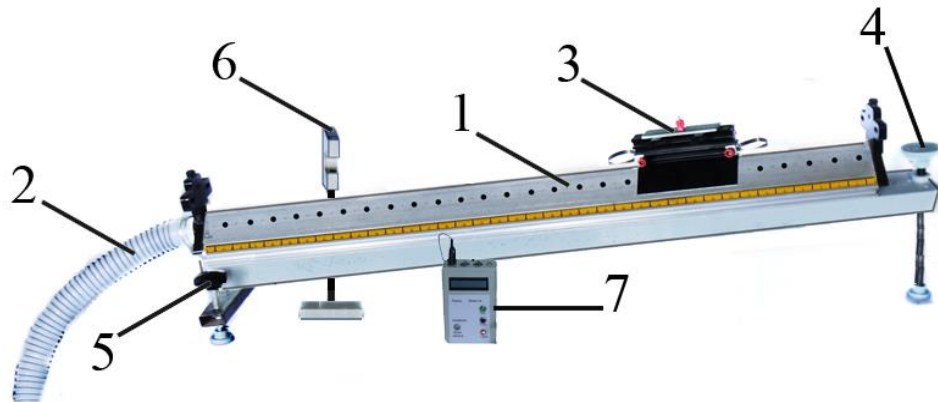


# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ МЕХАНИКА

## Задача №102

### КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ВДОЛЬ СКАМЬИ С ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКОЙ



Москва – 2018

## **Цель работы**

*Изучение равноускоренного поступательного движения.*

## **Идея эксперимента**

Изучение равноускоренного движения проводится на примере движения тела по наклонной плоскости. Использование скамьи с воздушной подушкой позволяет практически полностью устранить трение между движущимся телом и поверхностью наклонной плоскости.

## **Теоретическое введение. Основные определения**

В реальном мире, который и является предметом изучения физики, связи между явлениями, материальными объектами столь разнообразны, что их принципиально невозможно описать во всех деталях. Так же как человек в повседневной жизни пользуется построенными им моделями поведения, общения, модельными (общими) представлениями о происходящих событиях, так и физика при анализе реального мира создает и использует модели физической действительности. При создании моделей принимаются только существенные для данного круга явлений и объектов свойства и связи.

Созданию моделей предшествует формирование понятий, относящихся к объекту исследования. Например, для обозначения физических тел, размеры которых несущественны в условиях данной задачи, вводится понятие *«материальная точка»*.

*Тело отсчета* – тело, относительно которого рассматривается движение других тел.

*Система отсчета* – это совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов, синхронизованных в каждой точке пространства.

*Система координат* – совокупность трех некопланарных осей, пересекающихся в одной точке с указанием масштаба на них. Декартова система координат – это прямоугольная система координат, оси которой – три взаимно перпендикулярные прямые линии, пересекающиеся в одной точке – начале системы координат.

*Часы* – прибор для измерения времени, принцип действия которого основан на сравнении длительности исследуемого временного интервала с длительностью выбранного за эталон периодического процесса.

**Радиус-вектор** – вектор, начало которого лежит в начале системы координат, а конец – в той точке, где в данный момент находится материальная точка.

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} = \{x, y, z\},$$

где  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{k}$  – орты системы координат –  $|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = |\mathbf{k}| = 1$ ;  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – координаты материальной точки в выбранной системе координат.

**Закон движения** – зависимость радиус-вектора от времени или в проекциях на оси координат – координат материальной точки от времени.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} = \{x(t), y(t), z(t)\}$$

**Траектория** – воображаемая линия в пространстве, по которой движется материальная точка.

**Путь** – длина траектории от начальной до конечной точки движения.

**Перемещение материальной точки**  $\Delta\mathbf{r}(t)$  – вектор, начало которого находится в начальной, а конец – в конечной точке движения.

