

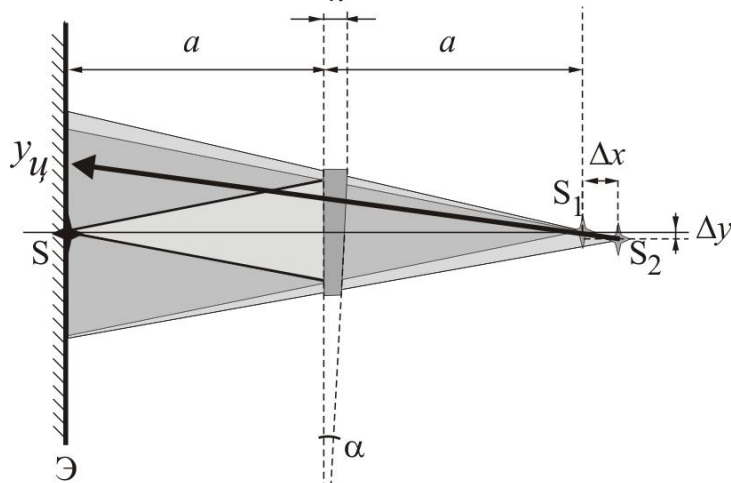
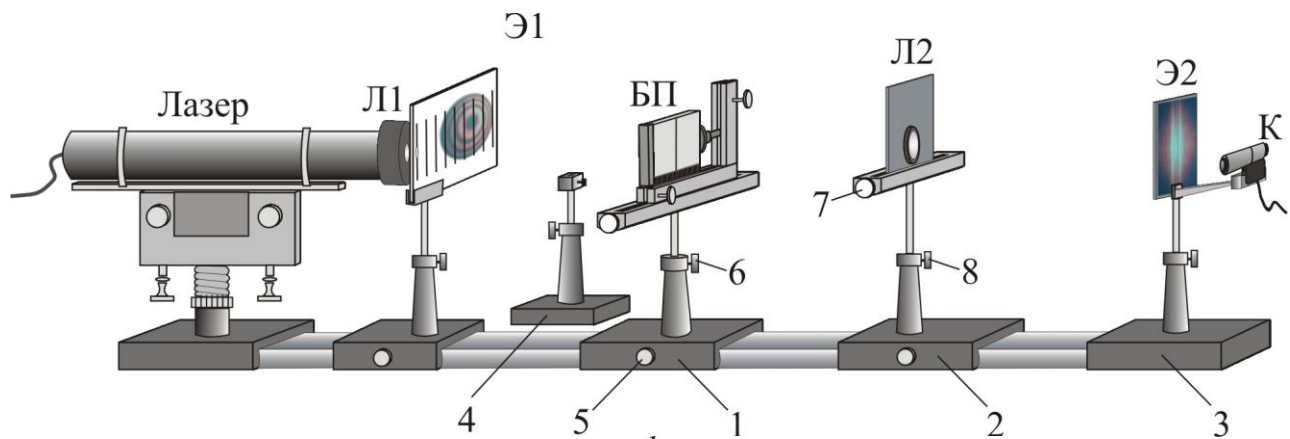


Лабораторный практикум по ФИЗИКЕ

ОПТИКА
Задача 419

Вишнякова Е.А., Митин И.В., Слабкая Н.В.

*Изучение интерференционных явлений с помощью
несимметричной бипризмы*



МОСКВА 2019

Изучение интерференционных явлений с помощью несимметричной бипризмы

Под **интерференцией** понимают круг явлений, в которых при наложении двух или более световых пучков происходит пространственное перераспределение энергии излучения, при этом возникают устойчивые во времени чередующиеся светлые и темные участки – **интерференционные полосы**.

Пусть в некоторую точку приходят две гармонические волны, напряженности поля которых изменяются по закону:

$$\vec{E}_1(t) = \vec{E}_{10} \cdot \cos(\omega_1 t); \quad \vec{E}_2(t) = \vec{E}_{20} \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi).$$

В соответствии с принципом суперпозиции напряженность результирующей волны будет равна сумме напряженностей исходных волн. Для интенсивности результирующей волны, пропорциональной усредненному по времени квадрату напряженности, имеем¹:

$$I \sim \langle (\vec{E}_1(t) + \vec{E}_2(t))^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2 \cdot \langle (\vec{E}_1(t) \cdot \vec{E}_2(t)) \rangle.$$

Слагаемое $2 \cdot \langle (\vec{E}_1(t) \cdot \vec{E}_2(t)) \rangle$ называют **интерференционным членом**. Он обращается в нуль, если:

- 1) направления колебаний векторов $\vec{E}_1(t)$ и $\vec{E}_2(t)$ взаимно перпендикулярны;
- 2) частоты колебаний $\omega_1 \neq \omega_2$.

Пусть обе волны одинаково поляризованы и имеют одинаковые частоты $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Используем для записи волн комплексную форму:

$$E_1(t) = A_1 \cdot e^{i\omega t}; \quad E_2(t) = A_2 \cdot e^{i(\omega t + \varphi)} = A_2 \cdot e^{i\varphi} \cdot e^{i\omega t},$$

¹ Угловые скобки означают усреднение по времени на интервале, превышающем периоды колебаний каждой из волн.

где A_1 и $A_2 \cdot e^{i\varphi}$ - комплексные амплитуды, φ - разность фаз между волнами. Найдем амплитуду результирующей волны с помощью векторной диаграммы (рис. 1). По теореме косинусов:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \varphi,$$

или

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \varphi \quad (1)$$

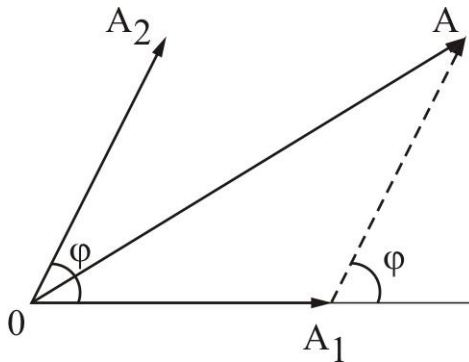


Рис. 1. Сложение комплексных амплитуд двух гармонических волн

Если интенсивности обеих волн одинаковы $I_1 = I_2 = I_0$, то формула (1) преобразуется к виду:

$$I = 2I_0 \cdot (1 + \cos \varphi) \quad (1a)$$

Таким образом, интенсивность в точке наблюдения зависит исключительно от разности фаз φ между волнами.

Связь между разностью хода и разностью фаз.

Пусть вдоль направления s распространяется монохроматическая волна

$$E(s, t) = E_0 \cos(ks - \omega t + \psi_0).$$

Для двух точек с координатами s_1 и s_2 , находящихся на расстоянии $\Delta s = s_2 - s_1$ друг от друга, разность фаз, зафиксированная в один момент времени, равна

$$\varphi = \Phi_2 - \Phi_1 = (ks_2 - \omega t + \psi_0) - (ks_1 - \omega t + \psi_0) = k(s_2 - s_1) = k \cdot \Delta s.$$

Если две монохроматические волны прошли до точки встречи разные пути s_1 и s_2 , то разность хода $\Delta s = s_2 - s_1$ не зависит от частоты и длины волны, в то время как разность фаз, равная

$$\varphi = k \cdot \Delta s, \quad (2)$$

зависит от частоты и длины волны, т.к. $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c}$, c - скорость света.

Интерференция монохроматического света. Схема Юнга.

Два точечных монохроматических источника (длина волны λ , интенсивность каждого I_0) расположены на расстоянии d друг от друга. Найдем вид интерференционной картины при различных положениях экрана для наблюдений, удаленного от источников на расстояние $L \gg d$.

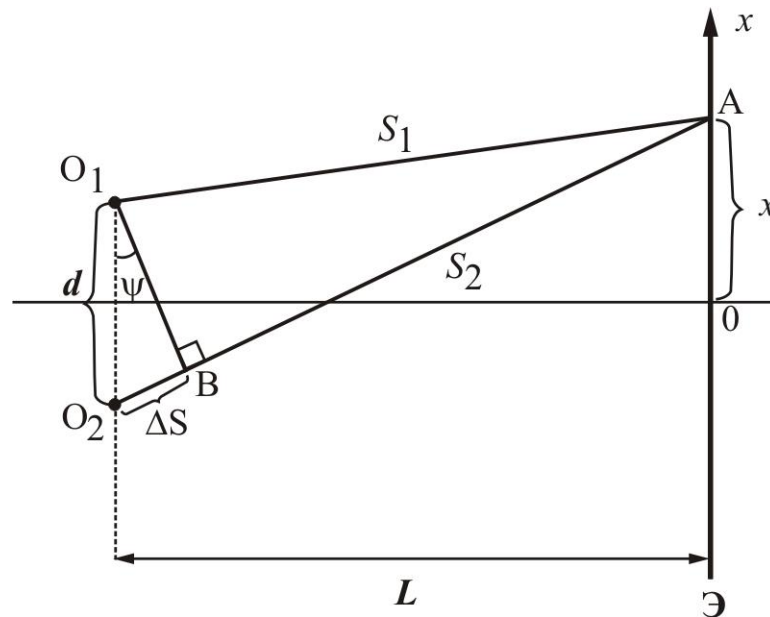


Рис. 2. Интерференционная схема Юнга

1. Плоскость экрана \mathcal{E} параллельна линии O_1O_2 , соединяющей источники (рис.2). Данное расположение принято называть **схемой Юнга**. Найдем

разность хода $\Delta s = s_2 - s_1$ между лучами, идущими от источников O_1 и O_2 в точку А с координатой x :

$$s_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2;$$

$$s_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2;$$

Тогда

$$s_2^2 - s_1^2 = \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 = 2x \cdot d.$$

С другой стороны,

$$s_2^2 - s_1^2 = (s_2 + s_1)(s_2 - s_1) \approx 2L \cdot \Delta s.$$

Отсюда получаем, что разность хода равна

$$\Delta s = \frac{x \cdot d}{L}, \quad (3)$$

а разность фаз:

$$\varphi = k \cdot \Delta s = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{x \cdot d}{L} = 2\pi \cdot \frac{x \cdot d}{\lambda \cdot L}. \quad (4)$$

Интенсивность, задаваемая формулой (1), будет равна

$$I(x) = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0} \cdot \cos \varphi = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(2\pi \cdot \frac{x \cdot d}{\lambda \cdot L}\right)\right). \quad (5)$$

Максимум интенсивности: $I_{\max}(x) = 4I_0$ при разности фаз $\varphi = 2\pi m$;

разности хода $\Delta s = \lambda m$,

Минимум интенсивности: $I_{\min}(x) = 0$ при разности фаз $\varphi = 2\pi\left(m + \frac{1}{2}\right)$;

разности хода $\Delta s = \lambda\left(m + \frac{1}{2}\right)$,

где $m = \frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{\varphi}{2\pi} = 0, 1, 2, \dots$ - **порядок интерференции**.

