

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
МГУ им. М.В. ЛОМОНОСОВА



## ВВЕДЕНИЕ В ТЕХНИКУ ЭКСПЕРИМЕНТА

Лабораторный практикум

*Лабораторная работа 2*  
**ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ**



**2017**

## Упражнение 1. Измерение периода колебаний математического маятника. Определение ускорения свободного падения.

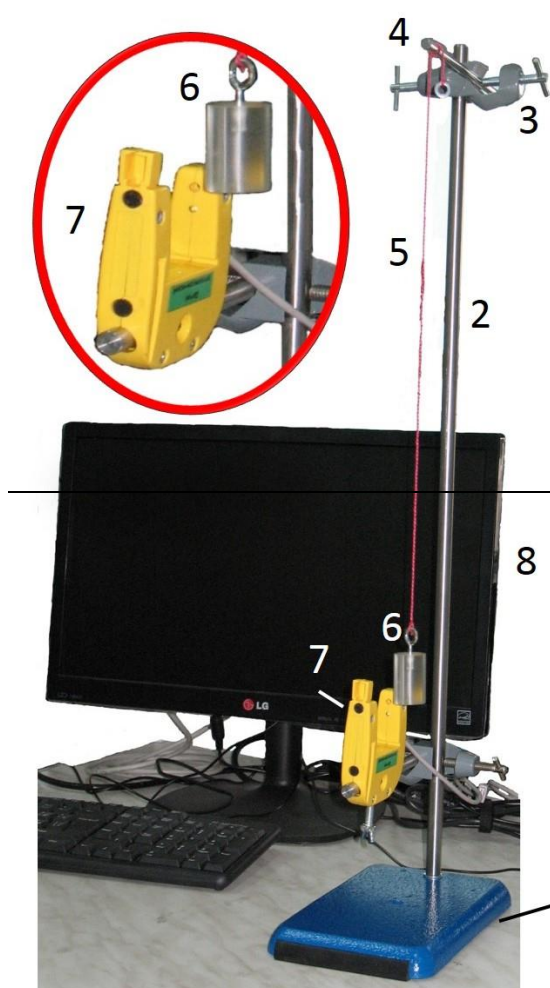
### Введение. Экспериментальная установка.

Ускорение свободного падения  $g$  — ускорение, которое имел бы центр тяжести любого тела при падении его на Землю с небольшой высоты в безвоздушном пространстве.

Математический маятник — это материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити длины  $l$ .

Из уравнения движения следует, что при небольших углах отклонения от вертикали период колебаний такого маятника в поле силы тяжести Земли равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1)$$



Математический маятник является идеализацией *физического маятника* — тела, подвешенного на нити в поле сил тяжести. Отсюда ясна идея одного из способов определения ускорения свободного падения: **необходимо измерить длину и период колебаний физического маятника при условиях (каких?), что его можно считать математическим.**

*Экспериментальная установка* (рис.1) состоит из *массивного основания* 1, на котором вертикально установлена *металлическая стойка* 2. К *стойке* 2 с помощью *зажима* 3 прикреплен горизонтально расположенный *стержень* 4 с отверстием, через которое проходит *нить* 5, на конце которой подвешен *груз* 6. Длину нити можно изменять, наматывая её на стержень 4. Время колебаний измеряется либо с

Рис. 1. Внешний вид установки для исследования колебаний математического маятника.

помощью ручного *электронного секундомера* (на рис.1 не показан), либо с помощью *фотодатчика 7*. В работе используется **фотоэлектрический датчик Т – типа** (THRU-BEAM – разнесенная оптика). Датчик состоит из приемника и излучателя, устанавливаемых друг напротив друга (**оптические ворота**). Груз, проходя между приемником и излучателем, прерывает оптический луч, что приводит к изменению состояния выходного ключа приемника. В экспериментальной установке используется фотоэлектрический датчик вилочного типа, в котором приемник и излучатель находятся в одном корпусе (приемник и излучатель расположены в противоположных «зубцах вилки»). За счет небольших оптических расстояний в датчиках данного типа имеется возможность с помощью диафрагм (непрозрачных пластинок, ограничивающих поперечное сечение луча) сформировать очень «узкий» луч. Благодаря этому фотоэлектрические датчики щелевого/вилочного типа способны регистрировать колебания с малым периодом.