**Скорость материальной точки** – физическая величина, равная отношению перемещения  $\Delta\mathbf{r}(t)$  точки за достаточно малый промежуток времени  $\Delta t$  к длительности этого промежутка:

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \mathbf{i} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \mathbf{j} \frac{\Delta y}{\Delta t} + \mathbf{k} \frac{\Delta z}{\Delta t}.$$

**Ускорение материальной точки** – физическая величина, равная отношению изменения скорости  $\Delta\mathbf{v}(t)$  точки за достаточно малый промежуток времени  $\Delta t$  к длительности этого промежутка:

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \mathbf{i} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} + \mathbf{j} \frac{\Delta v_y}{\Delta t} + \mathbf{k} \frac{\Delta v_z}{\Delta t}.$$

**Уравнения кинематической связи** – уравнения, связывающие кинематические характеристики тел системы.

**Первый закон Ньютона.** Существуют такие системы отсчета, относительно которых изолированная материальная точка (удаленная от всех остальных тел) движется равномерно и прямолинейно или покоится. Такие системы отсчета называются **инерциальными**.

**Второй закон Ньютона.** В инерциальной системе отсчета произведение массы материальной точки на ее ускорение равно сумме всех сил, действующих на эту материальную точку со стороны других тел:

$$m\mathbf{a} = \sum_i \mathbf{F}_i.$$

**Третий закон Ньютона.** Силы взаимодействия двух материальных точек:

1) равны по модулю,

- 2) противоположны по направлению,
- 3) направлены вдоль прямой, соединяющей материальные точки,
- 4) парные и приложены к разным материальным точкам,
- 5) одной природы.

**Уравнение движения** – второй закон Ньютона, записанный в векторной форме или в проекциях на оси инерциальной системы отсчета:

$$m\mathbf{a} = \sum_i \mathbf{F}_i \text{ или } \begin{cases} ma_x = \sum_i F_{ix}, \\ ma_y = \sum_i F_{iy}, \\ ma_z = \sum_i F_{iz}. \end{cases}$$

**Законы динамики** – это законы Ньютона и законы, описывающие индивидуальные свойства сил.

## Схема эксперимента

Рассмотрим поступательное движение тела (тележки) по наклонной плоскости (рис. 1). На тело действуют сила тяжести (со стороны Земли), сила нормальной реакции опоры и сила трения (со стороны опоры).

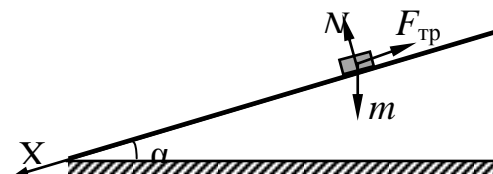


Рис. 1. Силы, действующие на тело.

В лабораторной (инерциальной) системе отсчета направим ось  $X$  декартовой системы координат вдоль наклонной плоскости.

При анализе движения тележки ее можно считать абсолютно твердой. Прямолинейное движение твердого тела является поступательным – все точки тела движутся по одинаковым траекториям, с одной и той же скоростью и ускорением. Поэтому достаточно исследовать движение, например, центра масс.

В проекции на ось  $X$  уравнение движения центра масс имеет вид:

$$ma = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}. \quad (1)$$

В настоящей задаче используется воздушная подушка, образуемая при нагнетании воздуха между телом и наклонной плоскостью, на которую тело опирается. В результате контакт между ними пропадает, сила сухого трения между телом и опорой становится равной нулю, и остается лишь сила вязкого трения, которая очень мала ввиду малой величины коэффициента вязкости воздуха. Отличительной особенностью вязкого трения является отсутствие трения покоя, благодаря чему тело приходит в движение под действием любой, даже малой, силы.

Поэтому для ускорения тела получим:

$$a = g \sin \alpha. \quad (2)$$

В процессе движения ускорение тела не изменяется, такое движение называют **равноускоренным**.

Для нахождения закона равноускоренного движения необходимо учесть начальные условия. В качестве таковых выберем координату и скорость тела в начальный момент времени:

$$x(t=0) = x_0, \quad (3)$$

$$v(t=0) = v_0. \quad (4)$$

Тогда закон изменения скорости тела будет иметь вид:

$$v(t) = v_0 + at. \quad (5)$$

Для закона равноускоренного движения тела имеем:

$$a(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (6)$$

Исключая из (5) и (6) время, получаем связь скорости с координатой  $x$ :

$$v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0), \quad (7)$$

где  $a = g \sin \alpha$ .

Согласно (7), квадрат скорости тела линейно зависит от его координаты  $x$ . При этом на графике угол наклона прямой  $v^2(x)$  не будет зависеть от выбранных начальных условий  $(v_0, x_0)$ , что позволит определить ускорение тела.

