



Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Физический факультет
Кафедра общей физики

Общий физический практикум для школьников
(введение в технику эксперимента)

Лабораторная работа №2 шк

Измерение временных интервалов



Москва

2019

Цели работы:

- измерение малых временных промежутков с помощью электронной системы регистрации;
- использование метода наименьших квадратов (МНК) для обработки результатов совместных измерений;
- определение ускорения свободного падения.

Введение.

Ускорение свободного падения g — ускорение, которое имел бы центр тяжести любого тела при падении его на Землю с небольшой высоты в безвоздушном пространстве.

Математический маятник — это материальная точка, совершающая колебания на невесомой нерастяжимой нити, другой конец которой закреплен (в инерциальной системе отсчета).

Из уравнения движения следует, что в вакууме при небольших углах отклонения от вертикали период колебаний такого маятника в однородном поле силы тяжести Земли равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1)$$

где l — длина нити.

Физическим маятником называют подвешенное на нити (или закрепленное на оси) твердое тело, способное колебаться в поле сил тяжести. Если масса нити много меньше массы тела, размеры тела много меньше длины нити, а изменение длины маятника в процессе движения пренебрежимо мало, то формула (1) справедлива и для такого физического маятника (здесь l — расстояние от точки опоры до центра масс тела).

Отсюда ясна идея одного из способов определения ускорения свободного падения: **необходимо измерить длину и период колебаний физического маятника и воспользоваться (1).**

Однако точное измерение длины l физического маятника является непростой задачей. Во-первых, необходимо как можно точнее знать положение центра масс тела. Во-вторых, измерение длины нити (около 0,5 метра) производится обыкновенной линейкой с миллиметровыми делениями. Поэтому в настоящей задаче предлагается проводить *совместные* измерения, при которых будет целенаправленно изменяться длина маятника и определяться период колебаний. При этом будет довольно точно фиксироваться *изменение* длины нити и измеряться время 10-20 колебаний маятника. Применение для обработки результатов метода наименьших

квадратов (МНК) позволит существенно повысить точность, а также уточнить и положение центра масс груза.

Экспериментальная установка.

Экспериментальная установка (рис.1) состоит из *массивного основания 1*, на котором вертикально установлена *металлическая стойка 2*. К *стойке 2* с помощью *зажима 3* прикреплен горизонтально расположенный *стержень 4* с отверстием, через которое проходит *нить 5*, на конце которой подвешен *груз 6*. Длину нити можно изменять, наматывая её на стержень 4. Время колебаний измеряется сначала с помощью *ручного электронного секундомера* (на рис.1 не показан), а затем с помощью *фотодатчика 7*. В работе используется **фотоэлектрический датчик Т – типа** (THRU-BEAM – разнесенная оптика).

