка времени  $\Delta t$ . Следовательно, оно верно и для всего времени перезарядки:

$$\frac{Q_R}{Q_r} = 2. \quad (18)$$

## Глава 1. Постоянный электрический ток ■ \_\_\_\_\_

Поскольку общее количество выделившейся теплоты  $Q = Q_R + Q_r$ , с учётом (18) и (14) получаем ответ:

$$Q_R = \frac{(q_0 - C \cdot \mathcal{E})^2}{2C} \cdot \frac{R}{R+r} = \frac{(q_0 - C \cdot \mathcal{E})^2}{3C}.$$

## ЗАДАЧА 2 (ФИЗИКА-11)

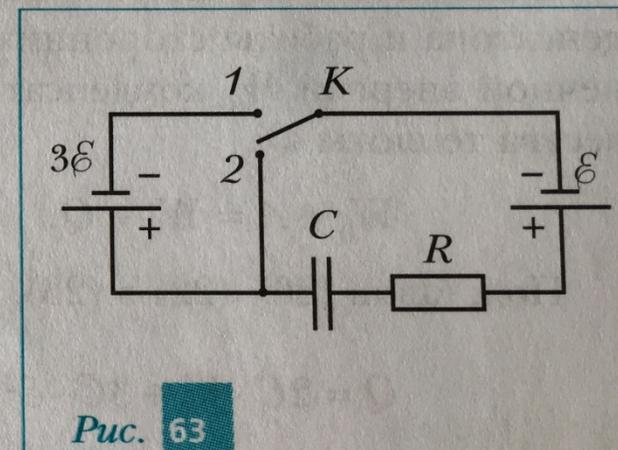
### Задача 2

Определите количество теплоты, которое выделится на резисторе  $R$  после переключения ключа  $K$  из положения 1 в положение 2 в схеме, показанной на рис. 63. Потерями энергии на излучение пренебречь.

*Решение.*

Будем считать, что ключ  $K$  находится в положении 1 достаточно долго. Тогда сила тока в цепи равна нулю. Поэтому напряжение между выводами резистора также равно нулю. Следовательно, напряжение между левой и правой пластинами конденсатора равно:  $U = 3\varepsilon - \varepsilon = 2\varepsilon$ . Таким образом, начальный заряд  $q_0$  конденсатора равен:

$$q_0 = C \cdot U = C \cdot 2\varepsilon. \quad (19)$$



При этом левая пластина конденсатора заряжена положительно, а правая — отрицательно. Начальная энергия заряженного конденсатора:

$$W_0 = \frac{q_0^2}{2C} = 2C \cdot \mathcal{E}^2. \quad (20)$$

После переключения ключа  $K$  в положение 2 начнётся перезарядка конденсатора, и в цепи потечёт электрический ток. Соответственно, на резисторе  $R$  будет выделяться определённое количество теплоты. Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока между правой и левой пластинами конденсатора не установится разность потенциалов, равная ЭДС источника тока в образовавшейся цепи:  $\Delta\varphi = \mathcal{E}$ . Заряд конденсатора станет равен  $q_k = C \cdot \mathcal{E}$ . При этом правая пластина конденсатора будет заряжена положительно, а левая — отрицательно. Таким образом, за время перезарядки конденсатора по цепи пройдёт заряд  $\Delta q = q_0 + q_k$ , так как при разрядке конденсатора до нулевой разности потенциалов протекает заряд  $q_0$ , а при зарядке конденсатора до конечной разности потенциалов противоположной полярности протекает заряд  $q_k$ .