### Экспериментальная установка

Скамья с воздушной подушкой представляет собой полую тонкостенную дюралюминиевую трубу 1 треугольного сечения, установленную на горизонтальном основании (рис. 2). На концах трубы имеются регулировочные винты 4 и 5, позволяющие изменять угол  $\alpha$  наклона трубы относительно горизонта. Торцы трубы закрыты заглушками. В одной из заглушек имеется отверстие, соединенное с гибким шлангом 2. Через шланг в трубу при помощи компрессора нагнетается воздух, который выходит из нее

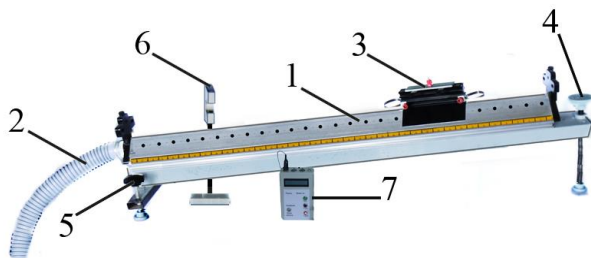


Рис. 2. Экспериментальная установка.

через множество маленьких отверстий, просверленных в двух гранях трубы, ориентированных вверх. Между трубой и специально изготовленной тележкой 3 создается воздушная подушка, благодаря которой тележка «зависает» над скамьей и может перемещаться вдоль нее практически без трения.

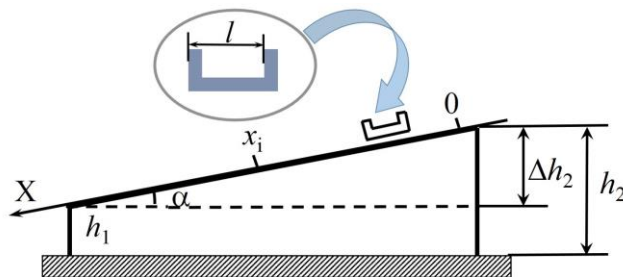


Рис. 3. Схема экспериментальной установки.

В работе все необходимые регулировки угла наклона осуществляются с помощью винта 4 (винты 5 регулировать не следует).

Для измерения временных промежутков в задаче используется *датчик времени* 6, сигналы с которого запускают и останавливают *таймер* 7. В датчике излучение от источника падает на приемник – «световые ворота». Если между ними появляется непрозрачный объект, то ворота перекрываются и запускается таймер. Остановка таймера происходит в момент, когда после открытия ворот они повторно перекроются.

Поэтому на тележке имеется специальная насадка с закрепленными на ней двумя тонкими пластинами, расположенными на небольшом расстоянии  $l$  друг от друга. Когда тележка проходит мимо датчика времени 6, пластины последовательно перекрывают и открывают световой луч датчика, соответственно запуская и останавливая *таймер* 7. Таким образом, таймер 7 фиксирует время  $t_1$ , в течение которого тележка проходит малое расстояние  $l$ , равное расстоянию между пластинами (см. вставку на рис. 3). Измеряя время  $t_1$ , можно определить среднюю скорость движения на малом участке пути  $l$ :

$$v_i = \frac{l}{t_i}. \quad (8)$$

Поскольку расстояние между пластинами мало, можно считать, что средняя скорость  $v_i$  на интервале времени  $t_i$  мало отличается от мгновенной скорости тележки в точке траектории с координатой  $x_i$ .

## Проведение эксперимента

**Упражнение 1. Юстировка скамьи с воздушной подушкой и определение ее параметров.**

1. С помощью *регулирующего винта* 4 установить скамью горизонтально ( $\alpha=0$ ). Для этого включить компрессор, аккуратно установить тележку на скамью и, вращая регулировочный винт, добиться, чтобы тележка не перемещалась по скамье. Устанавливая тележку в разные положения на скамье, убедиться, что тележка остается неподвижной в любом месте<sup>1</sup>. Убедиться также, что отсутствует перекосы скамьи в какую-то либо сторону.

2. Оценить точность установки горизонтального положения. Для этого, вращая регулировочный винт, определить пределы изменения высоты  $h_2$ , при которых тележка будет оставаться неподвижной. Учесть, что шаг резьбы регулировочного винта 4 равен 1 мм (один оборот винта изменяет высоту на 1 мм).