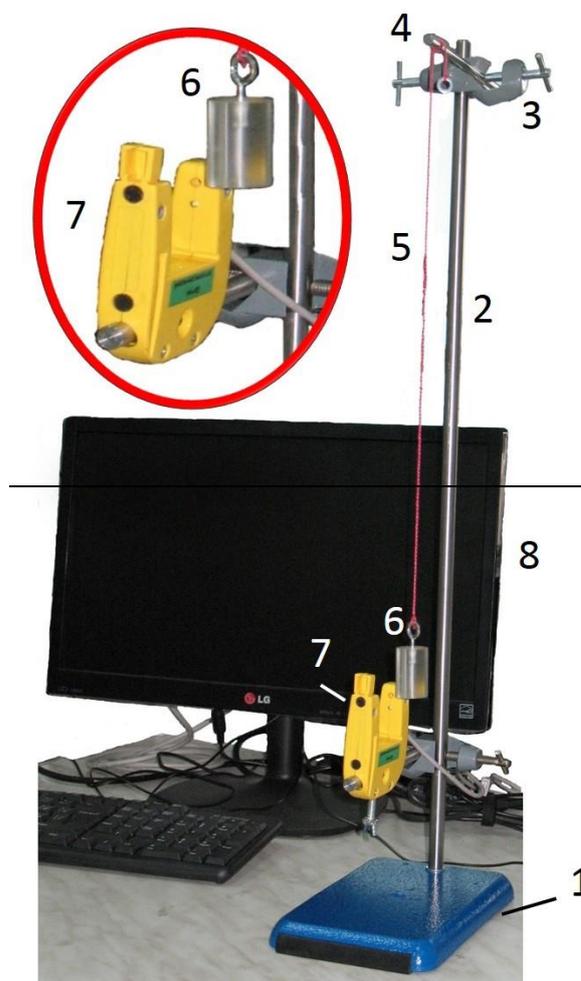


Рис. 1. Внешний вид установки для исследования колебаний физического маятника.

Датчик состоит из приемника и излучателя, находящихся в едином корпусе и установленных друг напротив друга. Излучатель формирует узкий оптический луч (в видимом или инфракрасном диапазоне), который распространяется к приемнику. Груз, проходя между излучателем и приемником, прерывает оптический луч, что приводит к изменению состояния выходного ключа приемника. Подобную конструкцию называют **фотоэлектрическим датчиком вилочного типа** (приемник и излучатель расположены в противоположных «зубцах вилки»), или **оптическими воротами**. С помощью такого датчика можно с высокой точностью регистрировать временные интервалы между открытием и закрытием оптических ворот.

На корпусе датчика установлен красный светодиод для визуальной

проверки срабатывания.

Датчик (фотодетектор) является электронным блоком, который подключается непосредственно к компьютеру.

При движении груз пересекает узкий световой пучок (см. вставку на рис.1). Возникающий при этом электрический сигнал регистрируется (при помощи специальной программы) компьютерным блоком.



Рис. 2. Главное окно программы управления фотоэлектрическим датчиком.

На рис.2 изображено окно программы измерений с помощью фотоэлектрического датчика. График показывает зависимость сигнала фотодатчика от времени. Уровень «1» соответствует перекрытому грузом лучу, «0» - открытому. Имеются два курсора, координаты которых могут задаваться с клавиатуры или изменяться при помощи стрелок и колеса мыши.

Упражнение 1. Измерение периода колебаний физического маятника. Определение ускорения свободного падения.

Измерения

Для повышения точности определения длины нити предлагается следующий порядок действий.

1. Подвесьте груз маятника таким образом, чтобы длина нити от груза до точки подвеса была 30-40 сантиметров. Для точной фиксации координаты груза установите под него какую-либо опору (книги, бруски и т.п.) так, чтобы груз стоял на опоре, а нить была в натянутом положении (рис.3).

2. Аккуратно, виток к витку, намотайте нить маятника на горизонтальный стержень 4 на $m_0=8-12$ оборотов, чтобы длина нити стала равной ~ 10 см. Измерьте линейкой перемещение H груза маятника из нижнего положения в верхнее и расстояние H_0 от нижней поверхности груза до точки опоры. Положение центра масс груза (расстояние l_0 на рис.3) определять не надо, оно будет найдено в результате последующей обработки.

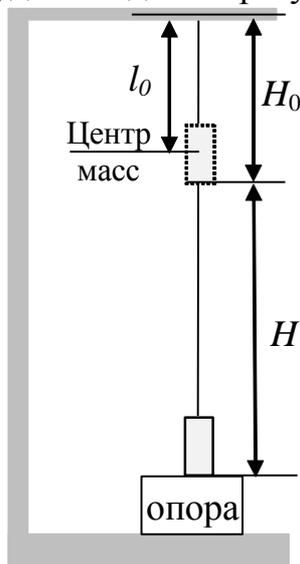


Рис.3. Измерение перемещения груза маятника

3. Отклоните груз маятника так, чтобы нить составляла с вертикалью угол не более 10° , и отпустите груз.

4. Измерьте с помощью ручного электронного секундомера время t_{10} десяти ($n = 10$) полных колебаний (**период полного колебания – время, за которое маятник возвращается в исходное состояние**). Данные запишите в первую строку табл. 1. Повторите эксперимент $k = 3$ раза.

