



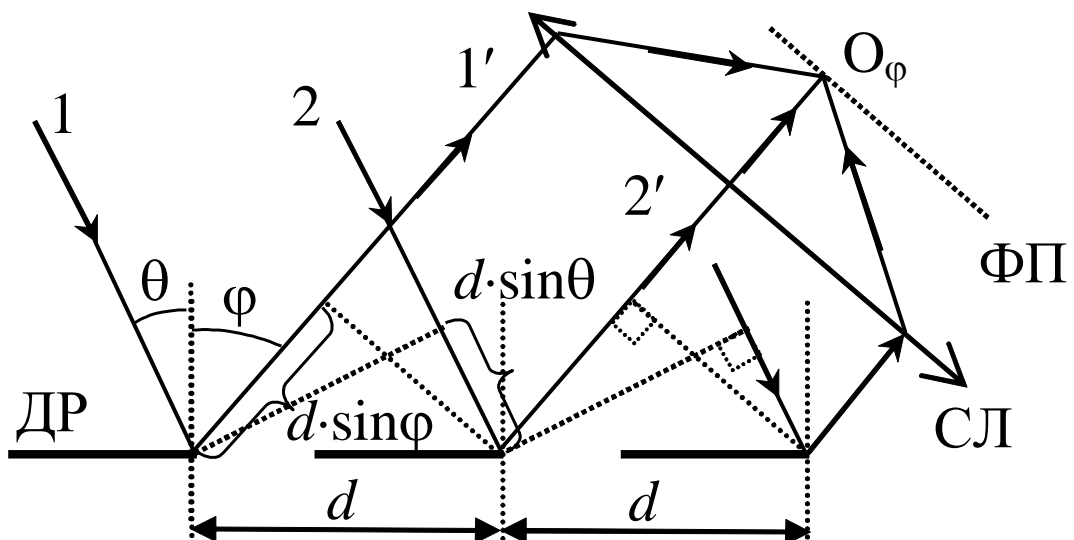
Лабораторный практикум по ФИЗИКЕ

ОПТИКА

Авакянц Л.П., Митин И.В., Червяков А.В.

Задача № 413

Дифракция монохроматического излучения на
периодических структурах



МОСКВА 2020

Дифракция монохроматического излучения на периодических структурах

Цель работы. Изучение явления дифракции на периодических структурах.

Идея эксперимента. При падении монохроматического излучения от лазера на периодическую структуру наблюдаются дифракционные максимумы нескольких порядков. Измерение углов дифракции позволяет рассчитать характеристики периодической структуры, а также определить длину волны излучения лазера.

Теория

Дифракционная решётка - это оптический прибор, представляющий собой совокупность большого числа регулярно расположенных штрихов (канавок, щелей) одинаковой формы, нанесённых на плоскую или вогнутую оптическую поверхность. Дифракционные решетки используют в спектральных приборах для пространственного разложения электромагнитного излучения в спектр, т.е. по длинам волн (или частотам).

Решетки подразделяют на отражательные и прозрачные. Решетки, у которых штрихи наносятся на зеркальную (обычно металлическую) поверхность, а наблюдение ведётся в отражённом свете, называют *отражательными*. У *прозрачных* решеток штрихи наносятся на поверхность прозрачной (обычно стеклянной) пластинки (или вырезаются в виде узких щелей в непрозрачном экране), а наблюдение ведётся в проходящем свете. В современных спектральных приборах применяются главным образом отражательные дифракционные решетки.

В настоящей работе изучаются свойства отражательных «решеток», в качестве которых используются компакт – диски (CD, DVD и blu-ray). Информация на таких дисках записывается на спиралевидной дорожке, идущей от периферии к центру и состоящей из мельчайших углублений (питов) и плоских участков (островков) (рис.1). Данные с диска считываются с помощью узкого лазерного пучка, который по-разному отражается от питов и островков. В результате фотодиод, фиксирующий интенсивность отраженного света, считывает информацию с диска в двоичном коде.

Так как расстояние d между соседними витками спирали существенно меньше диаметра таких витков, то спиралевидную дорожку с информацией можно представить как систему концентрических окружностей, при этом радиусы соседних окружностей отличаются на одну и ту же величину d . При отражении лазерного пучка от такой периодической структуры и формируется дифракционная картина.

