Новый УМК по физике для основной и полной школы
авт. Грачев А.В., Погожев В.А. и др.

Авторский коллектив

Преподаватели кафедры общей физики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова:

Грачев А.В., к.ф.-м.н., доцент , лауреат Ломоносовской премии 2008 г.

Погожев В.А., к.ф.-м.н., доцент , лауреат Ломоносовской премии 2010 г.

Селиверстов А.В., к.п.н., старший преподаватель, учитель физики гимназии № 1543

Боков П.Ю., к.ф.-м.н., старший преподаватель, учитель физики гимназии № 1543

Вишнякова Е.А., к.ф.-м.н., ассистент

Салецкий А.М., профессор, зав. кафедрой общей физики, лауреат Ломоносовской премии 1998, 2002 г.г.

Состав УМК:

Вышло в свет:

- Учебник «Физика-7»
- Учебник «Физика-8»
- Учебник «Физика-9»
- Учебник «Физика-10»
- Учебник «Физика-11»
- Рабочая тетрадь к учебнику «Физика-7», части 1 и 2
- Рабочая тетрадь к учебнику «Физика-8», часть 1 и 2
- Рабочая тетрадь к учебнику «Физика-9», часть 1, 2 и 3
- Книга для учителя к учебнику «Физика-7», «Физика-8»
- Программы

В печати:

- Рабочая тетрадь к учебнику «Физика-10»
- Сборник задач к учебнику «Физика-10»

Основные методологические принципы

- Логическая последовательность
- Ступенчатость изложения
- Преемственность
- Классификация и узнаваемость
- Алгоритмы решения задач
- Возможность самообразования
- Достаточность
- Уровневая дифференциация
- Поэтапная систематизация и возможность контроля

- **Классификация задач + алгоритмы решения**

- **Логически последовательное изложение + параллельная систематизация знаний, изучение итоговых схем-таблиц**

Оглавление

Оглавление

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Упорядоченное движение заряженных частиц — электрический ток — характеризуют силой тока $I = \Delta q / \Delta t$, где Δq — заряд, прошедший через данное сечение за время Δt.

Если концентрация носителей заряда q, движущихся упорядоченно со скоростью $v_{\text{др}}$, равна n, то сила тока через поперечное сечение площадью S равна $I = q \cdot S \cdot v_{\text{др}} \cdot n$.

При неизменной температуре проводника сила тока I пропорционально напряжению U между его концами. Отношение U к I называют сопротивлением R проводника.

Закон Ома для участка цепи:

$U = R \cdot I$

Сопротивление однородного проводника $R = \rho \cdot l / S$, где l — длина, S — площадь поперечного сечения, ρ — удельное сопротивления вещества проводника.

При последовательном соединении N проводников

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

При параллельном соединении N проводников

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

Работа электрического тока при переносе заряда Δq по проводнику, напряжение между концами которого равно U, равна $A = U \cdot \Delta q = U \cdot I \cdot \Delta t$.

Закон Джоуля — Ленца: $Q = I^2 \cdot R \cdot \Delta t$, где Q — количество теплоты, выделившееся за время Δt при протекании по проводнику с сопротивлением R силы тока I.

Мощность постоянного тока $P = U \cdot I$

Электродвижущая сила (ЭДС) $\mathcal{E} = A_{\text{стор}} / q$.

В замкнутой цепи если $A_{\text{стор}} = Q$, то $\mathcal{E} \cdot \Delta q = \mathcal{E} \cdot I \cdot \Delta t = I^2 \cdot R \cdot \Delta t + I^2 \cdot r \cdot I^2$

Закон Ома для полной (замкнутой) цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

Закон Фарадея для электролиза:

$$m = \frac{M \cdot \Delta q}{F \cdot z}$$

Глава 4

Механические колебания

§ 31 Механические колебания. Условия возникновения свободных колебаний

Колебательные движения (колебания) широко распространены в окружающем мире. Примеры таких движений показаны на рис. 124. В чём же состоит особенность колебательного движения?

Пусть твёрдый шарик находится на вогнутой поверхности в положении устойчивого равновесия (рис. 125). Сместим его из этого положения на край жёлоба и отпустим. В результате суммарного действия сил тяжести и реакции опоры шарик с ускорением устремится к положению равновесия, проскочит его и будет смещаться, замедляясь, в противоположную сторону. В крайней точке смещения он остановится и вновь, ускоряясь, устремится к положению равновесия. Если силы трения, действующие на шарик, малы,

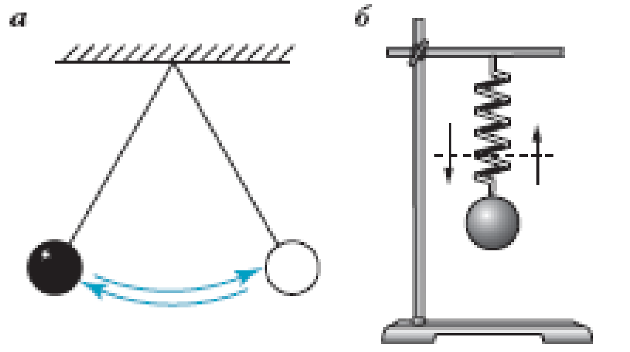


Рис. 124 Примеры колебаний: *а* – нитяного маятника; *б* – пружинного маятника

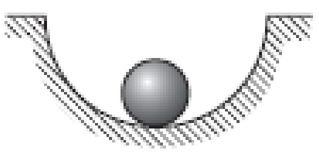


Рис. 125

Колебания в системе тел, обусловленные действием только внутренних сил, называют свободными колебаниями.