5. Снимите **один** виток нити со стержня 4, при этом длина нити маятника увеличится на ... (догадаетесь, на сколько?).

6. Повторите измерения согласно пп. 3,4. Результаты также запишите в табл. 1 (строка с $m=1$, где m - число снятых витков нити).

Таблица 1

Экспериментальные данные упражнения 1
(полученные с помощью электронного секундомера)

m	k	$t_{10},$ с	$\bar{t},$ с	$\sigma_{t\Sigma},$ с	$\hat{T},$ с	$S_T,$ с	$T^2,$ с ²	$S_{T^2},$ с ²	$a \pm S_a$	$b \pm S_b,$	$g,$ м/с ²	S_g м/с ²
0	1											
	2											
	3											
1	1											
	2											
	3											

...				
-----	--	--	--	--

7. Последовательно, снимая виток за витком, повторите пп. 5,6 до тех пор, пока груз маятника не опустится до нижней точки (пункт 1).

8. Проведите измерения времени колебаний для тех же длин маятника с помощью фотоэлектрического датчика. Расположение фотодатчика следует корректировать каждый раз при изменении длины нити. Обратите внимание на некоторые особенности проведения измерений.

В начале каждого измерения датчик устанавливается таким образом, чтобы груз маятника находился посередине оптических ворот, перекрывая их. В левом верхнем углу окна программы (рис. 2) будет написано "Close".

1) Отклоните маятник от положения равновесия и затем отпустите. Нажмите кнопку "Start", тем самым начав измерения. **По прошествии 20-30 колебаний** остановите эксперимент нажатием кнопки "Stop".

2) Установите курсор мыши в произвольной точке левой половины графика и нажмите левую клавишу мыши, выбирая тем самым левую границу обрабатываемой области. Аналогично выберите правую границу обрабатываемой области. После этого программа проведет коррекцию границ (установит их по ближайшим центрам импульсов единичной амплитуды) и «выдаст» на экране временной интервал t между центрами крайних импульсов в выбранной области и количество временных промежутков N между импульсами. На рис.2 в качестве примера показано $N = 22$, $t = 15,9676$ s. Программа также рассчитывает величину $\frac{t}{N} = t_{\text{ФД}}$ (на рис.2 $\frac{t}{N} = 0,7258$ s = $t_{\text{ФД}}$) и указывает среднеквадратичную погрешность S величины $t_{\text{ФД}}$ (на рис.2 $S=0,003$ s).

3) За один период колебаний груз дважды перекрывает световые ворота. Поэтому период колебаний T будет в два раза больше, чем рассчитанное время $t_{\text{ФД}}$ (а погрешность?). Желательно выбирать для обработки такую область, чтобы число N было четным (почему?). Обратите внимание, что если горизонтальный «луч» световых ворот не проходит через вертикальную ось груза в положении равновесия, то временной интервал между импульсами единичной амплитуды будет различным при движении в ту или иную сторону.

Запишите значения m и $t_{\text{ФД}}$ в табл. 2*.

Таблица 2

**Экспериментальные данные упражнения 1
(полученные с помощью фотоэлектрического датчика)**

m	$t_{\text{ФД}}$,	\hat{T} ,	S_T ,	T^2 ,	S_{T^2} ,	$a \pm S_a$,	$b \pm S_b$,	g ,	S_g
-----	-------------------	-------------	---------	---------	-------------	---------------	---------------	-------	-------

* Эти данные следует записывать с учетом правила округления.

	с	с	с	с ²	с ²			м/с ²	м/с ²
0									
1									
...									

Обработка результатов

Результаты записываются в табл. 1 и 2.