На экране будет наблюдаться система параллельных **интерференционных полос**, расстояние между которыми Δx можно найти из соотношения $\frac{\Delta x \cdot d}{L} = \lambda$ (изменение разности хода при переходе от любого максимума к соседнему равно λ):

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot L}{d}. \quad (6)$$

В схеме Юнга в центре экрана находится максимум (полоса) **нулевого** порядка, затем следуют максимумы **первого, второго, третьего** и т.д. порядков (рис. 3).

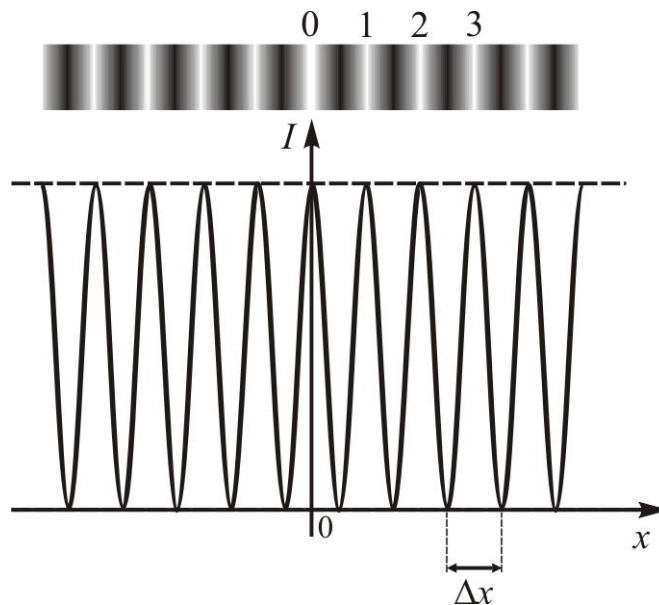


Рис. 3. Интерференционная картина при интерференции двух монохроматических волн

Формулу (3) для разности хода можно получить и из других соображений. Так как $d \ll L$, то углы, образованные лучами s_1 и s_2 с горизонтальной осью (рис. 2), примерно одинаковы и равны:

$$\psi \approx \sin \psi \approx \operatorname{tg} \psi = \frac{x}{L}.$$

Опустим из точки O_1 перпендикуляр на луч s_2 . Тогда для длины отрезка O_2B получим:

$$O_2B \approx d \cdot \sin \psi \approx \frac{d \cdot x}{L} = \Delta s,$$

что совпадает с формулой (3) для разности хода. Такой подход позволяет довольно просто находить разность хода для любой точки интерференционной картины.

2. Плоскость экрана Э перпендикулярна линии O_1O_2 , соединяющей источники (рис.4) и расположена на расстоянии $L \gg d$ от них. Найдём разность хода $\Delta s = s_2 - s_1$ между лучами, идущими от источников O_1 и O_2 в точку А с координатой y :

$$\Delta s \approx d \cdot \cos \chi,$$

где $\chi \ll 1$ - угол, образованный лучами s_1 и s_2 с линией, соединяющей источники.

Используя разложение косинуса в ряд, получим:

$$\Delta s \approx d \cdot \left(1 - \frac{\chi^2}{2} \right) \approx d \cdot \left(1 - \frac{y^2}{2L^2} \right). \quad (7)$$

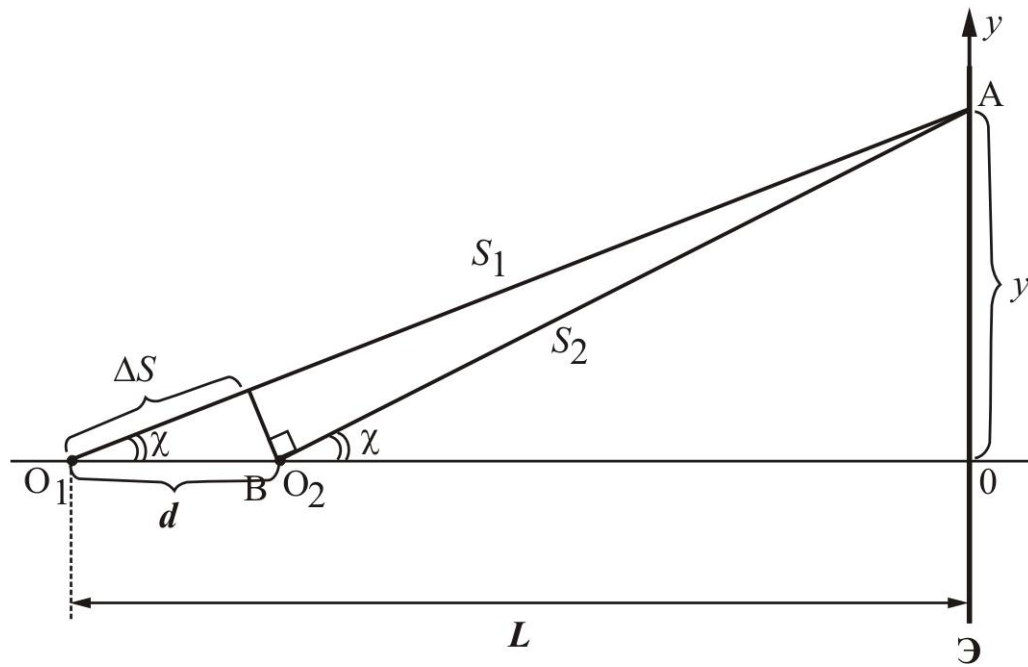


Рис. 4. Интерференционная схема для наблюдения интерференционных колец

Так как схема симметрична относительно поворота вокруг линии O_1O_2 , то интерференционная картина на экране будет представлять собой систему концентрических окружностей (**интерференционных колец**). Максимальный порядок интерференции будет в центре картины и равен:

$$m_{\max} = \frac{d}{\lambda},$$

по мере удаления от центра порядок интерференции уменьшается.

Так как m_{\max} может принимать любые значения, то в центре может наблюдаться как темное, так и светлое пятно. Найдем выражение для радиусов колец. Пусть, к примеру, в центре картины темное пятно, т.е.:

$$d = \left(m_0 + \frac{1}{2}\right)\lambda = \Delta s_0, \text{ где } m_0 - \text{целое число.}$$

Для i -го темного кольца ($i = 1, 2, 3, \dots$) имеем:

$$\Delta s_i = \Delta s_0 - i \cdot \lambda = d \cdot \left(1 - \frac{y_i^2}{2L^2}\right);$$

$$i \cdot \lambda = d \cdot \frac{y_i^2}{2L^2};$$

$$y_i^2 = \frac{2\lambda L^2}{d} i. \quad (8)$$

Формула (8) позволяет найти радиусы колец, порядок интерференции которых равен $(m_{\max} - i)$. Заметим, что с ростом i расстояние между кольцами уменьшается.

3. В общем случае произвольного расположения экрана относительно точечных монохроматических источников интерференционная картина будет представлять собой систему дуг окружностей (рис. 5).