Системы тел, в которых возможны свободные колебания, называют колебательными системами.

Основным свойством колебательной системы является наличие у неё положения устойчивого равновесия. Тогда при выводе системы из положения равновесия появляются силы, стремящиеся вернуть её в это положение. Эти силы называют *возвращающими*. При малых силах трения в системе колебания под действием возвращающих сил могут продолжаться достаточно долго.

Таким образом, чтобы в системе тел могли происходить свободные колебания необходимо выполнение двух условий:

1. Наличие у системы положения устойчивого равновесия,
2. Силы трения в системе должны быть достаточно малы.

Чтобы свободные колебания начались, необходимо вывести колебательную систему из положения равновесия. С энергетической точки зрения это означает, что системе необходимо передать начальный запас механической энергии. Начальный запас энергии может представлять собой либо потенциальную, либо кинетическую, либо сумму потенциальной и кинетической энергий. Например, если шарик (*см.* рис. 125) сместить из положения равновесия и отпустить, то начальная энергия системы будет потенциальной. Если этому же шарику, находящемуся в положении равновесия, сообщить горизонтально направленную скорость (рис. 126, *а*), то начальная энергия системы будет кинетической. Если же смещённому из положения равновесия шарику сообщить начальную скорость так, как показано на рис. 126, *б*, то начальная энергия системы будет представлять собой сумму потенциальной и кинетической энергий.

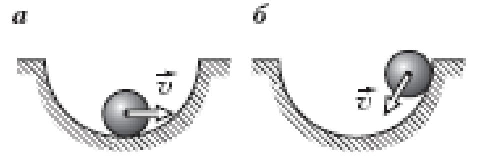


Рис. 126

! При свободных колебаниях в отсутствие сил трения полная механическая энергия колебательной системы согласно закону сохранения механической энергии остаётся неизменной.

При этом в процессе таких колебаний потенциальная энергия системы переходит в кинетическую энергию, и обратно.

Вопросы

1. Какие движения называют колебаниями?
2. Какие колебания называют периодическими?
3. Что называют периодом колебаний?
4. Что называют частотой колебаний? В каких единицах в СИ измеряют частоту колебаний?
5. Как связаны частота и период колебаний?
6. Какие колебания называют свободными?
7. Какие системы тел называют колебательными системами? Приведите примеры.
8. Какие условия должны выполняться, чтобы в системе тел могли происходить свободные колебания? Приведите примеры.
9. Что необходимо сделать, чтобы в колебательной системе начались свободные колебания? Приведите примеры, разъяснив их с энергетической точки зрения.
10. Как изменяются полная механическая, потенциальная и кинетическая энергии колебательной системы при свободных колебаниях в отсутствии сил трения?

§ 32 Кинематика колебательного движения

Чтобы научиться описывать изменения кинематических характеристик (координаты, скорости и ускорения) колеблющегося тела с течением времени, вспомним, как описывают равномерное движение точечного тела (точки) по окружности.

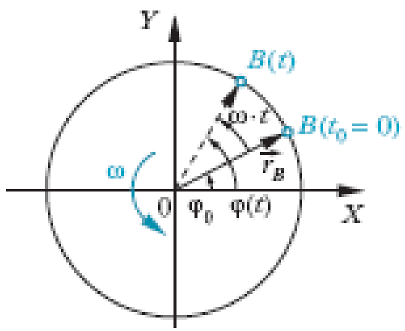
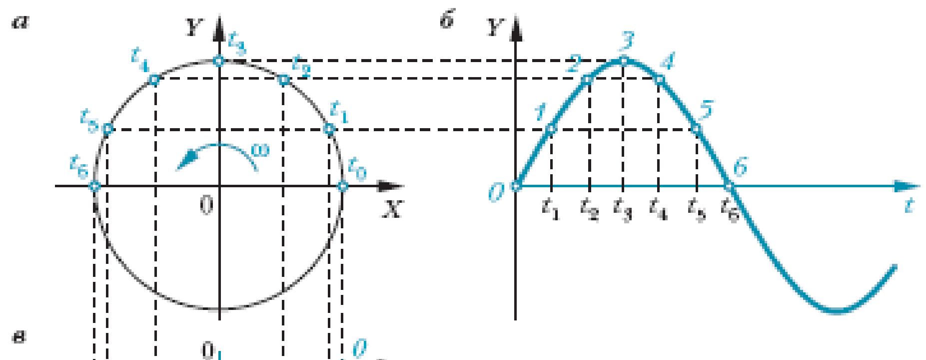