1. Для каждого значения длины нити вычислить среднее арифметическое значение \bar{t} по k измерениям времени n колебаний, измеренных с помощью ручного электронного секундомера

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^k t_i}{k}.$$

2. Рассчитать выборочное стандартное отклонение среднего арифметического $S_{\bar{t}}$ по формуле:

$$S_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2}{k(k-1)}}.$$

3. Так как измерения проводятся ручным секундомером, то основной вклад в систематическую погрешность σ_t вносит субъективная погрешность, которую принято считать равной 0,3 секунды. Рассчитать суммарную погрешность по формуле

$$\sigma_{t\Sigma} = \sqrt{S_{\bar{t}}^2 + \sigma_t^2}.$$

4. Определить период колебаний \hat{T} и погрешность S_T по формулам:

$$\hat{T} = \frac{\bar{t}}{n}, \quad S_T = \frac{\sigma_{t\Sigma}}{n}.$$

Нетрудно заметить, что, так как систематическая погрешность σ_t при измерении времени колебаний t не зависит от числа колебаний n , то, увеличивая n , можно существенно уменьшить систематическую погрешность периода колебаний T .

5. Вычислить T^2 и погрешность величины T^2 по формуле для косвенных измерений:

$$S_{T^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial(T^2)}{\partial T}\right)^2} \cdot S_T^2 = 2T \cdot \frac{\sigma_{t\Sigma}}{n}.$$

6. Запишем формулу (1) в виде

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l. \quad (2)$$

Длину нити l можно представить в виде

$$l = l_0 + m \cdot \Delta l = l_0 + m \cdot \frac{H}{m_0}, \quad (3)$$

где l_0 – длина самой короткой нити (расстояние от точки подвеса до **центра масс** груза, положение которого неизвестно!);

$\Delta l = \frac{H}{m_0}$ – изменение длины нити при снятии одного витка;

H, m_0 – величины, измеренные в п.2 раздела «Измерения».

В результате получим:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \left(l_0 + m \cdot \frac{H}{m_0} \right) = \frac{4\pi^2}{g} \cdot \frac{H}{m_0} \cdot m + \frac{4\pi^2}{g} \cdot l_0. \quad (4)$$

Из (4) следует, что T^2 линейно зависит от m , что позволяет применить для обработки метод наименьших квадратов (МНК) в рамках линейной модели:

$$y = ax + b, \quad (5)$$

где $y = T^2$; $a = \frac{4\pi^2}{g} \cdot \frac{H}{m_0}$, $b = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l_0$. Обратим внимание, что величина $x=m$

известна *абсолютно точно*, как этого и требует МНК.

Т.к. погрешности S_{T^2} различны (зависят от T), то для обработки следует использовать МНК «с весами».

7. Применяя МНК* в рамках линейной модели (5), найти оценки коэффициентов a и b , а также оценки погрешностей S_a и S_b . Найти оценку ускорения свободного падения g по формуле

$$g = \frac{4\pi^2}{a} \cdot \frac{H}{m_0}, \quad (6)$$

в которой с погрешностями измерены две величины: H и a . Так как в (6) присутствуют только знаки умножения и деления, то для оценки погрешности S_g можно использовать формулу

* Формулы МНК можно найти в пособии И.В.Митин, В.С.Русаков «Анализ и обработка экспериментальных данных». Также можно воспользоваться программой расчета МНК, находящейся на сайте кафедры общей физики genphys.phys.msu.ru в разделе «Общий физический практикум».

$$\frac{S_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{S_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{S_H}{H}\right)^2}.$$

8. Построить график зависимости T^2 от m , указать погрешности экспериментальных данных. Провести прямую (5), используя найденные оценки для a и b . Сделать вывод о соответствии предложенной модели и экспериментальных данных.

9. Из оценок коэффициента b и ускорения g оценить l_0 по формуле

$$l_0 = \frac{bg}{4\pi^2}.$$

Из полученного результата и измерений H_0 (п.2. Измерений) определить положение центра масс тела маятника.

10. Используя данные, полученные с помощью фотоэлектрического датчика, также оценить g (повторив пп. 5-9). В связи с тем, что при колебаниях датчик **перекрывается грузом дважды за период: при прямом и обратном ходе маятника**, период колебаний маятника **равен $T = 2 \cdot t_{\text{фд}}$** . Результаты записать в табл. 2.

11. Сравнить результаты, полученные при ручных измерениях и с фотоэлектрическим датчиком. Сделать выводы.

Упражнение 2. Измерение угловой скорости вала электромотора постоянного тока в зависимости от приложенного к мотору напряжения.