Следовательно, за время перезарядки сторонние силы совершают работу, равную произведению ЭДС источника на прошедший через него заряд:

■ Электродинамика (продолжение)

$$A = \mathcal{E} \cdot \Delta q = \mathcal{E} \cdot (q_0 + q_k) = \mathcal{E} \cdot (2C \cdot \mathcal{E} + C \cdot \mathcal{E}) = 3C \cdot \mathcal{E}^2. \quad (21)$$

Конечная энергия конденсатора равна:

$$W_k = \frac{q_k^2}{2C} = \frac{C \cdot \mathcal{E}^2}{2}. \quad (22)$$

Согласно закону сохранения энергии, сумма начальной энергии  $W_0$  конденсатора и работы сторонних сил по переносу заряда  $\Delta q$  равна сумме конечной энергии  $W_k$  конденсатора и выделившегося на резисторе  $R$  количества теплоты  $Q$ :

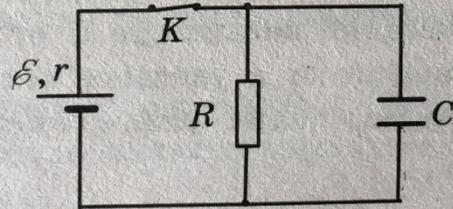
$$W_0 + A = W_k + Q. \quad (23)$$

Подставив (20)–(22) в (23), получаем ответ:

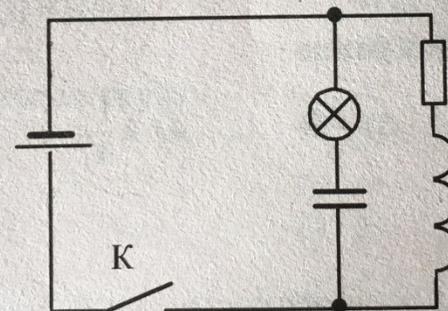
$$Q = 2C \cdot \mathcal{E}^2 + 3C \cdot \mathcal{E}^2 - \frac{C \cdot \mathcal{E}^2}{2} = \frac{9}{2}C \cdot \mathcal{E}^2.$$

# ЧТО В ЕГЭ?

В электрической схеме, показанной на рисунке, ключ  $K$  замкнут. Заряд конденсатора  $q = 2$  мкКл, ЭДС батарейки  $\mathcal{E} = 24$  В, ее внутреннее сопротивление  $r = 5$  Ом, сопротивление резистора  $R = 25$  Ом. Найдите количество теплоты, которое выделяется на резисторе после размыкания ключа  $K$  в результате разряда конденсатора. Потерями на излучение пренебречь.

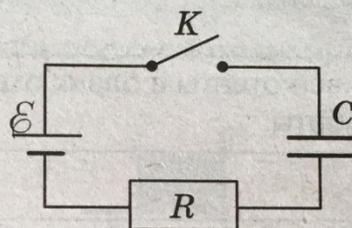


В электрической цепи, показанной на рисунке, ЭДС источника тока равна  $\mathcal{E} = 12$  В; емкость конденсатора  $C = 2$  мФ; индуктивность катушки  $L = 5$  мГн, сопротивление лампы  $r = 5$  Ом и сопротивление резистора  $R = 3$  Ом. В начальный момент времени ключ  $K$  замкнут. Какое количество теплоты  $Q$  выделится в лампе после размыкания ключа? Внутренним сопротивлением источника тока, катушки и проводов пренебречь.



# ЧТО В ЕГЭ?

Конденсатор подключен к источнику тока последовательно с резистором  $R = 20$  кОм (см. рис.). В момент времени  $t = 0$  ключ замыкают. В этот момент конденсатор полностью разряжен. Результаты измерений силы тока в цепи, выполненных с точностью  $\pm 1$  мкА, представлены в таблице.



$t, \text{с}$	0	1	2	3	4	5	6
$I, \text{мкА}$	300	110	40	15	5	2	1

Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением проводов пренебречь. Выберите два верных утверждения о процессах, наблюдаемых в опыте.