Рис. 127

Рассмотрим точку B, которая равномерно с угловой скоростью ω движется по окружности радиусом R (рис. 127). Систему отсчёта выберем таким образом, чтобы её начало совпадало с центром окружности. Пусть в начальный момент времени ($t_0 = 0$) радиус-вектор $\vec{r}_B$, описывающий положение точки B на окружности, составляет с осью



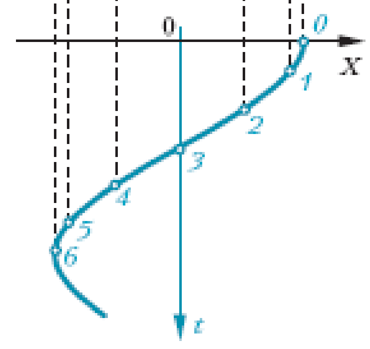


Рис. 128

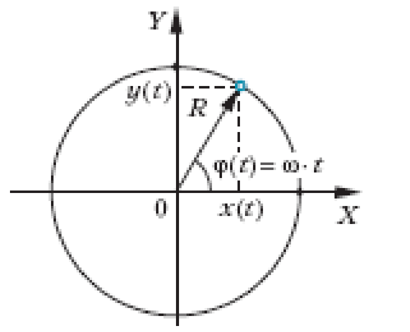


Рис. 129

Из уравнения (5) и графика $x(t)$ на рис. 128, *в* следует, что координата x точки B повторяется через одинаковые промежутки времени. Следовательно, проекция x этой точки совершает колебания.

Колебания, для которых зависимость физической величины от времени представляет собой косинусоиду (или синусоиду) называют гармоническими.

Таким образом, из закона движения (5) следует, что проекция x точки, которая равномерно движется по окружности, совершает гармонические колебания.

Обозначим максимальное значение координаты x, равное R, через x_m. Величину x_m, стоящую перед гармонической функцией (косинусом или синусом), называют *амплитудой* гармонических колебаний. С учётом этого обозначения екции скорости равна $v_m = x_m \cdot \omega$, т. е. численно в ω раз превышает амплитуду колебаний координаты.

Согласно определению, проекция на ось x ускорения рассматриваемой точки равна производной по времени проекции её скорости на эту ось (или второй производной координаты x по времени):

$$a_x(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x} = -x_m \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0). \qquad (10)$$

Таким образом, проекция ускорения изменяется также по гармоническому закону, причём с той же циклической частотой, что координата и проекция скорости. При этом проекция ускорения изменяется в пределах от $-x_m \cdot \omega^2$ до $x_m \cdot \omega^2$. Следовательно, амплитуда проекции ускорения равна $a_m = x_m \cdot \omega^2$, т. е. численно в ω^2 раз превышает амплитуду колебаний координаты.

Графики полученных зависимостей $x(t)$, $v_x(t)$ и $a_x(t)$ при $\varphi_0 = 0$ приведены на рис. 130. Видно, что рассматриваемые функции принимают минимальные и максимальные значения в разные моменты времени. Рассмотрим промежутки времени, в течение которых эти функции изменяют свои значения от минимального до максимального. На графиках эти участки изображены синим цветом.

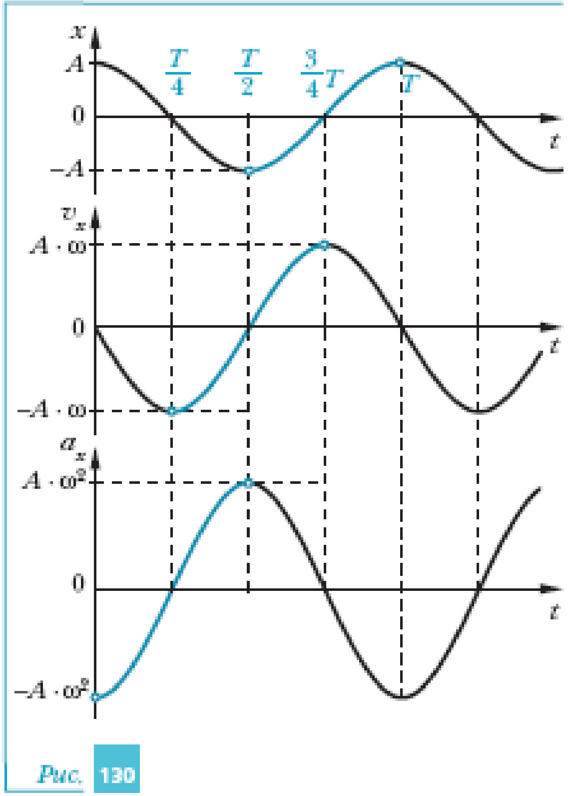


Рис. 130

В начальный момент времени $t = 0$ минимальное значение $(-x_m \cdot \omega^2)$ имеет проекция ускорения. Проекция скорости принимает минимальное значение $(-x_m \cdot \omega)$ на четверть периода позже. Видно, что и максимального значения проекция скорости достигает на четверть периода позже, чем проекция ускорения. То же можно сказать и о других соответствующих промежуточных значениях. Поэтому говорят, что *колеба-*

ния проекции скорости отстают от колебаний проекции ускорения на четверть периода.