В данном упражнении для измерения угловой скорости вращения вала электромотора применяется бесконтактный метод, состоящий в следующем: на оси вращения вала электромотора жестко закрепляется диск с отверстием, расположенным на его краю. При вращении диска отверстие периодически открывает световой пучок, направленный на фотодатчик. Тем самым фотодатчик генерирует последовательность импульсов, частота которых определяется частотой вращения диска.

Внешний вид установки, используемой в данном упражнении, показан на рис.4, а блок-схема установки изображена на рис.5.

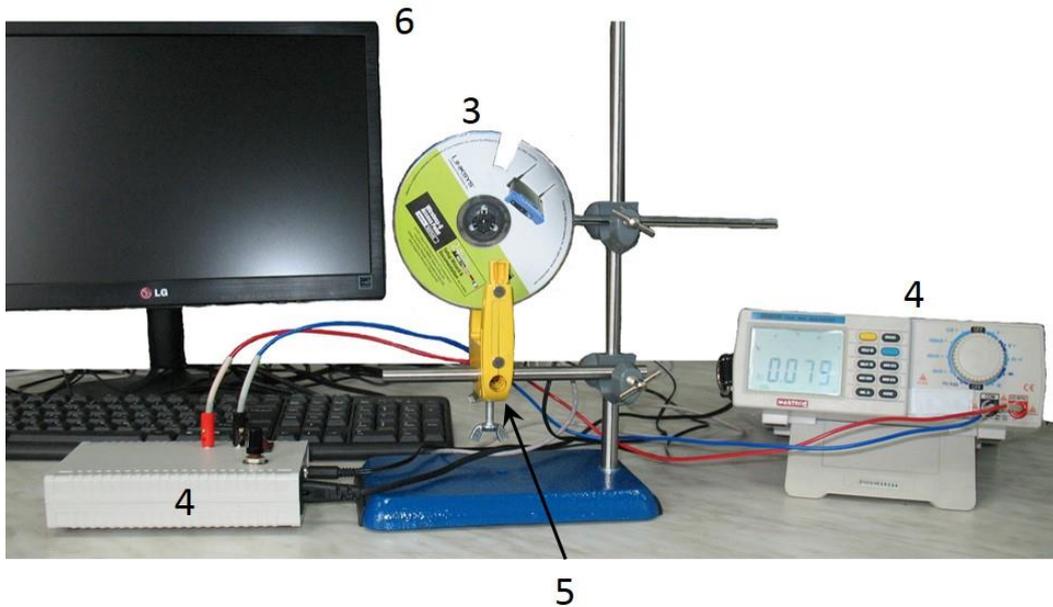


Рис.4. Внешний вид установки.

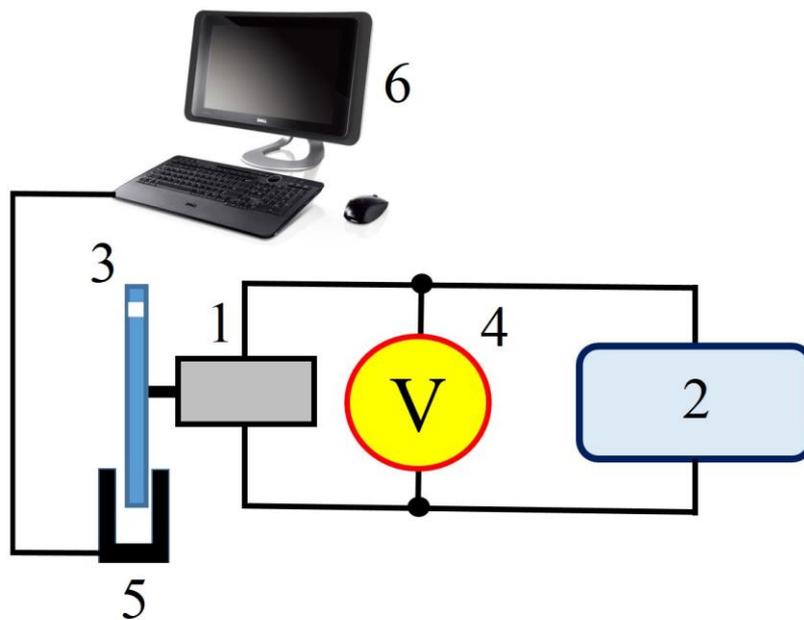


Рис.5. Блок-схема установки для выполнения упражнения 2.