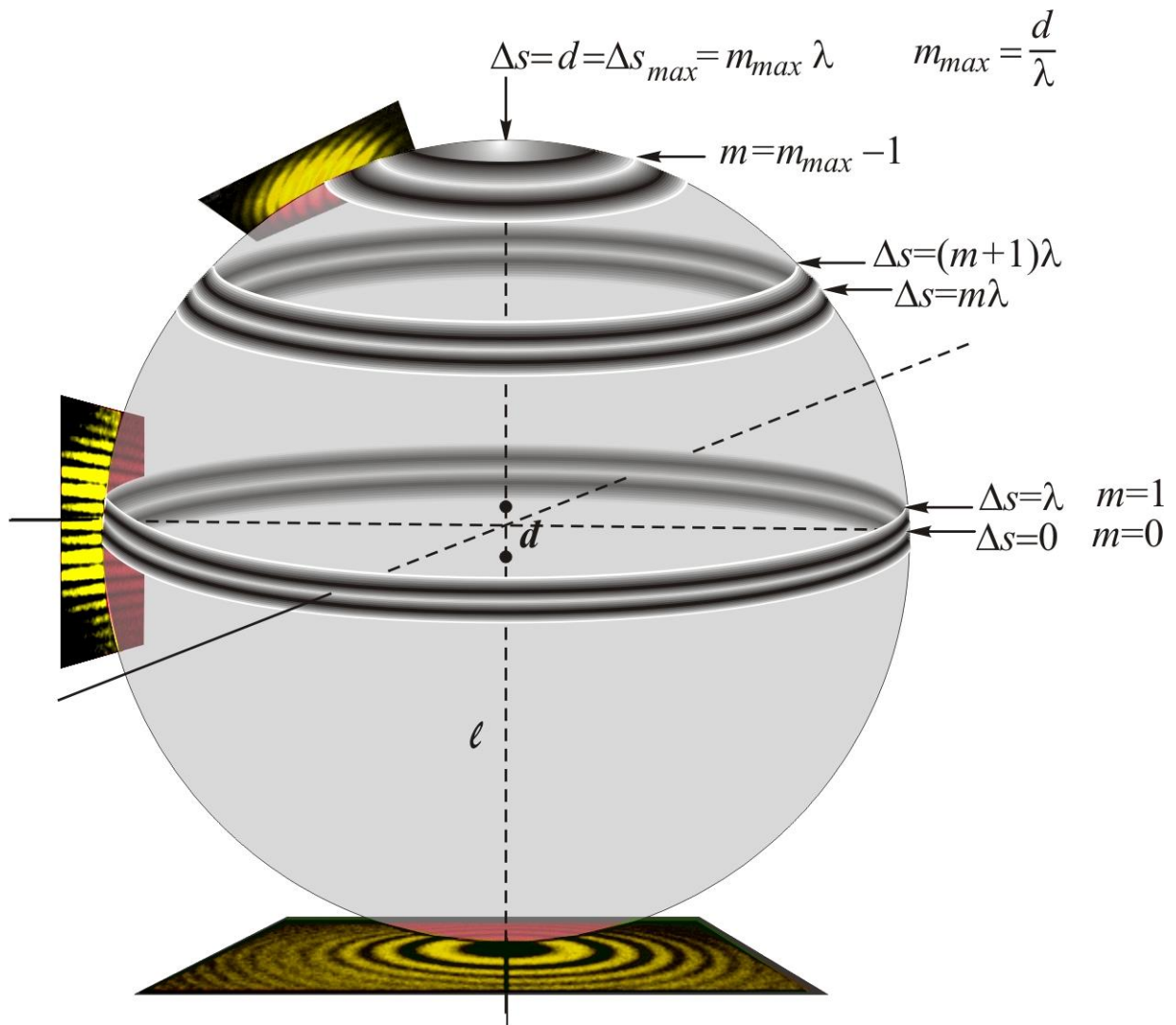


Рис. 5. Интерференционные картины при различных положениях экрана относительно двух точечных монохроматических источников

Реальные схемы наблюдения интерференции.

В оптическом диапазоне вследствие высокой частоты излучения ($\nu \approx 10^{15}$ Гц) практически невозможно создать два монохроматических источника, излучающих на одной и той же частоте. Поэтому для получения интерференции используют **один** монохроматический источник, излучение которого сначала (с помощью различных оптических схем) разделяют на **две** волны, а затем вновь соединяют. При этом между волнами возникает разность хода, что и приводит к появлению интерференционной картины.

Такое разделение света от источника можно осуществить двумя способами:

- 1) **методом деления волнового фронта** (билинза Бийе, бипризма Френеля, бизеркало Френеля, схема Юнга);
- 2) **методом деления амплитуды** (кольца Ньютона, плоскопараллельная пластинка, клин, тонкие пленки, интерферометры Майкельсона, Жамена и др.).

Если источник света **точечный**, то в результате применения оптической схемы любого из методов деления (волнового фронта или амплитуды) возникают **два точечных изображения источника**. Излучение от этих новых **когерентных** источников будет распространяться, вообще говоря, не во всех направлениях (это зависит от оптической схемы). Интерференция будет наблюдаться в области перекрытия световых пучков от обоих источников (**в области интерференции**) при любом расположении экрана. В этом случае говорят, что интерференционная картина **не локализована**. Как уже отмечалось выше, вид интерференционной картины зависит от взаимного расположения **линии**, соединяющей источники, **и плоскости** экрана. Если линия **параллельна** плоскости экрана (схема Юнга), то наблюдаются полосы. Если линия **перпендикулярна** плоскости экрана, то наблюдается система колец, при

этом для центрального (светлого или темного) пятна порядок интерференции будет максимальным и равным $m_{\max} = d/\lambda$, где d - расстояние между источниками.

Рассмотрим схемы разделения света от источника, применяемые в настоящей задаче.

1. Бипризма Френеля (метод деления волнового фронта).

Схема получения интерференции приведена на рис. 6. Бипризма Френеля представляет собой треугольную призму (обычно симметричную) с малым преломляющим углом $\theta \ll 1$. Точечный источник света S и экран \mathcal{E} для наблюдения расположены от бипризмы на расстояниях a и b соответственно.

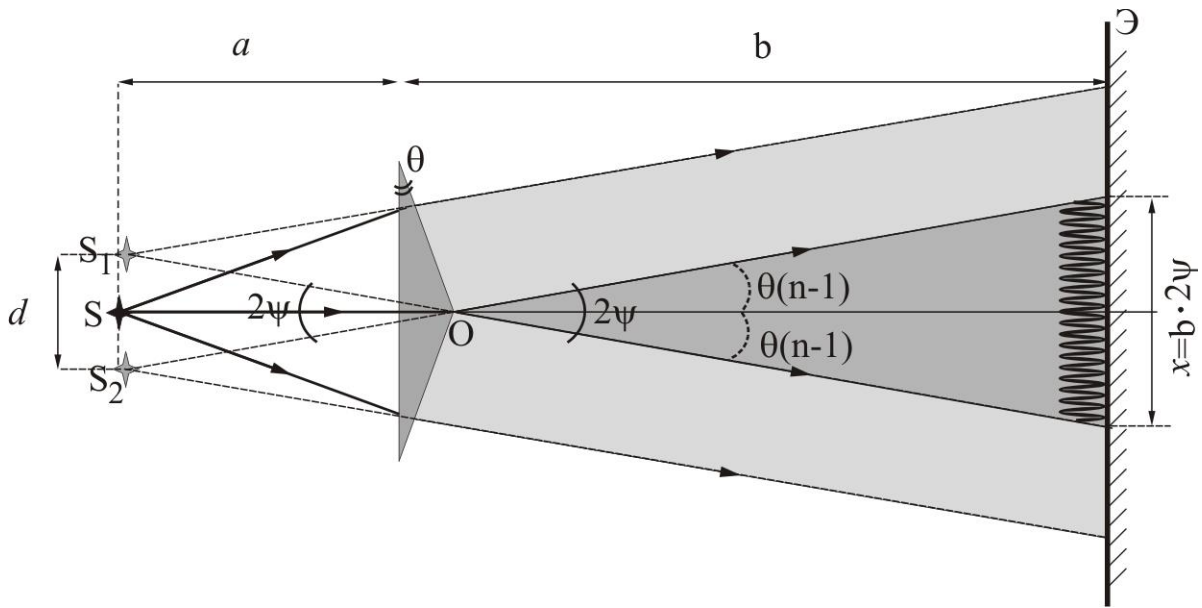


Рис. 6. Формирование интерференционной картины в опыте с бипризмой Френеля.

Произвольный луч от источника падает на плоскую поверхность бипризмы практически нормально и не преломляется (поперечный размер бипризмы много меньше a и b). Поэтому на вторую поверхность этот луч попадет под углом θ , преломится и выйдет под углом $\psi = (n-1)\theta$ к первоначальному направлению распространения. Лучи, прошедшие через верхнюю половину

бипризмы, отклоняются вниз, а прошедшие через нижнюю – соответственно вверх. Таким образом, за призмой имеем две сферические волны, «выходящие» из мнимых источников S_1 и S_2 (угол S_1OS_2 равен 2ψ), которые находятся примерно на том же расстоянии a от бипризмы, что и источник S . Таким образом, мы приходим к разобранный выше схеме Юнга, для которой $d = 2\psi \cdot a$, $L = a + b$. На экране можно наблюдать систему параллельных интерференционных полос, расстояние Δx между которыми задается формулой (6):

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot L}{d} = \frac{\lambda}{2(n-1)\theta} \cdot \frac{(a+b)}{a}. \quad (6a)$$

Зная расстояния a и b , по ширине полос Δx можно найти преломляющий угол θ призмы.

2. Оптический клин (метод деления амплитуды).

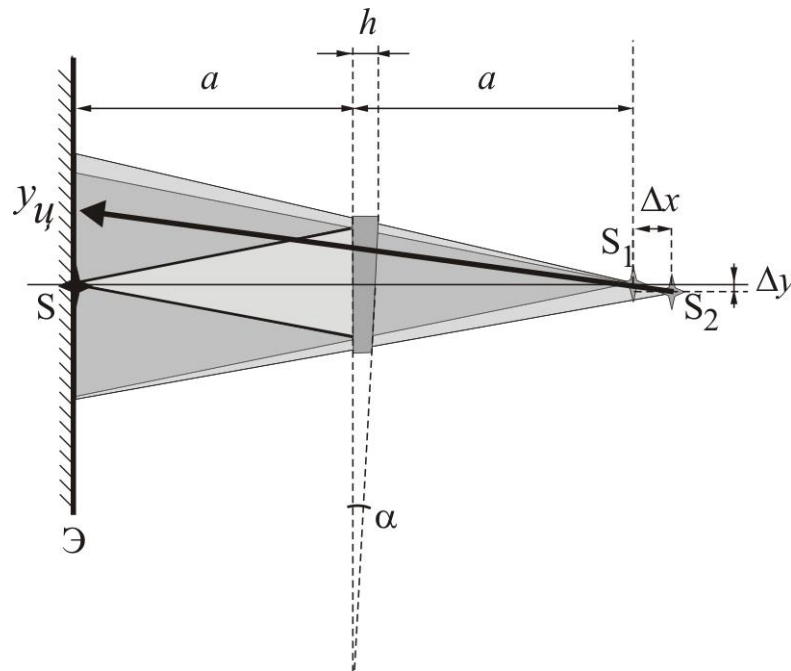


Рис. 7. Формирование интерференционной картины при отражении от клина.