---

<sup>1</sup> Так как у скамьи может быть небольшой прогиб, добиться покоя в любом месте затруднительно. Поэтому действуйте разумно.

3. Измерить линейкой длину основания  $L$  между регулировочными винтами, расстояние  $l$  (см. рис. 3) между пластинами, определить с помощью весов массу  $M$  тележки. Для оценки случайной погрешности измерения каждой величины провести трижды. Результаты записать в табл. 1.

Таблица 1

**Параметры установки**

$X$	1	2	3	$\bar{X}$	$S_{\bar{X}}$	$\sigma_{\text{сист}}$	$\sigma_{\text{сумм}}$
$L(\text{м})$							
$l(\text{м})$							
$M(\text{г})$							

*Обработка результатов*

Вычислить средние арифметические значения величин  $\bar{L}$ ,  $\bar{l}$ ,  $\bar{M}$  и их выборочные стандартные отклонения (оценку случайной погрешности) по формулам

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad S_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n(n-1)}} \quad (9)$$

где  $X = L, l, M$ .

С учетом систематической погрешности  $\sigma_{\text{сист}}$  (для линейки считать ее равной половине цены деления, для электронных весов – единице последнего разряда) найти суммарную погрешность каждой величины по формуле

$$\sigma_{\text{сумм}} = \sqrt{S_{\bar{X}}^2 + \sigma_{\text{сист}}^2} \quad (10)$$

**Упражнение 2. Анализ закона движения и определение ускорения тележки.**

*Измерения*

1. С помощью регулировочного винта установить скамью в наклонное положение, увеличив высоту  $h_2$  на  $\Delta h_2 = 3$  мм (три полных оборота регулировочного винта<sup>2</sup>).

2. Установить в начало скамьи тележку, придерживая ее рукой.

**ВНИМАНИЕ! В последующих экспериментах тележку следует устанавливать в одно и то же положение!**

<sup>2</sup> Погрешность определения высоты  $\Delta h_2$  считать равной  $S_{\Delta h_2} = 0,1$  мм



3. Установить датчик времени на расстояние 20 см от начала скамьи (координата датчика  $x_1 = 0,2$  м).

4. Освободить тележку и измерить время  $t_1$  ее прохождения мимо датчика. Повторить измерения 3 раза. Полученные значения записать в табл. 2.

Таблица 2

**Экспериментальные данные**

$x,$ м	$n$	$\Delta h_2 = 3$ мм			$\Delta h_2 = 6$ мм			$\Delta h_2 = 9$ мм		
		$t,$ с	$\bar{t},$ с	$S_{\bar{t}},$ с	$t,$ с	$\bar{t},$ с	$S_{\bar{t}},$ с	$t,$ с	$\bar{t},$ с	$S_{\bar{t}},$ с
0,2	1									
	2									
	3									
0,4	1									
	2									
	3									
0,6	1									
	2									
	3									
0,8	1									
	2									
	3									
1,0	1									
	2									
	3									

5. Переместить датчик на 20 см ( $x_2 = x_1 + 0,2$  м) и повторить измерения в соответствии с п.4. В дальнейшем проводить измерения, каждый раз перемещая датчик на 20 см. Результаты измерений записать в табл. 2.

6. Повторить пп. 3 – 5, при  $\Delta h_2 = 6$  мм и  $\Delta h_2 = 9$  мм (соответственно 6 и 9 полных оборотов регулировочного винта). Результаты записать в табл. 2.

*Обработка результатов*

1. Для каждого цикла измерений вычислить среднее арифметическое значение времени прохождения  $\bar{t}$  и рассчитать случайную погрешность  $S_{\bar{t}}$  среднего арифметического по формулам (9)

Результаты вычислений записать в табл. 2.

2. Для каждого из проведенных измерений вычислить скорость

$$v = \frac{l}{t}$$

и квадрат скорости  $v^2$ .

3. Рассчитать погрешность (стандартное отклонение) для квадрата скорости по формуле для косвенных измерений

$$S_{v^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial v^2}{\partial l}\right)^2 \cdot S_l^2 + \left(\frac{\partial v^2}{\partial t}\right)^2 \cdot S_t^2} \quad (11)$$

После преобразований формулу (11) можно записать в виде

$$S_{v^2} = 2v^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{l, \text{сумм}}}{\bar{l}}\right)^2 + \left(\frac{S_t}{\bar{t}}\right)^2} \quad (12)$$

(учтена и систематическая погрешность для  $l$ , найденная в упр. 1).