Электродвигатель постоянного тока *1* питается от регулируемого блока питания *2*. На валу мотора укреплен легкий диск *3*, на краю которого **сделана щель**. Щель на диске *3* пересекает ось фотодатчика *5*, который формирует импульсы, поступающие в компьютер *6*. Напряжение на моторе измеряется вольтметром *4*.

Измерения

Результаты измерений и обработки заносятся в табл.3.

1. Собрать экспериментальную установку. Установить нулевое напряжение на электромоторе, повернув ручку регулировки на блоке питания против часовой стрелки до упора.
2. Запустить программу.
3. Проверить правильность установки диска. Для этого, **вручную поворачивая диск вокруг его оси, убедиться, что в левом верхнем углу экрана периодически меняются значения «Open» и «Close».**
4. Увеличивая напряжение на моторе, добиться начала вращения диска. В течение 1-2 минут дождаться стабильного вращения диска. Занести в таблицу значение измеряемого вольтметром напряжения. Если показания вольтметра «плавают», то оценить примерный диапазон показаний.
5. Определить время одного оборота диска $t_{\text{д}}$ и погрешность $\sigma_{t_{\text{д}}}$.

Таблица 3

Экспериментальные данные упражнения 2

U , В	σ_U , В	$t_{\text{д}}$, с	$\sigma_{t_{\text{д}}}$, с	ω , с ⁻¹	σ_{ω} , с ⁻¹

6. Изменяя напряжение на моторе с шагом 0,3 В до значения 1,8 В, снова провести измерения времени $t_{\text{д}}$ и погрешности.

Обработка результатов

1. Оценить погрешности $\sigma_{t_{\text{д}}}$ и σ_U . Погрешность $\sigma_{t_{\text{д}}}$ определяется непосредственно в программе. Для оценки σ_U мультиметров M9803R и MS8040 используйте табл. 4. Если диапазон «плавающих» показаний превосходит найденную по табл.4 величину, то в качестве погрешности σ_U выбрать оцененный самостоятельно диапазон.

Таблица 4.

Погрешности для постоянного напряжения, измеренные мультиметрами M9803R и MS8040

Диапазон	σ_U , мВ
400 мВ	$\pm(0.3\% X + 0,5)$

* Методика измерений с помощью фотоэлектрического датчика описана в п.8 раздела «Проведения эксперимента» упр.1.

4 В	$\pm(0.3\% X + 2)$
40 В	$\pm(0.3\% X + 20)$
400 В	$\pm(0.3\% X + 200)$
1000В	$\pm(0.3\% X + 2000)$
X - измеренная величина.	

2. Вычислить угловую скорость вращения вала мотора $\omega = \frac{2\pi}{t_{\text{д}}}$ и оценить

погрешность σ_{ω} для всех значений U .

3. Построить зависимость $\omega(U)$ с указанием погрешностей.

4. Можно рассчитать скорость вращения и другим способом*. Измерить линейкой ширину щели на диске Δs и расстояние r от оси диска до «луча» фотодатчика. В окне программы измерений (рис.2) для выбранного диапазона t определяется также и время t_{close} , когда датчик был закрыт. Это позволяет рассчитать время, в течении которого датчик открыт:

$$t_{\text{д-открыт}} = \frac{t}{N} - \frac{t_{\text{close}}}{N}.$$

Зная ширину щели Δs , находим линейную скорость $v = \frac{\Delta s}{t_{\text{д-открыт}}}$ и

рассчитываем угловую скорость вращения по формуле

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{\Delta s}{r \cdot t_{\text{д-открыт}}}.$$

Расчеты провести для одного значения напряжения U и сравнить с полученным ранее.

* Выполняется по указанию преподавателя.