Схема наблюдения интерференции приведена на рис. 7. В качестве оптического клина используется практически плоскопараллельная пластина

толщиной h с малым углом α между гранями, так что в границах пластины изменение ее толщины Δh не превышает нескольких длин волн ($\Delta h \ll h$) и при дальнейших расчетах не учитывается. Точечный источник света S и экран \mathcal{E} для наблюдения расположены на одном и том же расстоянии a от передней поверхности клина. Первая интерферирующая волна формируется при частичном отражении света от передней поверхности клина. В соответствии с законом отражения источником этой отраженной волны может рассматриваться точка S_1 , отстоящая от экрана на расстояние $L = 2a$. Волна, прошедшая через переднюю поверхность клина, отражается от задней, вновь преломляется на передней и падает на экран, формируя вторую интерферирующую волну. Можно показать (см. **Приложение**), что мнимый источник S_2 второй волны смещен относительно первого на

$$\Delta x = \frac{2h}{n}; \quad \Delta y = 2\alpha \cdot na. \quad (9)$$

Если угол клина $\alpha \ll 1$, то $\Delta x \gg \Delta y$, и линия, соединяющая источники S_1 и S_2 , практически перпендикулярна экрану \mathcal{E} , а расстояние между источниками в первом приближении равно

$$d \approx \Delta x = \frac{2h}{n}. \quad (10)$$

Таким образом, в результате интерференции на экране будет наблюдаться система концентрических темных и светлых колец, центр которой смещен относительно источника S на расстояние (см. **Приложение**)

$$y(y) \approx \frac{2\alpha n^2 a^2}{h}. \quad (11)$$

Если в центре картины наблюдается темное пятно, то радиусы темных колец можно найти по формуле (8), положив $L \approx 2a$ и $d \approx \Delta x = \frac{2h}{n}$:

$$R_i^2 = \frac{2\lambda L^2}{d} i = \frac{4\lambda n a^2}{h} i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (8a)$$

Таким образом, по данным о радиусах темных колец R_i можно определить толщину клина h , а по зависимости положения центра интерференционных колец $y(i)$ от расстояния a можно найти угол клина α .

Можно предложить еще один способ нахождения угла клина α . Будем перемещать клин в направлении, перпендикулярном лучу SS_1 так, чтобы передняя поверхность клина оставалась параллельной экрану Э. В этом случае толщина клина будет изменяться на величину Δh порядка нескольких длин волн, причем $\Delta h \ll h$. В результате положение центра картины в соответствии с формулой (11) практически не изменится, но будет изменяться разность хода между волнами, которая пропорциональна h . Это приведет к тому, что интерференционные кольца «побегут» (к центру, если толщина клина уменьшается, и от центра, если увеличивается). Подсчитав число «пробежавших» колец, можно определить угол клина α .

Пусть при перемещении клина в поперечном направлении на расстояние s на экране «пробежало» N колец, при этом толщина клина изменилась на $\Delta h = s \cdot \operatorname{tg} \alpha \approx s \cdot \alpha$. Соответствующее изменение оптической разности хода $2n\Delta h$ равно:

$$2n\Delta h = 2ns \cdot \alpha = N\lambda,$$

Поэтому угол клина α равен:

$$\alpha = \frac{N\lambda}{2ns} \quad (12)$$

Таким образом, перемещая клин на расстояние s и подсчитывая число N пробежавших колец, также можно найти угол клина α .

Описание установки.

На рисунке 8 показана схема экспериментальной установки, все узлы которой расположены на оптическом рельсе длиной около 1,5 метров.

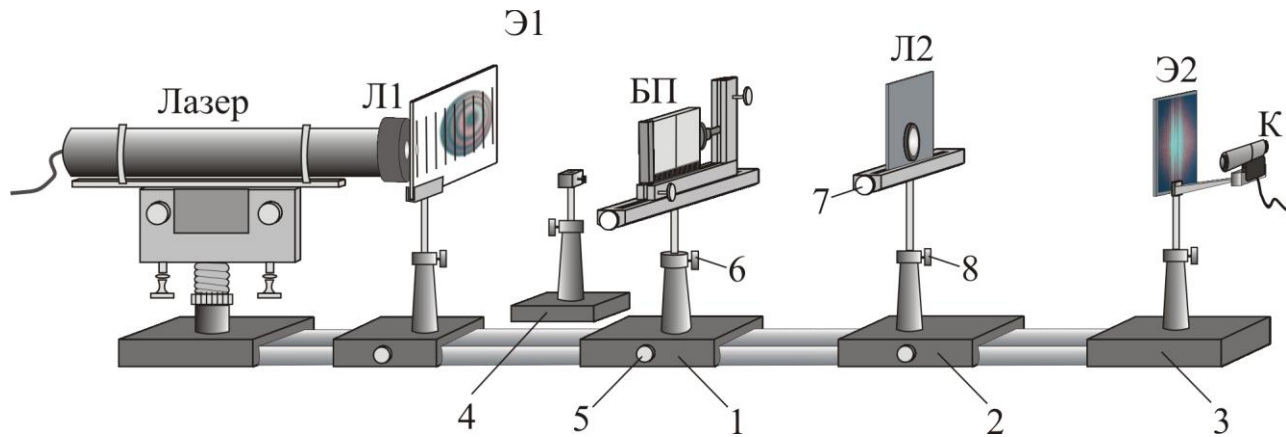


Рис. 8. Схема экспериментальной установки.

Источником монохроматического излучения служит гелий-неоновый ЛАЗЕР (длина волны $\lambda = 632,8$ нм) на специальной юстировочной подставке. В плоскости выходного окна лазера закреплена собирающая линза Л1 (фокусное расстояние ≈ 1 см), формирующая точечный источник света. В фокальной плоскости линзы помещают экран Э1, на котором наблюдают интерференционную картину при отражении света от граней оптического клина. Чтобы обеспечить прохождение излучения лазера через экран, в нем сделано небольшое отверстие. Все перечисленные объекты предварительно отъюстированы так, чтобы ось излучения лазера была строго параллельна оптическому рельсу.

Внимание! Запрещается осуществлять какие-либо регулировки положения лазера!

На некотором расстоянии от экрана Э1 установлена бипризма БП. Порядок юстировки БП приведен ниже. Расстояние от Э1 до БП можно изменять, перемещая подставку 1 БП вдоль оптического рельса.

Для наблюдения интерференционной картины за бипризмой на конце оптического рельса стационарно установлен специальный акриловый экран Э2 на подставке 3. Особенностью этого экрана является то, что более ярко интерференционная картина видна на задней поверхности экрана.

Между БП и Э2 установлена еще одна собирающая линза Л2 на подставке 2, предназначенная для увеличения размеров интерференционной картины. Данный процесс проиллюстрирован на рис. 9. В отсутствие Л2 ширина области интерференции (рис. 9а) равна $x = b \cdot 2\psi$, что при характерных размерах $b \approx 0,5\text{м}$ и $\psi \approx 0,01$ не превышает 10 мм.

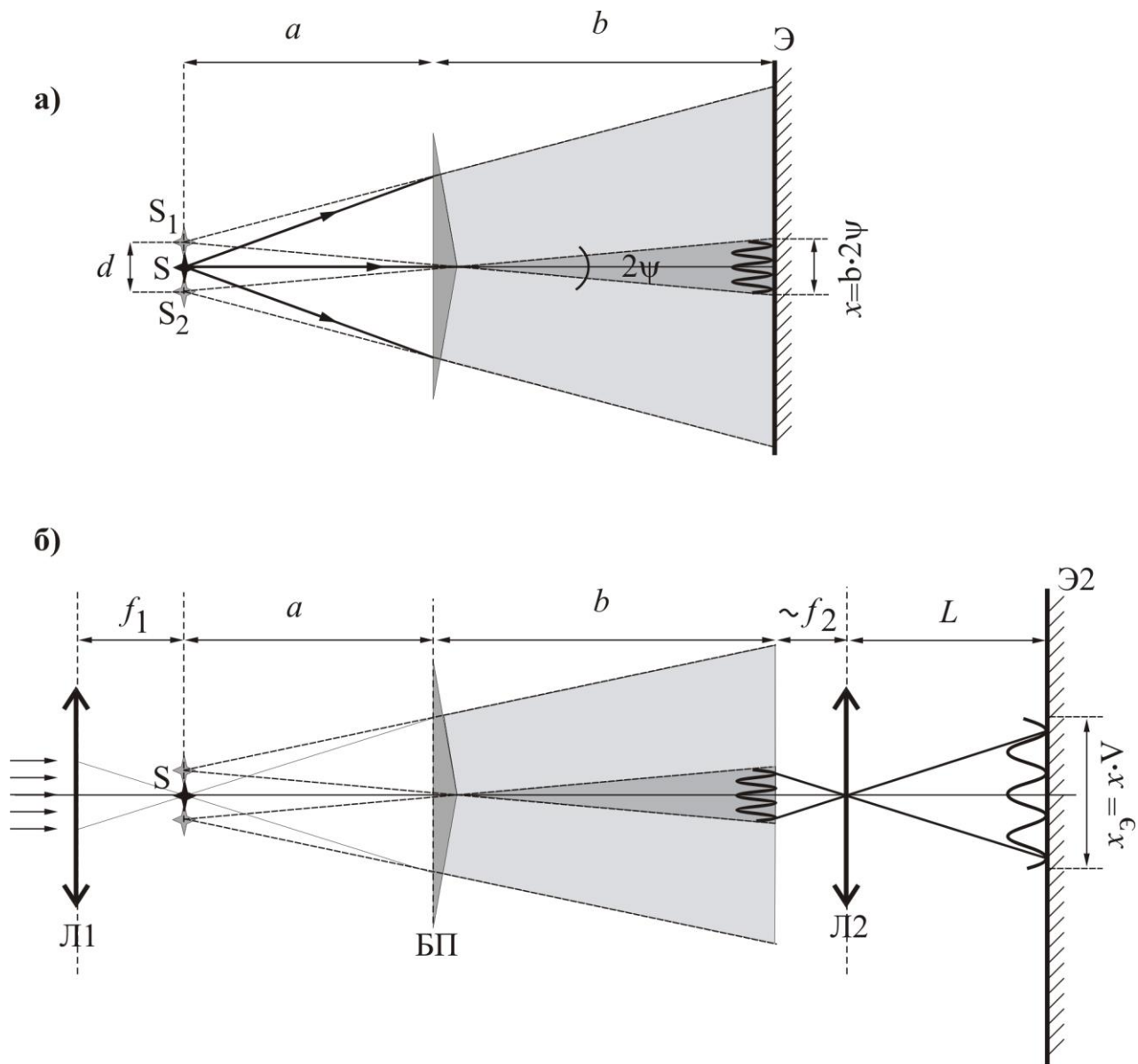


Рис. 9. Использование линз Л1 и Л2 для наблюдения интерференции.