Результаты вычислений в пп. 2, 3 записать в табл. 3.

Таблица 3

**Вычисленные значения скорости и квадрата скорости**

$x$ , (м)	$\Delta h_2 = 3 \text{ мм}$			$\Delta h_2 = 6 \text{ мм}$			$\Delta h_2 = 9 \text{ мм}$		
	$v$ , (м/с)	$v^2$ , (м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup> )	$S_{v^2}$ , (м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup> )	$v$ , (м/с)	$v^2$ , (м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup> )	$S_{v^2}$ , (м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup> )	$v$ , (м/с)	$v^2$ , (м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup> )	$S_{v^2}$ , (м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup> )
0,2									
0,4									
0,6									
0,8									
1,0									

4. В соответствии с соотношением (7) зависимость  $v^2(x)$  является линейной:

$$v^2(x) = 2ax + (v_0^2 - 2ax_0) \quad (13)$$

Для трех значений  $\Delta h_2$  на одних осях построить графики зависимостей  $v^2$  от  $x$  с указанием погрешностей  $v^2$ . Провести прямую линию, максимально близкую к экспериментальным точкам (рис. 4), по возможности использовать метод наименьших квадратов - МНК.

Из (13) следует, что наклон прямой (коэффициент при  $x$ ) равен  $2a$ . Для определения наклона прямой по данным эксперимента следует взять координаты двух точек на проведенной прямой (обозначим их  $x_{01}, v_{01}^2$  и  $x_{02}, v_{02}^2$ ), тогда

$$2a = \frac{v_{02}^2 - v_{01}^2}{x_{02} - x_{01}}.$$

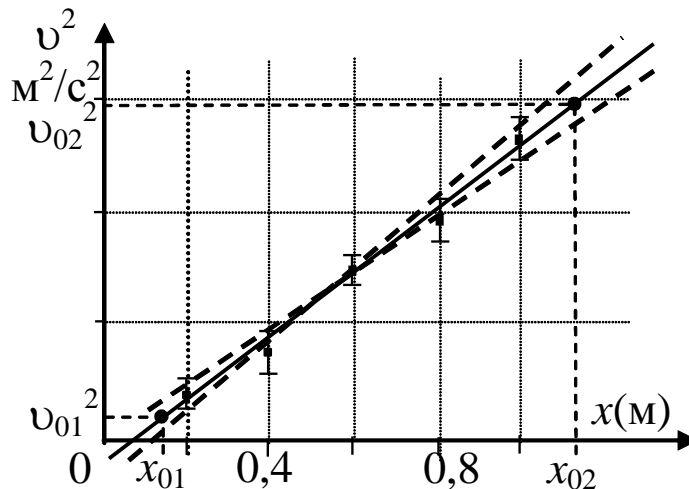


Рис. 4. Пример построения графика и оценки погрешности

Для оценки погрешности ускорений поступим следующим образом. С помощью линейки найдите минимальный и максимальный наклоны, при которых прямая не выходит за коридоры погрешностей (рис. 4). Для каждого наклона оцените значение ускорения  $a_{мин}$  и  $a_{max}$  и представьте ответ в виде  $a \pm \Delta a$ .

где  $\Delta a \approx \frac{a_{max} - a_{мин}}{2}$ .

Результаты записать в табл. 4.

5. Для трех значений  $\Delta h_2$  рассчитать значения ускорения по теоретической формуле  $a = g \sin \alpha$ . Т.к. угол  $\alpha$  мал, то  $\sin \alpha \approx \text{tg} \alpha = \frac{\Delta h_2}{L}$ , в итоге

$$a_{теор} = g \sin \alpha = \frac{g \cdot \Delta h_2}{L}.$$

Погрешность  $a_{теор}$  оценивается по формуле:

$$S_{атеор} = a_{теор} \cdot \sqrt{\left(\frac{S_{\Delta h_2}}{\Delta h_2}\right)^2 + \left(\frac{S_L}{L}\right)^2}.$$

Результаты записать в табл. 4. и сравнить с найденными экспериментально.