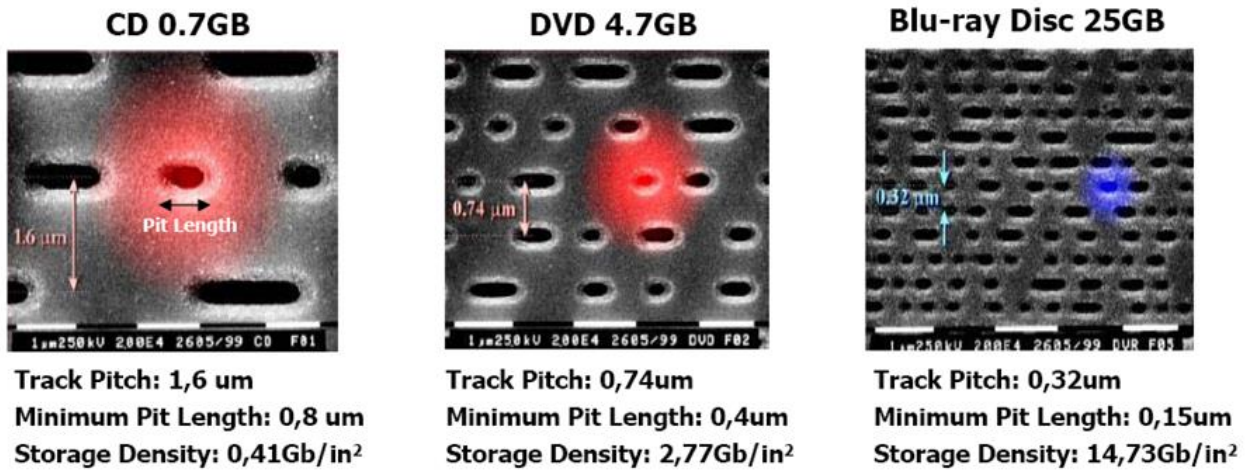


Рис. 1. Схема записи информации на CD, DVD и blu-ray дисках

Рассмотрим случай наклонного падения плоской монохроматической волны (угол падения θ) на отражательную дифракционную решетку ДР с периодом d (рис. 2). В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля каждый штрих решетки становится источником вторичных когерентных сферических волн, распространяющихся во всех направлениях.

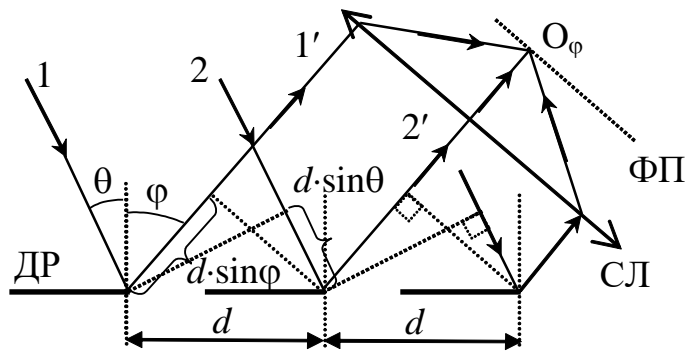


Рис. 2. К расчету разности хода при наклонном падении плоской волны на дифракционную решетку ДР (СЛ – собирающая линза, ФП – фокальная плоскость СЛ, d – период решетки; θ – угол падения; φ – угол дифракции)

Если на пути дифрагировавших («отраженных») от дифракционной решетки волн поместить собирающую линзу СЛ, то лучи, испускаемые всеми вторичными источниками под одним и тем же углом φ к нормали, соберутся в одной точке O_φ фокальной плоскости ФП. Угол φ называют *углом дифракции*.

Из рис. 1 следует, что между падающими на соседние штрихи решетки параллельными лучами 1 и 2 разность хода равна

$$\Delta s_\theta = s_1 - s_2 = -d \cdot \sin \theta.$$

Аналогично для лучей 1' и 2', дифрагировавших под углом φ , получим

$$\Delta s_\varphi = s_{1'} - s_{2'} = d \cdot \sin \varphi.$$

Если суммарная разность хода $(\Delta s_\theta + \Delta s_\varphi)$ будет равна целому числу длин волн, то в соответствующей точке фокальной плоскости будет наблюдаться яркий

максимум. Условие наблюдения дифракционных максимумов в этом случае запишется в виде:

$$\Delta s = d \cdot (\sin \varphi - \sin \theta) = m\lambda, \quad (1)$$

где m – порядок дифракционного максимума (целое число, принимающее как положительные, так и отрицательные значения);

λ - длина волны;

θ - угол падения плоской волны на решетку;

φ - угол дифракции¹.

Из (1) следует, что в случае $\varphi = \theta$ условие максимума выполнено при $m=0$ для всех длин волн. Такой максимум называют *максимумом нулевого порядка*.

Для направлений на максимумы других порядков $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ угол дифракции φ_m будет зависеть от длины волны λ . Это позволяет использовать дифракционную решетку как спектральный прибор. Измеряя углы падения θ и дифракции φ_m для разных порядков m максимумов, и зная период решетки, можно найти длину волны λ излучения. Если же известна длина волны, то можно рассчитать период d решетки.