Установив линзу Л2 так, как показано на рис. 9б, получим на Э2 увеличенную интерференционную картину. Так как фокусное расстояние f_2 линзы Л2 много меньше расстояния L от Л2 до Э2, то можно считать, что Л2 переводит интерференционную картину из плоскости Э (рис. 9а), совпадающей с фокальной плоскостью Л2, на экран Э2. При этом размеры картины увеличиваются в V раз:

$$V = \frac{L}{f_2}$$

(см. рис 9б). На данной установке коэффициент V увеличения картины можно варьировать от 20 до 40, что позволяет наблюдать на Э2 хорошо различимые глазом интерференционные полосы. При этом ширина области интерференции $x_{\text{Э}}$ на экране Э2 равна

$$x_{\text{Э}} = x \cdot V$$

и может превышать ширину экрана.

Наблюдение интерференционных картин на экранах Э1 и Э2 в задаче ведется с помощью веб-камеры К, подсоединенной к *USB*-порту компьютера. Для крепления веб-камеры на подставках 3 и 4 (рис. 8) имеются специальные гнезда, в которых камера находится на одинаковом расстоянии от экранов. Это позволяет избежать изменения настройки камеры на резкость при ее перемещении от одного экрана к другому. Для изменения положения камеры следует слегка ослабить винт, закрепляющий ее в гнезде, и аккуратно перенести на другую подставку, где закрепить соответствующим винтом. Изображение, фиксируемое веб-камерой, отображается на экране монитора. Порядок работы с программой для веб-камеры имеется непосредственно на рабочем месте.

Определение истинных размеров интерференционной картины

Веб-камера для считывания картины с экрана Э2 имеет собственное увеличение. Чтобы определить **суммарное увеличение**, даваемое Л2 и веб-камерой, необходимо сделать снимок объекта, размер которого заранее известен. В качестве такого объекта в данной задаче используется прозрачная пленка с миллиметровой шкалой, установленная в нижней части БП и непосредственно контактирующая с ребром.

Другой дополнительной программой для обработки изображений является программа «Screen Ruler» (Экранная линейка), ярлык для запуска которой находится на рабочем столе компьютера.

На рисунке 10 представлены фотографии миллиметровой шкалы пленки (порядок получения данного снимка будет приведен ниже) и результаты считывания показаний экранной линейки. Темные широкие вертикальные полосы - это штрихи шкалы на пленке, расстояние между которыми равно 1 миллиметру.

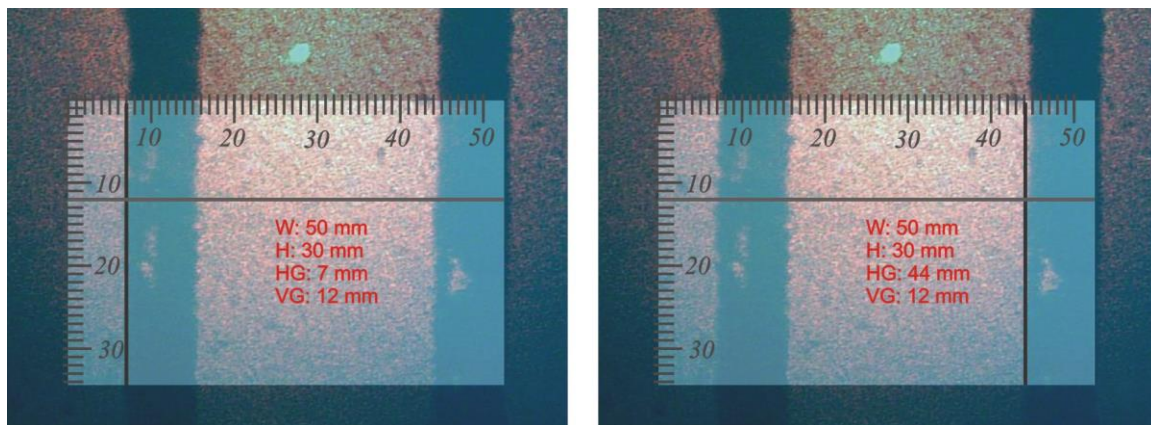


Рис. 10. Определение увеличения системы.

Показания вертикального репера линейки: на левом снимке для левого края миллиметрового деления 7 мм; на правом снимке для левого края соседнего миллиметрового деления 44 мм. Суммарное увеличение Л2 и веб-камеры:

$$V = \frac{44 - 7}{1} = 37.$$

Объект исследования.

В данной задаче используется несимметричная стеклянная бипризма²: один из углов бипризмы (обозначим его θ) порядка одного градуса, другой (угол α) – порядка нескольких минут.

Подобное сочетание углов бипризмы позволяет получать:

- при геометрии оптической системы на прохождение светового пучка через бипризму (рис. 11а) - ***интерференционные полосы***;
- при геометрии оптической системы на отражение светового пучка от плоскопараллельной части бипризмы – (рис. 11б) - ***интерференционные кольца***.

² Специально для данной задачи несимметричная бипризма была изготовлена в оптической лаборатории физического факультета МГУ оптиком высшей квалификации Слабкой Ниной Владимировной

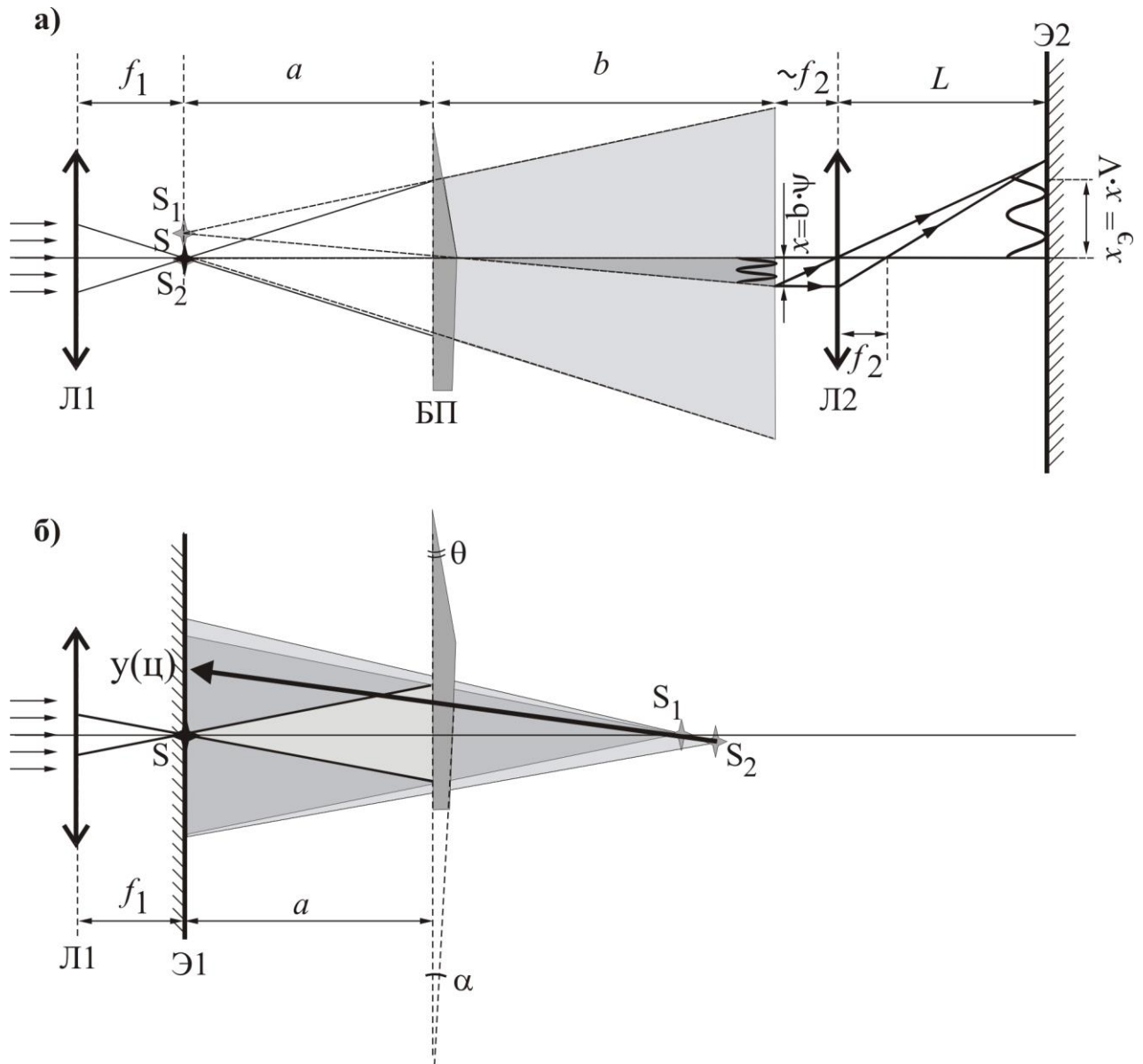


Рис. 11. Схема наблюдения интерференционных картин с помощью несимметричной бипризмы.

Бипризма установлена на специальной подставке (рис. 12), с помощью которой можно изменять положение бипризмы в пространстве в зависимости от целей проводимых исследований.

Наклон БП (относительно вертикальной и горизонтальной осей) можно менять с помощью двух юстировочных винтов 2 и 3. Вращение винта 1

обеспечивает перемещение БП в поперечном направлении, отсчет перемещения ведется по шкале на неподвижной части подставки (на рисунке не показана).

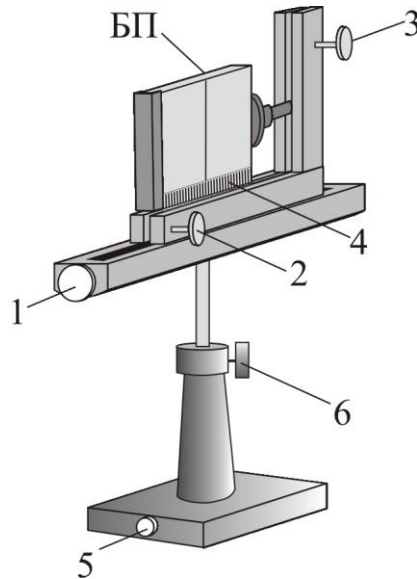


Рис. 12. Схема крепления бипризмы.