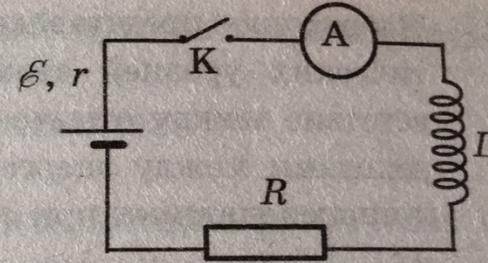
- 1) Ток через резистор в процессе наблюдения увеличивается.
- 2) Через 6 с после замыкания ключа конденсатор полностью зарядился.
- 3) ЭДС источника тока составляет 6 В.
- 4) В момент времени  $t = 3$  с напряжение на резисторе равно 0,6 В.
- 5) В момент времени  $t = 3$  с напряжение на конденсаторе равно 5,7 В.

Ответ:

--	--

# ЧТО В ЕГЭ?

24. В схеме, показанной на рисунке, ключ К замыкают в момент времени  $t = 0$ . Показания амперметра в последовательные моменты времени приведены в таблице. Сопротивление резистора равно 100 Ом. Сопротивлением проводов и амперметра, активным сопротивлением катушки индуктивности и внутренним сопротивлением источника пренебречь.



$t, \text{мс}$	0	50	100	150	200	250	300	400	500	600	700
$I, \text{мА}$	0	23	38	47	52	55	57	59	59	60	60

Выберите два верных утверждения о процессе, происходящем в контуре.

- 1) Напряжение на резисторе сначала увеличивается, а затем не меняется.
- 2) Напряжение на резисторе не меняется с течением времени.
- 3) ЭДС источника равна 3,4 В.
- 4) Напряжение на катушке в момент времени 300 мс равно 0.
- 5) Напряжение на катушке в момент времени 0 мс максимально.

Ответ:

--	--

# ОЛИМПИАДЫ (СБОРНИК С.М. КОЗЕЛА)

✓ 3.89. Конденсатор емкости  $C$ , заряженный до напряжения  $\mathcal{E}$ , подключается через резистор с большим сопротивлением к батарее с ЭДС  $5\mathcal{E}$  (рис. 3.41). Определить количество теплоты, которое выделяется в цепи при зарядке конденсатора до напряжения  $5\mathcal{E}$ .

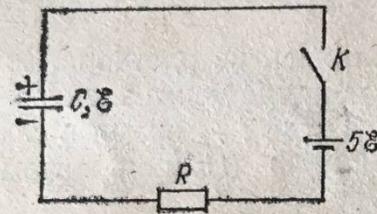


Рис. 3.41

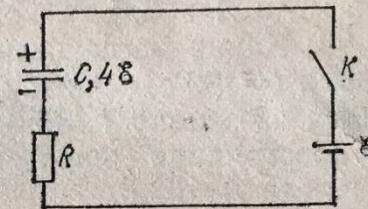


Рис. 3.42

✓ 3.90. Конденсатор емкости  $C$ , заряженный до напряжения  $4\mathcal{E}$ , разряжается через резистор с большим сопротивлением  $R$  и батарею с ЭДС  $\mathcal{E}$  (рис. 3.42). Найти количество теплоты, выделившееся при разрядке конденсатора.

✓ 3.91. Какое количество теплоты выделится в цепи при переключении ключа  $K$  из положения 1 в положение 2 (рис. 3.43)?

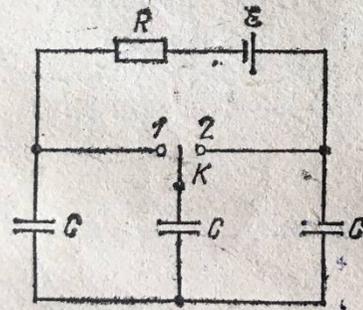


Рис. 3.43

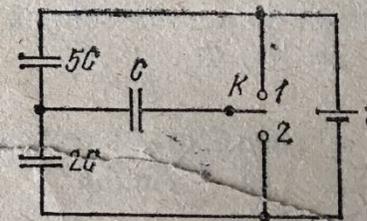


Рис. 3.44