Сравнивая графики $x(t)$ и $v_x(t)$, приходим к выводу, что *колебания координаты отстают от колебаний проекции скорости также на четверть периода.*

Из этого следует, что три рассматриваемые зависимости можно представить в виде трёх гармонических функций, каждая из которых представляет собой, например, косинусоиду. Ясно, что амплитуды и фазы этих функций будут различными.

Изменение времени на четверть периода соответствует изменению фазы на $\pi/2$. Поэтому, считая, что зависимость координаты от времени имеет вид (6), функции (9) и (10) могут быть представлены в виде:

$$v_x(t) = x_m \cdot \omega \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (11)$$

$$a_x(t) = x_m \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0 + \pi). \qquad (12)$$

Отметим, что преобразование (9) и (10) к виду (11) и (12) соответствует известным из тригонометрии формулам приведения.

Сопоставление (6), (11) и (12) позволяет переформулировать выводы, полученные ранее из графиков.

! **При гармонических колебаниях вдоль координатной оси колебания проекции скорости опережают колебания координаты по фазе на $\pi/2$. В свою очередь, колебания проекции ускорения опережают колебания координаты по фазе на π.**

Гармонические колебания занимают особое место в физике колебаний. Это обусловлено двумя причинами.

Во-первых, многие реально наблюдаемые в природе колебания являются гармоническими или почти гармоническими. В этом можно убедиться экспериментально. Например, на рис. 131 показаны совершающий колебания пружинный маятник и равномерно движущийся по окружности ша-

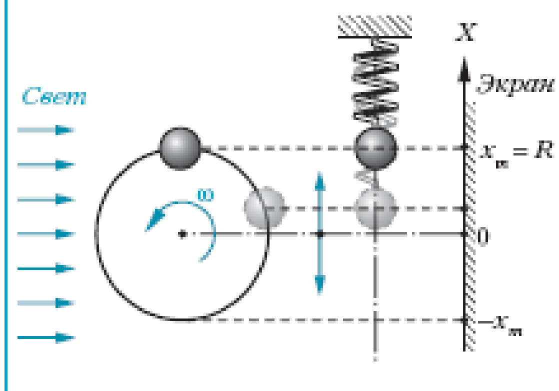


Рис. 131

Задача 3

Колебательная система состоит из насаженного на гладкий горизонтальный стержень шарика и лёгкой пружины, которая одним концом прикреплена к шарику. Другой конец пружины закреплён. Шарик совершает гармонические колебания с периодом T и амплитудой x_m (рис. 132, *а*). Определите, каким станет период колебаний этого шарика, если на расстоянии $0{,}5 \cdot x_m$ от положения его равновесия установить жёсткую стенку так, как показано на рис. 132, *б*. Удар шарика о стенку считайте абсолютно упругим.

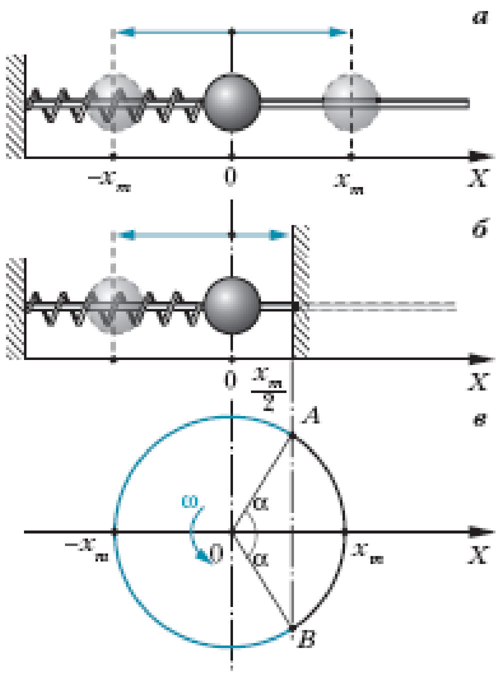


Рис. 132

Решение.

Рассмотрим равномерное движение точки по окружности (рис. 132, *в*) радиуса x_m с угловой скоростью $\omega = 2\pi/T$. Движение проекции этой точки на ось X идентично движению шарика в отсутствии стенки.

После появления стенки характер движения шарика изменяется. Как вы знаете, в результате абсолютно упругого удара о стенку направление скорости шарика изменяется на противоположное. При этом модуль этой скорости остаётся неизменным. Поэтому после удара движение шарика происходит так же, как оно происходило бы и в отсутствие стенки, но уже после того, как шарик прошёл бы точку с координатой $0{,}5 \cdot x_m$ в обратном направлении.