В нижней части БП находится прозрачная миллиметровая шкала 4 для определения увеличения системы. В обычном положении шкала практически не освещается лазерным пучком и не видна на экране Э2. Для работы со шкалой следует, слегка ослабив винт 6, приподнять стойку с БП на 8-10 миллиметров и вновь закрепить винт 6.

Внимание! Обращаться с бипризмой следует предельно аккуратно! Данная бипризма является уникальным оптическим объектом!

Все действия с ней следует осуществлять строго в соответствии с описанием! Категорически запрещается трогать бипризму руками!

Для наблюдения интерференционных полос необходимо с помощью винта 1 установить БП так, чтобы пучок света падал на ребро бипризмы и на экране Э2 появилась интерференционная картина (полосы).

Для наблюдения интерференционных колец сначала с помощью винта 1 необходимо переместить бипризму так, чтобы пучок света падал только на одну ее половину (слева или справа от ребра). Каждая из этих половин представляет собой оптический клин. При большом угле клина θ два отраженных от его граней пучка не будут перекрываться, поэтому интерференционная картина в отраженном свете не наблюдается. При малом угле клина α на экране Э1 появится интерференционная картина – дуги, смещенные от отверстия в экране как по горизонтали, так и по вертикали. С помощью винтов 2 и 3 следует установить БП так, чтобы на экране Э1 наблюдался центр системы концентрических интерференционных колец.

Порядок выполнения работы.

Предварительные замечания.

1. В ходе работы вдоль рельса перемещаются только подставки с БП и Л2. На рельсе имеется шкала, позволяющая определять координаты обеих подставок по любому краю (левому или правому). В дальнейшем координаты подставки БП обозначаются через x , а подставки Л2 – через y .
2. Для плавного перемещения подставок по рельсу фиксирующие винты следует ослаблять незначительно (на четверть оборота), а саму подставку при перемещении аккуратно прижимать к ребру рельса.
3. Положение интерференционной картины (полос) на Э2 можно изменять при перемещении Л2:
 - влево-вправо, вращая винт 7 (рис. 8);
 - вверх-вниз, ослабив винт 8 и поднимая-опуская Л2.

4. Для визуального наблюдения интерференционной картины на Э2 на него следует поместить временный экран из обычного листа белой бумаги. Этот же бумажный экран можно использовать для наблюдения картины в произвольном сечении светового пучка.

5. Обработка всех полученных в процессе работы фотографий производится по окончании всех измерений.

Предварительные настройки.

Для получения качественных результатов необходимо довольно точно определять расстояния a и b , а также увеличение V измерительной системы. Поэтому перед началом измерений следует выполнить некоторые действия.

1. Включить компьютер и активировать программу веб-камеры, которая должна быть установлена за экраном Э2.
2. Включить лазер (напоминаем, что никакой дополнительной настройки лазера не требуется).
3. Временно снять с рельса подставку 1 БП (рис. 8). Для этого ослабить винт 5, фиксирующий БП на рельсе, сделав 3-4 полных оборота. **Аккуратно** наклонив подставку в поперечном направлении, снять ее и установить на лабораторный стол.
4. Поместить на Э2 временный бумажный экран для визуального наблюдения. Придвинуть подставку 2 Л2 практически вплотную к Э1 и получить на Э2 пятно минимального размера - диаметром 1-2 миллиметра (если пятно не попадает на Э2, следует изменить положение Л2). Это пятно и есть изображение точечного источника S, даваемое линзой Л2 (рис. 13 и рисунок на лабораторном столе). Так как $f_2 \ll L$, то можно считать, что в этом случае фокальные плоскости линз Л1 и Л2 совпадают. Записать в таблицу 1 координату y_0 подставки Л2.

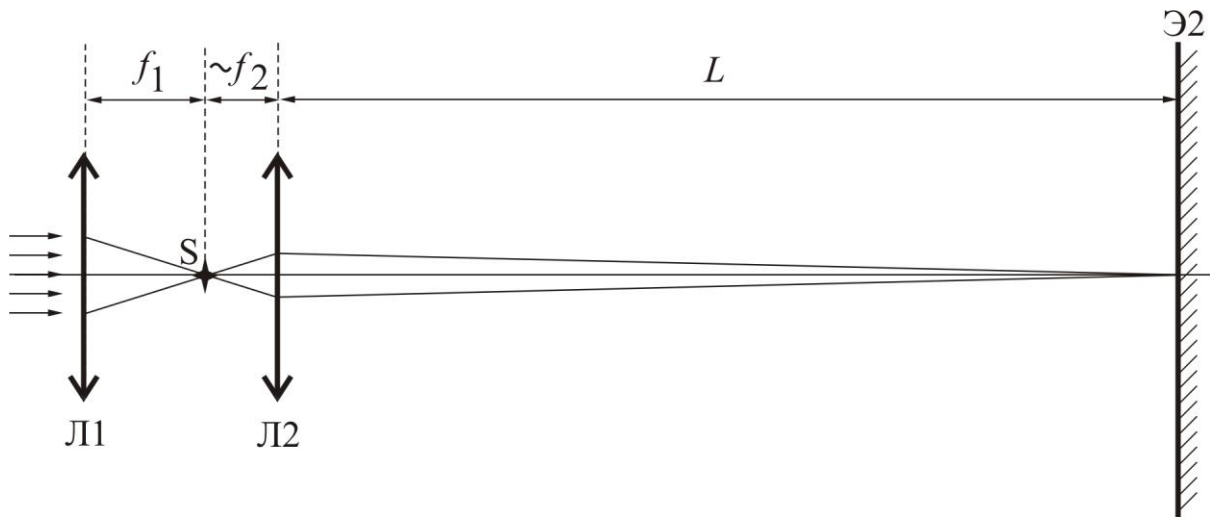


Рис. 13. Получение точечного изображения источника S на экране Э2.

5. Отодвинуть подставку Л2 от Э1 на расстояние $a_0 = 50-60$ сантиметров и закрепить (в дальнейшем положение Л2 изменяться не будет). Записать координату y_1 подставки с Л2. Неизменность разности координат $(y_1 - y_0)$ означает, что в дальнейших экспериментах

$$(y_1 - y_0) = a + b = a_0 = \text{const}.$$

6. Вернуть на рельс подставку 1 БП, установить ее произвольно между Э1 и Л2 и закрепить винтом 5. Получить на Э2 (на бумажном экране) интерференционные полосы. Для этого переместить БП с помощью винта 1 (рис. 12) в такое положение, при котором **центр** падающего пучка света будет попадать на ребро бипризмы (контролируется по листку бумаги, помещенному за БП). Положение полос на Э2 регулируется положением линзы Л2.
7. Плавно перемещая подставку БП в направлении к Л2, обратить внимание на постепенное уменьшение числа интерференционных полос на Э2. Установить БП в положение, соответствующее исчезновению последней полосы. При этом ребро БП оказывается в фокальной плоскости Л2, т.е.

$$b = 0$$

(см. рисунок на рабочем столе). Записать координату x_0 подставки БП. В дальнейших экспериментах расстояние b будет определяться по формуле

$$b = x_0 - x,$$

где x – текущая координата БП.

8. Слегка ослабив винт b (рис. 12), **аккуратно** приподнять стойку с БП на 8-10 миллиметров, при этом на Э2 появится четкое изображение шкалы 4 (с миллиметровыми делениями), расположенной в нижней части БП. Закрепив БП винтом b , снять бумажный экран с Э2. Изображение шкалы появится на экране монитора. Сфотографировать наблюдаемую на Э2 картину. Этот снимок позволит в дальнейшем рассчитать увеличение системы V (в соответствии с методикой, описанной выше).
9. Придерживая одной рукой столик с БП, второй рукой ослабить винт b и **аккуратно** опустить БП в прежнее положение.
10. Все полученные результаты занести в табл. 1.

Теперь система подготовлена к проведению измерений, а именно:

- 1) известно неизменяемое во всех последующих экспериментах расстояние $(y_1 - y_0) = a + b = a_0 = const$.
- 2) для произвольного положения БП расстояние b рассчитывается по формуле $b = x_0 - x$;
- 3) сделанный снимок миллиметровой шкалы позволяет найти увеличение системы V .

Таблица 1. Результаты предварительной настройки.

y_0 (мм)	y_1 (мм)	$y_1 - y_0 = a + b = a_0 = const$ (мм)	x_0 (мм)	$x_0 - a_0$ (мм)

Упражнение 1. Определение преломляющего угла бипризмы.

Измерения.

1. Плавно перемещая подставку БП от Л2 к Э1, наблюдать за изменением интерференционной картины на Э2. По мере удаления БП от Л2 число интерференционных полос должно увеличиваться, как и расстояние между ними. При этом в соответствии с рис. 11а новые полосы будут появляться только с одной стороны (почему?). Поэтому в процессе измерений необходимо время от времени смещать интерференционную картину на Э2 с помощью винта 7 на Л2 (рис. 8).
2. Сфотографировать наблюдаемые интерференционные картины при 8-10 различных положениях БП (выбор положений осуществляется выполняющим работу самостоятельно). Для каждого i -го кадра необходимо в табл. 2 записать координату x_i подставки БП. Во избежание путаницы при последующей обработке желательно зафиксировать и имя файла с соответствующей фотографией.

Таблица 2. Сводная таблица к упражнению 1.

i	$a_0 = a + b,$ мм	вычисление b			$a_i = a_0 - b_i,$ мм	$1/a_i$ 1/мм	b_i/a_i	x_{ε} мм	N	$\Delta x_{\varepsilon},$ мм	V	$\Delta x,$ мм	$d,$ мм
		$x_0,$ мм	x_i мм	$b_i,$ мм									
1													
2													
3													
...													
...													
...													
Тангенс угла наклона зависимости:					Преломляющий угол бипризмы (мин):								
$\Delta x(1/a)$													
$\Delta x(b/a)$													
$d(a)$													

3. Для каждого i -го измерения вычислить значения b_i , a_i , $1/a_i$ и b/a_i и заполнить соответствующие столбцы таблицы 2.

Обработка фотографий (рекомендуется проводить по окончании всех экспериментов).