Датчик (фотодетектор) является электронным блоком, который подключается непосредственно к компьютеру.

На корпусе датчика установлен красный светодиод для визуальной проверки срабатывания.

Груз пересекает узкий световой пучок (см. вставку на рис.1). Возникающий при этом электрический сигнал регистрируется (при помощи специальной программы) компьютерным блоком.



Рис. 2. Главное окно программы управления фотоэлектрическим датчиком.

На рис.2 изображено окно программы управления фотоэлектрическим датчиком. График показывает сигнал фотодетектора от времени. Уровень «1» соответствует перекрытому грузом лучу, «0» - открытому. Имеется два курсора, координаты которых могут задаваться с клавиатуры или изменяться при помощи стрелок и колеса мыши.

## Проведение эксперимента

### Измерения

**Для повышения точности определения длины нити предлагается следующий порядок действий.**

1. Разместите груз маятника на нити на расстоянии 30-40 см от точки подвеса. Для точной фиксации координаты груза установите под него какую-либо опору (книги, бруски и т.п.) так, чтобы груз стоял на опоре, а нить была в натянутом положении.

2. Аккуратно, виток к витку, намотайте нить маятника на горизонтальный стержень 4 на  $m_0 = 8-12$  оборотов, чтобы длина нити стала равной  $\sim 10$  см. Измерьте линейкой перемещение  $H$  груза маятника из нижнего положения в верхнее.

3. Отклоните груз маятника так, чтобы нить составляла с вертикалью угол не более  $10^\circ$ , и отпустите груз.

4. Измерьте с помощью ручного электронного секундомера время  $t_{10}$  десяти ( $n = 10$ ) полных колебаний (**период полного колебания – время, за которое маятник возвращается в исходное состояние**). Данные запишите в первую строку табл. 1. Повторите эксперимент  $k = 3$  раза.

5. Снимите **один** виток нити со стержня 4, при этом длина нити маятника увеличится на ... (догадаетесь, на сколько?).

6. Повторите измерения согласно пп. 3,4. Результаты также запишите в табл. 1 (строка с  $m=1$ , где  $m$  - число снятых витков нити).

Таблица 1

**Экспериментальные данные упражнения 1**  
(полученные с помощью электронного секундомера)

$m$	$k$	$t_{10},$ с	$\bar{t},$ с	$\sigma_{t\bar{t}},$ с	$\hat{T},$ с	$S_T,$ с	$T^2,$ с <sup>2</sup>	$S_{T^2},$ с <sup>2</sup>	$a \pm S_a$	$b \pm S_b,$	$g,$ м/с <sup>2</sup>	$S_g$ м/с <sup>2</sup>
0	1											
	2											
	3											
1	1											
	2											
	3											
...												

7. Последовательно, **снимая виток за витком**, повторите пп. 5,6 до тех пор, пока груз маятника не опустится до нижней точки (пункт 1).

8. Проведите измерения времени колебаний для тех же длин маятника **с помощью фотоэлектрического датчика (не менее трёх раз для каждой длины маятника)**. Обратите внимание на некоторые особенности проведения измерений.

**В начале каждого измерения датчик устанавливается таким образом, чтобы груз маятника находился посередине оптических ворот, перекрывая их.** В левом верхнем углу окна программы **будет написано "Close"**.

1) Отклоните маятник от положения равновесия и затем отпустите. Нажмите кнопку "Start", тем самым начав измерения. **По прошествии 20-30 колебаний** остановите эксперимент нажатием кнопки "Stop".

2) Выберите левую границу обрабатываемой области нажатием левой клавиши мыши в области графика. Аналогично выберите правую границу обрабатываемой области. После этого программа «выдает» на экране временной интервал  $t$  между центрами крайних импульсов в выбранной области и количество временных промежутков  $N$  между импульсами. На рис.2 в качестве примера показано  $N = 22$ ,  $t = 15,9676$  s. Программа также рассчитывает  $\frac{t}{N} = 0,7258$  s =  $t_{\text{ФД}}$  и

указывает среднеквадратичную погрешность  $S$  величины  $t_{\text{ФД}}$ .