Таким образом, движение шарика после появление стенки в течение времени между ударами идентично движению точки по синей дуге AB окружности, а удар о жёсткую стенку можно рассматривать, как мгновенный «перескок» из точки B в точку A. Время движения точки по синей дуге AB равно: $\tau = (2\pi - 2\alpha)/\omega$. Из условия задачи следует, что $\cos\alpha = 0{,}5$. Поэтому $\alpha = \pi/3$, а искомый период равен:

$$\tau = (2\pi - 2\alpha)/\omega = 2T/3.$$

§ 33 Динамика колебательного движения

Рассмотрим, как можно получить закон движения колебательной системы. Из курса механики вы знаете, что для определения зависимости координат движущегося тела от времени существуют два способа. В первом — динамическом — используют законы динамики. Во втором — энергетическом — применяют законы изменения или сохранения механической энергии. В этом параграфе мы воспользуемся динамическим способом.

В качестве примера колебательной системы рассмотрим уже знакомый вам пружинный маятник, состоящий из насаженного на гладкий горизонтальный стержень маленького шарика массой m, который прикреплён к лёгкой пружине жёсткостью k (рис. 133, *а*). При передаче такой колебательной системе начального запаса энергии (например, при смещении шарика из положения равновесия или придания ему начальной скорости) в системе начнутся колебания шарика под действием силы упругости пружины. Для получения закона движения шарика воспользуемся стандартной схемой решения задач по динамике.

Шаг 0. Выбор модели. Будем считать шарик материальной точкой, а действующие на него силы трения пренебрежимо малыми. В этом случае единственной силой, вызывающей ускорение шарика, является сила упругости пружины.

Шаг 1. Выбор инерциальной системы отсчёта. В качестве тела отсчёта выберем стержень, вдоль которого движется шарик. Начало отсчёта поместим в точку, совпадающую с положением равновесия колеблющегося тела — шарика. Координатную ось X направим параллельно возможным перемещениям колеблющегося тела, т. е. вдоль стержня. Отметим, что подобный выбор начала отсчёта и направления координатной оси упрощает решение задач о колебаниях. В частности, при таком выборе системы отсчёта смещение тела в любой момент времени равно его координате.

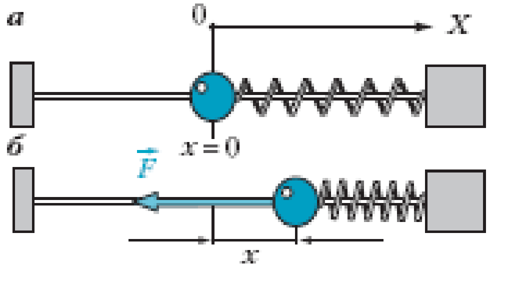


Рис. 133

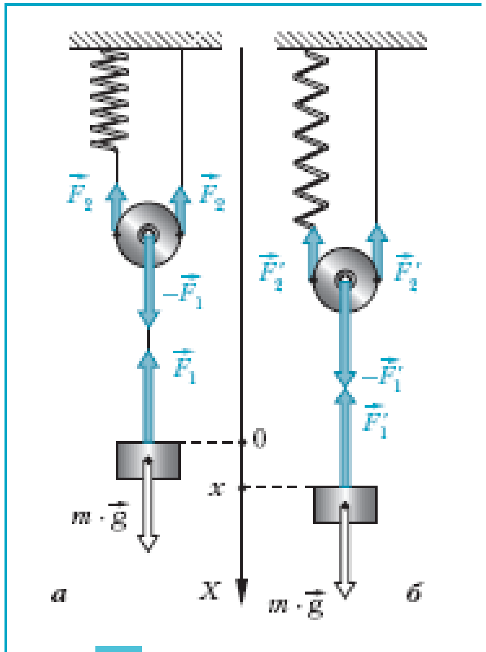


Рис. 134

В заключение рассмотрим пример решения динамическим способом ещё одной задачи о механических колебаниях.

Задача

К оси невесомого блока подвешен груз массой m. Через блок перекинута нить, один конец которой прикреплён непосредственно к потолку, а другой — к лёгкой пружине жёсткостью k (рис. 134, *а*). Груз немного оттягивают вниз и отпускают, после чего он начинает гармонически колебаться. Определите период T этих колебаний.

Решение.

Шаг 0. Выбор модели. Будем считать все нити невесомыми и нерастяжимыми, а груз — материальной точкой. Трением в системе пренебрежём.

Шаг 1. Инерциальную систему отсчёта свяжем с потолком, направив координатную ось X вертикально вниз. Начало отсчёта на оси X выберем так, чтобы оно совпадало с проекцией положения равновесия груза на эту ось.

Шаги 2–3. Определение проекции возвращающей силы.