1. Активизировать программу «Экранная линейка». При ее вызове на экране появляется полупрозрачное окно с осями координат и вертикальной и горизонтальной линиями-реперами. Перемещение реперов осуществляется мышкой, при этом координаты реперов показываются в центре окна. Это позволяет определить координаты любой точки экрана монитора.
2. На рабочем столе компьютера имеется ярлык «Фотографии», являющийся ссылкой на папки с фотографиями, сделанными с помощью программы работы с веб-камерой. Названия папок соответствуют календарным дням, когда фотоснимки были сделаны (например, папка 20092501 – 25 января 2009 года). Названия файлов в папке соответствуют времени снимка (например, файл 140754 – в 14 часов 07 минут 54 секунды).
3. Войти в соответствующую папку с фотографиями и выбрать первую фотографию – миллиметровой шкалы. Вывести ее на экран монитора, используя стандартные средства просмотрщика Windows. Действуя так, как описано выше (рис. 10), определить суммарное увеличение V интерференционной картины. Занести полученное число в таблицу 2.
4. Вывести на экран монитора следующую фотографию: полос интерференционной картины. Перемещая вертикальный репер линейки, определить ширину области $x_{\text{Э}}$, занимаемую N полосами интерференционной картины. Рассчитать ширину одной полосы $\Delta x_{\text{Э}}$ на Э2:

$$\Delta x_{\text{Э}} = x_{\text{Э}} / N.$$

Записать показания в таблицу 2.

5. Зная суммарное увеличение V , найти ширину Δx интерференционной полосы на расстоянии b от БП, а также расстояние d между источниками S_1 и S_2 :

$$\Delta x = \frac{\Delta x_{\text{Э}}}{V}; \quad d = \frac{\lambda \cdot (a + b)}{\Delta x}$$

Записать показания в таблицу 2.

6. Аналогично провести обработку всех остальных фотографий.

Обработка экспериментальных данных.

1. По результатам измерений построить ТРИ графика следующих зависимостей:

1) ширины полосы Δx от $\frac{1}{a}$;

2) ширины полосы Δx от $\frac{b}{a}$;

3) расстояния d между источниками от a .

2. В случае симметричной БП зависимость ширины полосы от параметров эксперимента описывается формулой (6а). В случае несимметричной БП (считая, что для ее углов справедливо соотношение $\theta \gg \alpha$) формулы для ширины полосы Δx и расстояния d между источниками имеют вид:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{(n-1)\theta} \cdot \frac{(a+b)}{a} = \frac{\lambda}{(n-1)\theta} \cdot \left(1 + \frac{b}{a}\right); \quad (13)$$

$$d = (n-1)\theta \cdot a. \quad (14)$$

По построенным графикам и формулам (13)-(14) определить, используя метод наименьших квадратов (МНК), **преломляющий угол θ бипризмы** тремя способами, оценить погрешность и сравнить полученные результаты.

Результаты упражнения 1 представляются в виде сводной таблицы, трех графиков и трех значений преломляющего угла бипризмы, полученных тремя способами.

Упражнение 2. Определение малого угла клина.

Измерения.

1. С помощью винта 1 (рис. 12) сместить БП так, чтобы пучок света после Л1 падал только на половину БП с меньшим преломляющим углом α (эта половина является практически плоскопараллельной пластиной, подробнее см. Приложение). При этом на экране Э1 должна наблюдаться интерференционная картина (рис 11б) в виде системы концентрических колец или дуг. Если расстояние между дугами мало, то ИК может восприниматься как пятно.
2. С помощью винтов 2 и 3 (рис. 12) добиться такого положения интерференционной картины, чтобы был виден центр системы колец. Для используемой в задаче БП центр будет находиться примерно на одном горизонтальном уровне с отверстием в Э1. Чем ближе БП расположена к Э1, тем меньше расстояние между центром системы колец и отверстием. Так как при перемещении БП вдоль рельса центр системы колец смещается, то необходимо винтами 2 и 3 добиваться, чтобы на Э1 постоянно был виден именно центр системы колец.
3. На Э1 имеется ряд вертикальных штрихов, расстояние между которыми фиксировано и равно 2 сантиметрам. При этом один из штрихов (нулевой) проходит точно через отверстие в Э1. Перемещая БП в направлении к Э1, найти такое положение БП, чтобы центр системы колец совпал с штрихом, ближайшим к нулевому. В этом случае координата $y_1(u)$ картины будет равна 2 см. Запишите текущую координату x_1 подставки БП в таблицу 3.
4. При удалении БП от Э1 центр системы колец будет последовательно проходить через 2-й, 3-й и т.д. штрихи. Соответствующие координаты x_2, x_3, \dots занести в таблицу 3. Всего следует провести 5-6 измерений.

Таблица 3. Зависимость координаты $y_1(u)$ от a_i .

Длина волны			632,8 нм			
i	$y_i(u)$, мм	x_i мм	x_0 мм	$a_0=a+b$ мм	$a_i=x_i-(x_0-a_0)$, мм	a_i^2 , мм ²
1	2					
2	4					
3	6					
Тангенс угла наклона зависимости $y(u)(a^2)$						
Угол α клина бипризмы (мин)						

5. Рассчитать расстояния a_1, a_2, a_3, \dots от БП до Э1, соответствующие координатам x_1, x_2, x_3, \dots (напомним, что координате x_0 подставки БП соответствует $b=0$). Так как в ходе упражнения $a+b=a_0=const$, то координате x_0 соответствует значение $a=a_0$. Отсюда легко получить формулу для нахождения a_i по координате x_i :

$$a_i = x_i - (x_0 - a_0) = a_0 - (x_0 - x_i). \quad (15)$$

Рассчитанные по формуле (15) значения записать в таблицу 3.

6. Установить БП так, чтобы на Э1 наблюдалась четкая интерференционная картина из 4-5 колец с темным пятном в центре. Центр картины должен располагаться на расстоянии 6-10 сантиметров от отверстия в Э1. Эту картину следует сфотографировать с целью последующего измерения радиусов колец. Для этого аккуратно освободить веб-камеру из гнезда за Э2 и перенести ее в гнездо на подставке 4 (рис. 8) рядом с Э1. Найти такое положение подставки 4 и камеры, чтобы на экране монитора наблюдалась четкая картина колец. Сделать фотографию, при этом обратить внимание,

чтобы на фото были видны два вертикальных штриха на Э1 (необходимо для последующего определения увеличения). После этого веб-камеру следует вновь вернуть в гнездо за Э2. Не забудьте записать координату x_N подставки БП в момент фотографирования и рассчитать по формуле (15) соответствующее значение a_N . Полученный результат запишите в табл.4. Обработку фотографии следует произвести позднее.

Таблица 4. Определение радиусов интерференционных колец.

Увеличение V:						
Номер кольца, m	Координата кольца на фотографии, ρ_i мм	Радиус кольца на фотографии, $r_i = \rho_i - \rho(u)$, мм	Радиус кольца с учетом увеличения R_i , мм	Квадрат радиуса, R_i^2 , мм ²	x_N , мм	$a_N = x_N - (x_0 - a_0)$, мм
центр						
1						
2						
3						
4						
5						
Тангенс угла наклона зависимости $R_i^2(i)$						
Толщина бипризмы, h, мм						

- Если винтом 1 подставки БП перемещать БП в поперечном направлении, то центр системы колец будет оставаться на месте, но сами кольца будут «схлопываться» в центре или «бежать» из центра (в зависимости от направления перемещения). Как уже отмечалось, подсчет числа «пробежавших» колец также позволяет найти угол α БП.
- Получить на Э1 систему интерференционных колец. По шкале, расположенной на боковой поверхности неподвижной части подставки БП,

определить текущую координату БП. Медленно вращая винт 1 , перемещать БП в поперечном направлении по горизонтали, проводя подсчет числа изменяющихся порядков интерференции, равного числу «схлопывающихся» или «разбегающихся» колец. Подсчет закончить, когда БП переместится на 10 мм.

9. Таким образом, при перемещении БП на расстояние $s=10$ мм порядок интерференции в центре изменится на N «пробежавших» колец. Данные занести в таблицу 5.

Таблица 5. Определение угла клина БП по изменению порядка интерференции.

Перемещение БП s , мм	N , число порядков	Угол α клина бипризмы, мин

10. На этом все измерения в настоящей задаче закончены. Следует вновь установить БП в положение, при котором на Э2 наблюдались бы интерференционные полосы.
11. Закрыть окно программы работы с веб-камерой и приступить к обработке *всех* фотографий.

Обработка фотографии интерференционных колец.

- С помощью программы «Экранная линейка» вызвать на экран снимок системы колец и определить координаты колец ρ_i . Рассчитать радиусы $r_i = \rho_i - \rho(u)$ всех колец на экране монитора. Результаты занести в табл. 4.
- Измерить на экране монитора расстояние Δl между двумя вертикальными штрихами (напомним, что расстояние на Э1 между ними равно $l_0=2$ см) и определить увеличение системы по формуле $V = \frac{\Delta l}{l_0}$.

3. Рассчитать радиусы R_i колец на Э1 по формуле:

$$R_i = r_i / V.$$

Полученные результаты занести в таблицу 4.

Обработка экспериментальных данных.

1. По результатам измерений построить ДВА графика следующих зависимостей:

1) квадрата радиусов колец R_i^2 от номера кольца i ;

2) смещения $y_i(u)$ центра ИК от квадрата a_i^2 расстояния между БП и Э1.

2. В соответствии с формулой

$$R_i^2 = \frac{2\lambda L^2}{d} i = \frac{4\lambda n a^2}{h} i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (8a)$$

по построенному графику $R_i^2(i)$ определить, используя МНК, **толщину h бипризмы** и оценить погрешность. Результаты записать в табл. 4.

3. В соответствии с формулой

$$y(u) \approx \frac{2cn^2 a^2}{h} \quad (11)$$

по построенному графику зависимости $y(u)$ от a^2 , используя МНК и найденное значение толщины h , **определить угол α клина бипризмы** и оценить погрешность. Результаты записать в табл. 3.