3) За один период колебаний груз дважды перекрывает световые ворота. Поэтому период колебаний  $T$  будет в два раза больше, чем рассчитанное время  $t_{\text{ФД}}$  (а погрешность?). Желательно выбирать для обработки такую область, чтобы число  $N$  было четным (почему?)

Запишите значения  $m$  и  $t_{\text{ФД}}$  в табл. 2\*.

Таблица 2

**Экспериментальные данные упражнения 1  
(полученные с помощью фотоэлектрического датчика)**

$m$	$t_{\text{ФД}},$ с	$\hat{T},$ с	$S_T,$ с	$T^2,$ с <sup>2</sup>	$S_{T^2},$ с <sup>2</sup>	$a \pm S_a$	$b \pm S_b$	$g,$ м/с <sup>2</sup>	$S_g$ м/с <sup>2</sup>
0									
1									
...									

\* Эти данные следует записывать с учетом правила округления.

## Обработка результатов

Результаты записываются в табл. 1 и 2.

1. Для каждого значения длины нити вычислить среднее арифметическое значение  $\bar{t}$  времени  $k$  колебаний, измеренных с помощью ручного электронного секундомера

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^k t_i}{k}.$$

2. Рассчитать выборочное стандартное отклонение среднего арифметического  $S_{\bar{t}}$  по формуле:

$$S_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2}{k(k-1)}}.$$

3. Рассчитать суммарную погрешность по формуле

$$\sigma_{t\Sigma} = \sqrt{S_{\bar{t}}^2 + \sigma_t^2},$$

где  $\sigma_t$  – приборная погрешность таймера, которую будем считать равной 0,1% от результата измерения.

4. Определить период колебаний  $\hat{T}$  и погрешность  $S_T$  по формулам:

$$\hat{T} = \frac{\bar{t}}{n}, \quad S_T = \frac{\sigma_{t\Sigma}}{n}.$$

5. Вычислить  $T^2$  и погрешность величины  $T^2$  по формуле для косвенных измерений:

$$S_{T^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial(T^2)}{\partial T}\right)^2} \cdot S_T^2 = 2T \cdot \frac{\sigma_{t\Sigma}}{n}.$$

6. Запишем формулу (1) в виде

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l. \quad (2)$$

Длину нити  $l$  можно представить в виде

$$l = l_0 + m \cdot \Delta l = l_0 + m \cdot \frac{H}{m_0}, \quad (3)$$

где  $l_0$  – длина самой короткой нити (расстояние от точки подвеса до **центра масс** груза, положение которого неизвестно!);

$\Delta l$  – изменение длины нити при снятии одного витка;

$H, m_0$  – величины, измеренные в п.2 раздела «Измерения».

В результате получим:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \left( l_0 + m \cdot \frac{H}{m_0} \right) = \frac{4\pi^2}{g} \cdot \frac{H}{m_0} \cdot m + \frac{4\pi^2}{g} \cdot l_0. \quad (4)$$

Из (4) следует, что  $T^2$  линейно зависит от  $m$ , что позволяет применить для обработки метод наименьших квадратов (МНК) в рамках линейной модели:

$$y = ax + b, \quad (5)$$

где  $y = T^2$ ;  $a = \frac{4\pi^2}{g} \cdot \frac{H}{m_0}$ ,  $b = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l_0$ . Обратим внимание, что величина  $x=m$

известна *абсолютно точно*, как этого и требует МНК.

Т.к. погрешности  $S_{T^2}$  различны (зависят от  $T$ ), то для обработки следует использовать МНК «с весами».

7. Применяя МНК\* в рамках линейной модели (5), найти оценки коэффициентов  $a$  и  $b$ , а также оценки погрешностей  $S_a$  и  $S_b$ . Найти оценку ускорения свободного падения  $g$  по формуле

$$g = \frac{4\pi^2}{a} \cdot \frac{H}{m_0}, \quad (6)$$

в которой с погрешностями измерены две величины:  $H$  и  $a$ . Так как в (6) присутствуют только знаки умножения и деления, то для оценки погрешности  $S_g$  можно использовать формулу

$$\frac{S_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{S_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{S_H}{H}\right)^2}.$$

8. Построить график зависимости  $T^2$  от  $m$ , указать погрешности экспериментальных данных. Провести прямую (5), используя найденные оценки для  $a$  и  $b$ . Сделать вывод о соответствии предложенной модели и экспериментальных данных.