Рассмотрим колебательную систему в положении равновесия, когда действующая на груз сила тяжести $m \cdot \vec{g}$ уравновешивается суммой $\vec{F}_1$ сил натяжения прикреплённых к грузу нитей (рис 134, *а*). Поскольку эти нити невесомы, то сумма сил, с которыми они действуют на блок, равна $-\vec{F}_1$. Блок невесом. Поэтому сумма действующих на него сил в любой момент времени равна нулю. Следовательно, в проекции на ось X получаем: $F_1 - 2F_2 = 0$, где F_2 — модуль силы натяжения нити, переброшенной через блок. Пружина в положении равновесия деформирована (растянута) силой натяжения прикреплённой к ней нити. Поэтому растяжение пружины $\Delta l_0 = F_2/k$. Из сказанного следует, что в положении равновесия выполняются равенства:

$$m \cdot g = F_1 = 2F_2 = 2k \cdot \Delta l_0. \qquad (11)$$

Пусть теперь система совершает колебания.

2. Каким свойствам должна удовлетворять проекция суммы сил, действующих на тело, чтобы его колебания были гармоническими?
3. Как зависит период колебаний пружинного маятника от массы груза и жёсткости пружины?

Упражнения

1. Проанализируйте формулы (6) и (7), ответив на вопросы, как изменяются ω и T при изменении m и k.
2. Период колебаний пружинного маятника $T = 0{,}5$ с, а масса его груза $m = 0{,}2$ кг. Определите жёсткость пружины этого маятника.
3. Амплитуда колебаний пружинного маятника из упражнения 2 равна $x_m = 10$ см. Определите максимальные значения, которые принимают кинетическая и потенциальная энергии колебательной системы. Считайте, что в положении равновесия потенциальная энергия колебательной системы равна нулю.

Для профильного уровня

4. К невесомой пружине жёсткостью k подвешена за конец однородная тонкая верёвка массой M. Длина верёвки равна L. После быстрого отрезания нижней части верёвки длиной $n \cdot L$ ($n < 1$) оставшаяся её часть начинает совершать колебания. При каком максимальном значении n эти колебания будут гармоническими для всех частей оставшейся на пружине верёвки?

§ 34 Преобразование энергии при механических колебаниях. Математический маятник

Свободные колебания происходят благодаря начальному запасу механической энергии колебательной системы. Рассмотрим колебательное движение с точки зрения преобразования кинетической и потенциальной энергий с течением времени. Это позволит более полно понять природу колебательных процессов.

Вернёмся к рассмотренному в предыдущем параграфе пружинному маятнику. Будем считать, что сумма работ сил трения и внешних сил равна нулю. Тогда, как следует из закона сохранения механической энергии, механическая энергия E колебательной системы с течением времени не изменяется:

$$\ddot{\alpha} + \frac{g}{l} \cdot \alpha = 0. \qquad (9)$$

Полученное уравнение представляет собой уравнение гармонических колебаний. Решение этого уравнения позволяет записать закон движения математического маятника.

! Закон движения математического маятника имеет вид:

$$\alpha(t) = \alpha_m \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t + \varphi_0\right) = \alpha_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0), \qquad (10)$$

где α_m — амплитуда колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ — циклическая частота, φ_0 — начальная фаза.

Из (10) следует, что период колебаний математического маятника равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (11)$$

Рассмотрим ещё один пример расчёта периода колебаний системы энергетическим способом.

Задача

В вертикально расположенной закреплённой U-образной трубке с площадью поперечного сечения S налита жидкость массой M с плотностью ρ (рис. 137, *а*). Пренебрегая трением, определите период малых колебаний этой жидкости после вывода её из положения равновесия.

Решение.

Будем считать жидкость несжимаемой. Свяжем систему отсчёта с трубкой. Координатную ось X направим вертикально вверх. Начало отсчёта O на этой оси поместим в точку, соответствующую уровню жидкости в положении равновесия.

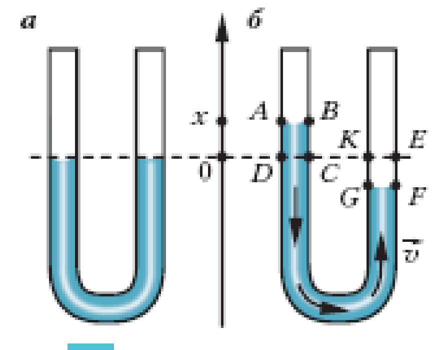


Рис. 137

6. Как называют зависимость амплитуды установившихся вынужденных колебаний от циклической частоты вынуждающей силы?
7. Какое явление называют резонансом?
8. Чему равна амплитуда установившихся колебаний, когда вынуждающая сила изменяется: а) очень медленно; б) очень быстро?
9. Что называют резонансной частотой?
10. Как изменяется резонансная частота колебательной системы с уменьшением вязкого трения?
11. Как объяснить явление резонанса с энергетической точки зрения?
12. Почему войсковым частям, например, колонне солдат, запрещают переходить мосты, маршируя в ногу?

Для профильного уровня

§ 36 Метод векторных диаграмм

Обратим внимание на то, что при рассмотрении вынужденных колебаний различают *резонанс смещения* и *резонанс скорости*. Это обусловлено тем, что максимальные значения амплитуды смещения и амплитуды скорости в общем случае достигаются при различных частотах вынуждающей силы.