Таблица 4.

### Вычисленные значения ускорения

$\Delta h_2$ (мм)	$a$ (м/с <sup>2</sup> )	$\Delta a$ (м/с <sup>2</sup> )	$a_{\text{теор}}$ (м/с <sup>2</sup> )	$S_{a_{\text{теор}}}$ (м/с <sup>2</sup> )
3				
6				
9				

6. Построить на одних осях графики зависимости  $a(\Delta h_2)$  и  $a_{\text{теор}}(\Delta h_2)$ .  
Сделать выводы.

**Упражнение 3. Проверка независимости ускорения тележки от ее массы.**

#### Измерения

1. Установить высоту  $\Delta h_2 = 6$  мм (6 полных оборотов регулировочного винта).

2. Установить на тележку дополнительный груз массой  $m_1$  (взвесить на весах) и провести цикл измерений по определению ускорения тележки (аналогично упр. 2).

3. Повторить измерения для дополнительного груза массой  $m_2$ . Результаты записать в таблицу, аналогичную табл. 2.

#### Обработка результатов

1. Аналогично обработке результатов в упр.2, найти ускорения и оценить погрешность для тележек массой  $(M+m_1)$  и  $(M+m_2)$ . Результаты записать в таблицу, аналогичную табл. 3. и в табл. 5 (в первой строке указываются значения ускорения для тележки без дополнительных грузов).

Таблица 5.

### Вычисленные значения ускорения

$M+m_i$ (г)	$a$ (м/с <sup>2</sup> )	$\Delta a$ (м/с <sup>2</sup> )	$a_{\text{теор}}$ (м/с <sup>2</sup> )	$S_{a_{\text{теор}}}$ (м/с <sup>2</sup> )

2. Проанализировать полученный результат. Для этого отметить значения ускорений  $a_1 \div a_3$  (с учетом их погрешностей) на числовых осях (рис. 5). Если соответствующие интервалы

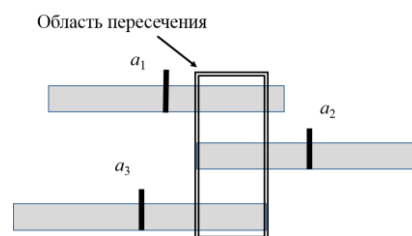


Рис. 5. Сравнение ускорений тележки с разной массой.

перекрываются, то можно говорить, что ускорение не зависит от массы тележки.

### **Основные итоги работы**

*В результате выполнения работы определяется, является ли движение тела вдоль наклонной плоскости равноускоренным, а ускорение - не зависящим от массы.*

### **Контрольные задания и вопросы**

1. Какие системы отсчета называют инерциальными? Сформулировать первый закон Ньютона.
2. Сформулировать второй закон Ньютона.
3. Сформулировать третий закон Ньютона.
4. Тело скользит по наклонной плоскости (угол  $\alpha$ ) при наличии силы трения (коэффициент трения скольжения  $\mu$ ). Найти его ускорение.
5. Тело, находящееся у основания гладкой наклонной плоскости (угол  $\alpha$ ), толкают вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Записать закон движения тела и закон изменения его скорости.

### **Литература**

1. А. Н. Матвеев. Механика и теория относительности. – М. Изд. дом «Оникс 21 век», 2003. – 432 с. Гл. 1, 2.
2. В. А. Алешкевич, Л. Г. Деденко, В. А. Караваев. Механика. – М.: Изд. центр «Академия», 2004. – 480 с. Лекции 1 – 3.
3. С. П. Стрелков. Механика. – СПб.: «Лань», 2005. – 560 с. Гл. 1, 2.
4. Д. В. Сивухин. Общий курс физики. В пяти томах. Т. 1. Механика. – М.: ФИЗМАТЛИТ / МФТИ, 2005. – 559 с. Гл. 1, 2.
5. В. С. Русаков, А. И. Слепков, Е. А. Никанорова, Н. И. Чистякова. Механика. Методика решения задач. Учебное пособие. М.: Физический факультет МГУ, 2010. – 368 с. Гл. 1, 2.
6. Митин И. В., Русаков В. С. Анализ и обработка экспериментальных данных. Учебно-методическое пособие для студентов младших курсов. – М.: МГУ. 2002, гл.V.