4. По формуле

$$\alpha = \frac{N\lambda}{2ns} \quad (12)$$

для известных значений s и N **определить угол α клина бипризмы** и оценить погрешность. Результаты записать в табл. 5.

Сравнить с результатом, полученным в п. 3.

Результаты упражнения 2 представляются в виде таблиц 3-5, двух графиков, значения толщины h БП и значения угла клина α , полученного двумя способами.

Литература.

1. Бутиков Е.И. Оптика. – СПб.: Невский диалект, 2003. §5.1, 5.2.
2. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. §4.1, 4.3.

Приложение

Расчет изображений точечного источника в клине.

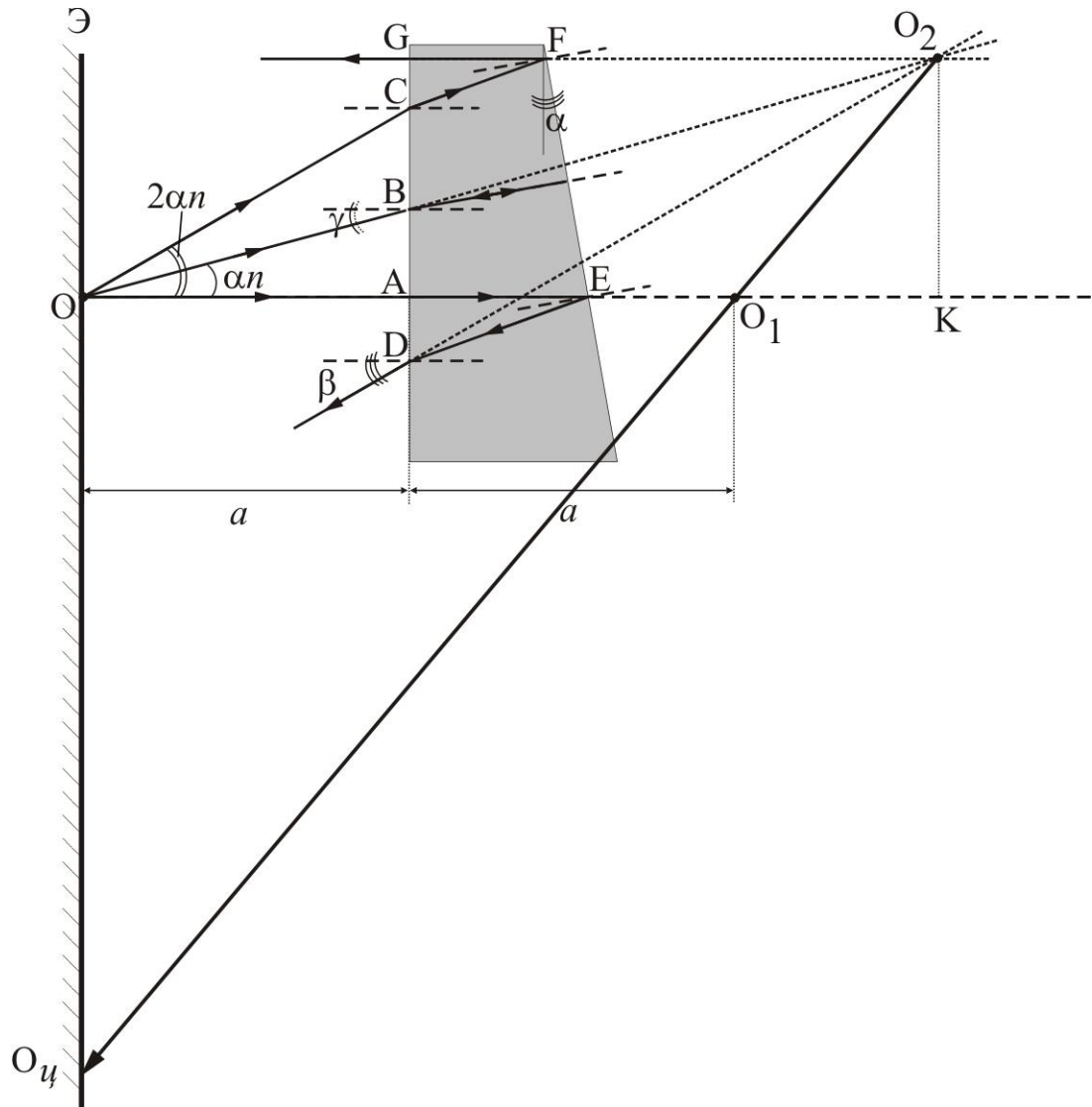


Рис. 1.

В точке O на экране \mathcal{E} (рис. 1) находится монохроматический источник света (длина волны λ). На расстоянии a от экрана расположен оптический клин (толщина h , угол клина α). На экране наблюдается интерференционная картина в виде системы колец, возникающей при наложении двух отраженных волн. Первая волна появляется в результате частичного отражения от ближайшей к

источнику поверхности клина. Вторая волна формируется после преломления на первой границе клина, отражении от второй и повторного преломления на первой (рис. 7 Описания) .

Для нахождения характеристик интерференционной картины необходимо определить координаты двух мнимых точечных источников O_1 и O_2 . Для этого выполним следующие построения.

1. Луч OA падает на первую поверхность перпендикулярно, поэтому преломленный луч AE падает на вторую поверхность под углом α . Отраженный от второй поверхности луч ED падает на первую поверхность под углом 2α . Преломленный на первой поверхности луч выходит в точке D под углом $\beta = 2\alpha n$, где n - показатель преломления клина.

2. Луч OB падает на первую поверхность под углом $\gamma = \alpha n$, поэтому преломленный луч (угол преломления равен α) падает на вторую поверхность перпендикулярно, и, отражаясь от нее, идет назад тем же самым путем к первой поверхности. После преломления на первой поверхности луч выходит в точке B под углом γ .

3. Луч OC падает на первую поверхность под углом $2\alpha n$, поэтому преломленный луч CF (угол преломления 2α) падает на вторую поверхность под углом α . Отраженный от второй поверхности луч FG падает на первую поверхность перпендикулярно и выходит в точке G перпендикулярно к поверхности.

Найдем точку O_2 , в которой пересекаются продолжения трех вышедших после прохождения клина лучей.

Выразим длины отрезков:

$$AB = a \cdot \operatorname{tg}(\alpha n) \approx a \cdot \alpha n. \quad AC = a \cdot \operatorname{tg}(2\alpha n) \approx a \cdot 2\alpha n.$$

1. Т.к. $AE = h$, а угол $AED = 2\alpha$, то $AD = AE \cdot \operatorname{tg} AED = h \cdot 2\alpha$. Отраженный луч выходит в точке D , угол выхода равен $\beta \approx 2\alpha n$.

2. Отраженный луч выходит в точке B , угол выхода равен $\gamma \approx \alpha n$.

3. Т.к. $FG = h$, а угол $CFG = 2\alpha$, то $CG = FG \cdot \operatorname{tg} CFG = h \cdot 2\alpha$. Отраженный луч выходит в точке G , угол выхода равен нулю.

Точка пересечения первого и третьего отраженных лучей (мнимое изображение O_2) лежит на продолжении линии FG , параллельной OA и перпендикулярной первой поверхности клина. Длина отрезка DG равна:

$$DG = DA + AC + CG = h \cdot 2\alpha + a \cdot 2\alpha n + h \cdot 2\alpha = 2\alpha \cdot (2h + an).$$

Расстояние от мнимого изображения O_2 до первой поверхности клина равно

$$O_2G = DG / \operatorname{tg} \beta = \frac{2\alpha \cdot (2h + an)}{2\alpha n} = a + \frac{2h}{n}.$$

Расстояние от мнимого изображения O_2 до линии OA равно:

$$AG = AC + CG = a \cdot 2\alpha n + h \cdot 2\alpha = 2\alpha \cdot (h + an) \approx 2\alpha an.$$

В свою очередь, мнимый источник O_1 будет находиться на продолжении линии OA на расстоянии a от первой поверхности клина (отражение от плоской поверхности).

Таким образом, вид интерференционной картины зависит от координат двух мнимых источников O_1 и O_2 . Центр картины будет находиться в точке пересечения плоскости экрана и линии, соединяющей мнимые источники O_1 и O_2 . Обозначим эту точку O_y . Так как треугольники O_1O_2K и O_1O_yO подобны, то:

$$\frac{O_yO}{O_1K} = \frac{O_1O}{O_2K},$$

$$O_yO = \frac{O_1O}{O_2K} \cdot O_1K = \frac{2a}{2h/n} \cdot 2\alpha \cdot an \approx \frac{2\alpha \cdot a^2 n^2}{h}.$$

$$O_y O \approx \frac{2\alpha \cdot a^2 n^2}{h} \quad (1)$$

Следовательно, **расстояние от центра системы колец на экране до источника света пропорционально квадрату расстояния a и углу клина α и обратно пропорционально толщине клина h .**

Пусть угол клина таков, что $O_y O \ll a$, тогда $\frac{h}{n} \gg 2\alpha \cdot an$. В этом случае расстояние между мнимыми источниками равно

$$O_1 O_2 = \sqrt{(O_1 K)^2 + (O_2 K)^2} = \sqrt{(2\alpha \cdot an)^2 + \left(\frac{2h}{n}\right)^2} \approx \frac{2h}{n},$$

$$O_1 O_2 \approx \frac{2h}{n}.$$

Теперь приведем формулу для нахождения радиуса колец. Так как два мнимых источника находятся на расстоянии $\frac{2h}{n}$ друг от друга, то максимальный порядок интерференции равен

$$m_{\max} = \frac{2h}{\lambda n},$$

причем в центре может наблюдаться как светлое, так и темное пятно. Вывод формулы для радиуса колец полностью совпадает с приведенным в Описании задачи (см. формулы (7), (8) и (8a)).

Радиус i -го кольца равен

$$R_i^2 = \frac{4\lambda n a^2}{h} i. \quad (2)$$

Таким образом, **если экспериментально измерить зависимости квадрата радиуса кольца R_i^2 от его номера i и положения центра системы колец $O_y O$ от расстояния a от экрана до клина по формулам (1) и (2), то можно рассчитать толщину клина h и его угол α .**