9. Из оценок коэффициента  $b$  и ускорения  $g$  оценить  $l_0$  по формуле

$$l_0 = \frac{bg}{4\pi^2}.$$

Из полученного результата определить положение центра масс тела маятника.

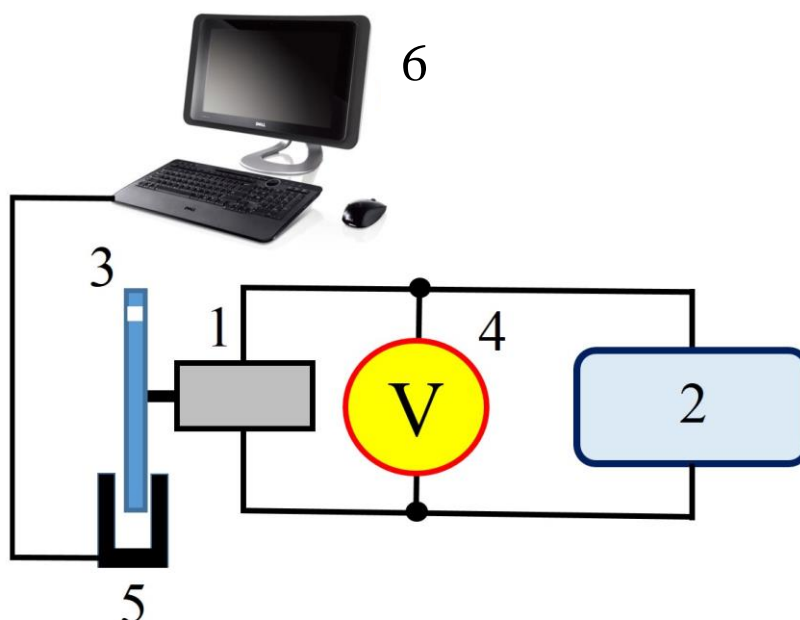
10. Используя данные, полученные с помощью фотоэлектрического датчика, также оценить  $g$  (повторив пп. 5-9). В связи с тем, что при колебаниях датчик **перекрывается грузом дважды за период: при прямом и обратном ходе маятника**, период колебаний маятника равен  $T = 2 \cdot t_{\text{ФД}}$ . Результаты записать в табл. 2.

\* Формулы МНК можно найти в пособии И.В.Митин, В.С.Русаков «Анализ и обработка экспериментальных данных». Также можно воспользоваться программой расчета МНК, находящейся на сайте кафедры общей физики [genphys.phys.msu.ru](http://genphys.phys.msu.ru) в разделе «Общий физический практикум».

**Упражнение 2. Измерение угловой скорости вала электромотора постоянного тока в зависимости от приложенного к мотору напряжения.**

В данном упражнении для измерения угловой скорости вращения вала электромотора применяется метод бесконтактного измерения, состоящий в следующем: на оси вращения вала электромотора жестко закрепляется диск с отверстием, расположенным на его краю. При вращении диска отверстие периодически открывает световой пучок, направленный на фотодатчик. Тем самым фотодатчик генерирует последовательность импульсов, частота которых определяется частотой вращения диска.

Блок-схема установки, используемой в данном упражнении, изображена на рис.3, а внешний вид установки показан на рис.4.



*Рис.3. Блок-схема установки для выполнения упражнения 2.*

Электромотор постоянного тока *1* питается от регулируемого блока питания *2*. На валу мотора укреплен легкий диск *3*, на краю которого сделана щель. Щель на диске *3* пересекает ось фотодатчика *5*, который формирует импульсы, поступающие в компьютер *6*. Напряжение на моторе измеряется вольтметром *4*.