Начнём с резонанса смещения. Рассмотрим динамику установившихся вынужденных колебаний груза пружинного маятника под действием гармонически изменяющейся вынуждающей силы со стороны электромагнита (*см.* рис. 140).

Пусть Δl_0 — деформация пружины в положении равновесия, а x — смещение груза от положения равновесия в рассматриваемый момент времени. Тогда сумма действующих на груз маятника силы тяжести $m \cdot \vec{g}$, силы Архимеда $\vec{F}_А$ и силы $\vec{F}_{упр}$ упругости пружины будет выполнять роль *возвращающей* силы. Проекция этой силы на ось X в рассматриваемый момент времени равна:

$$m \cdot g - F_А - k \cdot (\Delta l_0 + x) = -k \cdot x. \qquad (1)$$

На движущийся в жидкости груз действует также сила вязкого трения $\vec{F}_{тр}$. Эта сила направлена противоположно скорости груза. Будем считать, что амплитуда скорости груза невелика. В этом случае модуль силы трения можно считать прямо пропорциональным модулю скорости. Поэтому проекция этой силы на ось X в любой момент времени равна:

$$-\beta \cdot v_x = -\beta \cdot \dot{x}, \qquad (2)$$

$$k \cdot x = \frac{k \cdot v_m}{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t), \qquad (12)$$

$$\beta \cdot \dot{x} = \beta \cdot v_m \cdot \cos(\omega \cdot t), \qquad (13)$$

$$m \cdot \ddot{x} = -m \cdot v_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t). \qquad (14)$$

Представим гармонические колебания (12) – (14) в виде изменения с течением времени проекций на ось X трёх соответствующих радиусов-векторов, вращающихся вокруг начала координат с угловой скоростью ω. Модули этих векторов равны, соответственно, $k \cdot v_m / \omega$, $\beta \cdot v_m$ и $m \cdot v_m \cdot \omega$. Расположение проекций этих векторов в начальный момент времени ($t = 0$) показано на рис. 144.

Согласно уравнению (5) и теореме Пифагора, с учётом рис. 144 получаем:

$$F_0 = v_m \sqrt{\left(m \cdot \omega - \frac{k}{\omega}\right)^2 + \beta^2}\ .$$

Следовательно, зависимость амплитуды проекции скорости установившихся вынужденных колебаний от циклической частоты ω вынуждающей силы имеет вид:

$$v_m = \frac{F_0}{\sqrt{\left(m \cdot \omega - \frac{k}{\omega}\right)^2 + \beta^2}}. \qquad (15)$$

График, соответствующий зависимости (15), приведён на рис. 145.

Проведём анализ данной зависимости и соответствующего ей графика. При стремлении ω к нулю знаменатель дроби в правой части (15) стремится к бесконечно большим значениям. Следовательно, амплитуда v_m скорости стремится к нулю.

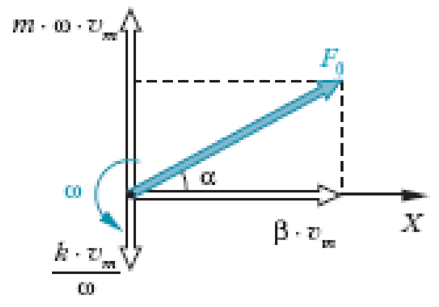


Рис. 144

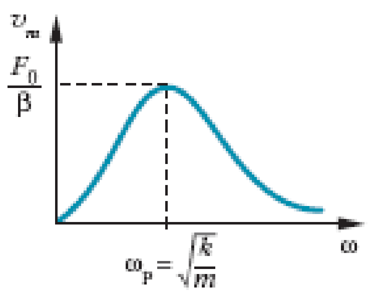


Рис. 145

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Движения, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени, называют *колебаниями*. Движения, все характеристики которых повторяются через равные промежутки времени, называют *периодическими колебаниями*.

Колебания в системе тел, обусловленные только внутренними силами, называют *свободными*. Такие колебания возможны, если:

1) система имеет положение устойчивого равновесия;
2) силы трения в системе достаточно малы. Такие системы называют *колебательными*.

Колебания, которые происходят под действием периодически изменяющейся со временем внешней силы, называют *вынужденными*. Частота установившихся вынужденных колебаний равна частоте вынуждающей силы.

Явление достижения амплитудой установившихся вынужденных колебаний максимального (экстремального) значения при приближении частоты вынуждающей силы к некоторому значению — резонансной частоте — называют *резонансом*.

Решение задач о гармонических механических колебаниях

Динамический способ

При колебаниях вдоль оси X ИСО, начало которой совмещено с положением равновесия, в отсутствии сил трения проекция возвращающей силы $\vec{F}$ (суммы всех сил, действующих на смещенное тело массой m) противоположна по знаку и пропорциональна смещению x: $F = -k \cdot x$. Второй закон Ньютона в проекции на ось X: $-k \cdot x = m \cdot a_x = m \cdot \ddot{x}$.