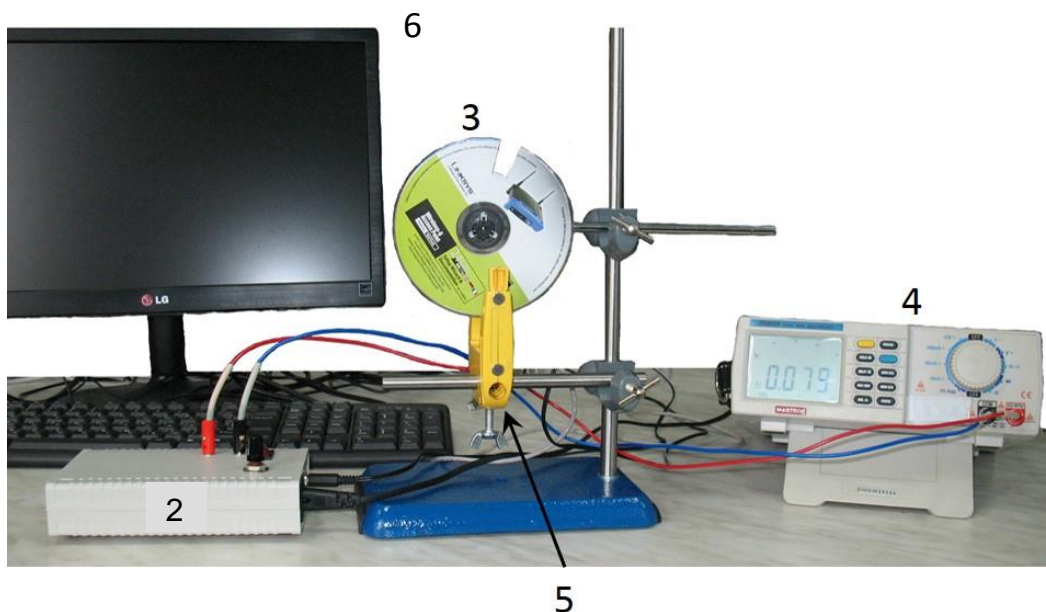


Рис.4. Внешний вид установки.

### Измерения

Результаты измерений и обработки заносятся в табл.3.

1. Собрать экспериментальную установку.
2. Запустить программу.
3. Удостовериться в том, что диск правильно установлен. Для этого, **вручную поворачивая диск вокруг его оси, убеждаемся в том, что в левом верхнем углу экрана периодически меняются значения «Open» и «Close».**
4. Подать на мотор напряжение  $U \geq 0,3$  В и дождаться стабильного вращения диска.
5. Определить время одного оборота диска  $t_{\text{д}}^*$ .

Таблица 3

### Экспериментальные данные упражнения 2

$U,$ В	$\sigma_U,$ В	$t_{\text{д}},$ с	$\sigma_{t_{\text{д}}},$ с	$\omega,$ с <sup>-1</sup>	$\sigma_{\omega},$ с <sup>-1</sup>

6. Изменяя напряжение на моторе с шагом 0,3 В до значения 1,8 В, снова провести измерения времени  $t_{\text{д}}$ .

\* Методика измерений с помощью фотоэлектрического датчика описана в п.8 раздела «Проведения эксперимента» *упр. 1.*

## Обработка результатов

1. Оценить погрешности  $\sigma_{t_d}$  и  $\sigma_U$ . Погрешность  $\sigma_{t_d}$  определяется непосредственно в программе. Для оценки  $\sigma_U$  мультиметров M9803R и MS8040 используйте табл. 4.

Таблица 4.

### Погрешности для постоянного напряжения, измеренные мультиметрами M9803R и MS8040

Диапазон	$\sigma_U$ , мВ
400 мВ	$\pm(0.3\% X + 0,5)$
4 В	$\pm(0.3\% X + 2)$
40 В	$\pm(0.3\% X + 20)$
400 В	$\pm(0.3\% X + 200)$
1000В	$\pm(0.3\% X + 2000)$
$X$ - измеренная величина.	

2. Вычислить угловую скорость вращения вала мотора  $\omega = \frac{2\pi}{t_d}$  и оценить погрешность  $\sigma_\omega$  для всех значений  $U$ .
3. Построить зависимость  $\omega(U)$  с указанием погрешностей.