Энергетический способ

Потенциальная энергия колебательной системы, обусловленная смещением тела массой m из положения равновесия, равна взятой с обратным знаком работе возвращающей силы: $\Pi = k \cdot x^2/2$.
Кинетическая энергия системы: $K = m \cdot v^2/2 = m \cdot \dot{x}^2/2$.
Механическая энергия системы: $\Pi + K = m \cdot x^2/2 + m \cdot \dot{x}^2/2$.
После *взятия производной по времени* от этого выражения получаем: $k \cdot x + m \cdot \ddot{x} = 0$.

Уравнение гармонических колебаний $\ddot{x} + (k/m) \cdot x = 0$ или $\ddot{x} + \omega^2 \cdot x = 0$, где $\omega = \sqrt{k/m}$ — циклическая частота, а $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ — период этих колебаний.

Решение уравнения гармонических колебаний — зависимость координаты x тела массой m от времени t (закон движения): $x(t) = x_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$, где x_m — амплитуда, $\omega \cdot t + \varphi$ — фаза, φ — начальная фаза колебаний.

Зависимости от времени t проекций на ось X скорости, ускорения, потенциальной, кинетической и механической энергий при гармонических колебаниях:

$$v_x(t) = -x_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -v_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$a_x(t) = -x_m \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = -a_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$\Pi(t) = \frac{k \cdot x^2(t)}{2} = \frac{k \cdot x_m^2}{2}\cos^2(\omega \cdot t + \varphi), \qquad K(t) = \frac{k \cdot v_x^2(t)}{2} = \frac{k \cdot \omega^2 \cdot x_m^2}{2}\sin^2(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$E(t) = \Pi(t) + K(t) = \frac{k \cdot x_m^2}{2} \cdot \left[\cos^2(\omega \cdot t + \varphi) + \sin^2(\omega \cdot t + \varphi)\right] = \frac{k \cdot x_m^2}{2} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x_m^2}{2} = \text{const}$$

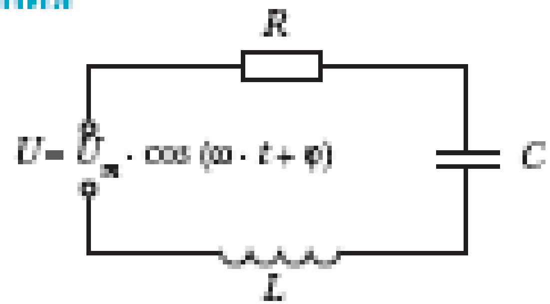
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Колебания, при которых энергия электрического поля преобразуется в энергию магнитного поля и обратно, называют *электромагнитными колебаниями*

Свободные электромагнитные колебания

Простейшая электромагнитная колебательная система — колебательный контур — состоит из соединённых между собой конденсатора с ёмкостью C и катушки с индуктивностью L.

Вынужденные электромагнитные колебания



При вынужденных установившихся колебаниях в колебательном контуре амплитуда силы тока достигает максимального значения при циклической частоте генератора напряжения (резонансной частоте) $\omega_р = 1/\sqrt{L \cdot C}$.

Решение задач о свободных гармонических электромагнитных колебаниях двумя способами

Пусть заряд пластины конденсатора равен q, сила тока в контуре на рисунке равна I и потери энергии в контуре пренебрежимо малы. Тогда

Напряжение между пластинами конденсатора равно ЭДС самоиндукции катушки:
$q/C = -L \cdot \dot{I}$.
Так как $\dot{I} = \ddot{q}$, то $q/C = -L \cdot \ddot{q}$

Энергия электрического поля конденсатора $W_{эл} = q^2/2C$, энергия магнитного поля катушки $W_м = L \cdot I^2/2 = L \cdot \dot{q}^2/2$, электромагнитная энергия контура $W = W_{эл} + W_м = q^2/2C + L \cdot \dot{q}^2/2 = \mathrm{const}$. После взятия производной по времени от этого выражения получаем: $L \cdot \ddot{q} + q/C = 0$

Уравнение гармонических колебаний: $\ddot{q} + q/(L \cdot C) = 0$ или $\ddot{q} + \omega^2 \cdot q = 0$,
где $\omega = 1/\sqrt{L \cdot C}$ — циклическая частота,
а $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$ — период колебаний (формула Томпсона)

Решение уравнения гармонических электромагнитных колебаний — зависимость заряда пластины конденсатора от времени: $q(t) = q_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$, где q_m — амплитуда заряда

Зависимости от времени силы тока, электрической, магнитной и электромагнитной энергий при гармонических колебаниях:

$$I(t) = -q_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$W_{эл} = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi), \qquad W_м = \frac{L \cdot I^2(t)}{2} = \frac{L \cdot I_m^2}{2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$W = W_{эл} + W_м = \frac{q_m^2}{2C} \cdot \left[\cos^2(\omega \cdot t + \varphi) + \sin^2(\omega \cdot t + \varphi)\right] = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{L \cdot I_m^2}{2} = \mathrm{const}$$

Благодарим за внимание!