Общее количество наблюдаемых дифракционных максимумов можно оценить из условия $|\sin \varphi| \leq 1$. Если $\varphi > 0$, то из (1) получаем

$$m_{\max 1} = \left[\frac{d}{\lambda} \cdot (1 - \sin \theta) \right] > 0, \quad (2a)$$

где квадратные скобки означают, что берется целая часть соответствующего выражения.

Если $\varphi < 0$, то

$$m_{\max 2} = \left[\frac{d}{\lambda} \cdot (-1 - \sin \theta) \right] < 0, \quad (2b)$$

Из формул (2a,b) следует, что $|m_{\max 2}| \geq m_{\max 1}$.

При нормальном падении ($\theta=0$) условие (1) принимает вид:

$$d \cdot \sin \varphi = m\lambda, \quad (3)$$

В этом случае

$$m_{\max 1} = -m_{\max 2} = \left[\frac{d}{\lambda} \right] > 0. \quad (4)$$

Если отношение периода решетки к длине волны $\frac{d}{\lambda}$ не намного больше единицы, то число наблюдаемых дифракционных максимумов невелико. Если же $\frac{d}{\lambda} < 1$, то при нормальном падении максимумов не будет. С увеличением угла падения, как следует из (2b), может появиться максимум только (-1)-го

¹ Обратите внимание: углы падения θ и дифракции φ отсчитываются от нормали, но положительные значения θ и φ соответствуют отсчету от нормали в разные стороны (см. рис.2, где $\theta > 0$ и $\varphi > 0$)/

порядка при $\varphi < 0$, а при определенных условиях (каких – найдите самостоятельно!) не будет ни одного дифракционного максимума.

Основными спектральными характеристиками дифракционной решетки являются:

1) **Угловая дисперсия** $D_\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda}$, характеризующая изменение углового положения дифракционных максимумов с изменением длины волны излучения. Угловую дисперсию можно найти, взяв дифференциал от обеих частей условия (1) по переменным φ_m и λ :

$$\begin{aligned} d \cdot \delta(\sin \varphi_m - \sin \theta) &= m \cdot \delta \lambda; \\ d \cdot \cos \varphi_m \cdot \delta \varphi_m &= m \cdot \delta \lambda; \\ D_\varphi &= \frac{\delta \varphi_m}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi_m}. \end{aligned} \quad (7)$$

Угловая дисперсия D_φ растет с ростом порядка m и по мере приближения угла дифракции φ_m к $\pm(\pi/2)$.

Для нахождения зависимости D_φ от длины волны λ и угла падения θ следует выразить $\cos \varphi_m$ из (1)

$$\begin{aligned} \sin \varphi_m &= \frac{m\lambda}{d} + \sin \theta \\ \cos \varphi_m &= \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_m} = \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{d} + \sin \theta \right)^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

и подставить в (7).

При нормальном падении ($\sin \theta = 0$)

$$\begin{aligned} \cos \varphi_m &= \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{d} \right)^2} \\ D_\varphi &= \frac{m}{d \cos \varphi_m} = \frac{m}{d \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{d} \right)^2}} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из (9) следует, что при нормальном падении с ростом длины волны угловая дисперсия также растет. Если углы дифракции φ_m малы, то $\cos \varphi_m \approx 1$, и угловая дисперсия

$$D_\varphi \approx \frac{m}{d}$$

практически не зависит от длины волны.

В эксперименте угловую дисперсию можно измерить, если взять два источника с близкими длинами волн λ и $(\lambda + \delta\lambda)$ и найти угловое расстояние $\delta\varphi$ между наблюдаемыми максимумами.

2) **Разрешающая способность** $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, определяемая как отношение

длины волны λ к $\Delta\lambda$ - наименьшей разности длин волн двух спектральных линий, которые могут быть *разрешены*, т.е. наблюдаются отдельно (рис. 3). В соответствии с *критерием Рэля* две линии λ и $(\lambda + \Delta\lambda)$ разрешены, если угловое расстояние между главными максимумами одного и того же порядка для этих длин волн не меньше угловой ширины $\Delta\varphi_m$ главного максимума:

$$\varphi_{m,\max}(\lambda + \Delta\lambda) - \varphi_{m,\max}(\lambda) \geq \Delta\varphi_m.$$

Это означает, что в предельном случае максимум m -го порядка для длины волны $(\lambda + \Delta\lambda)$ совпадает с минимумом, ближайшим к максимуму того же порядка для длины волны λ , т.е.

$$\varphi_{m,\max}(\lambda + \Delta\lambda) = \varphi_{m,\min}(\lambda).$$

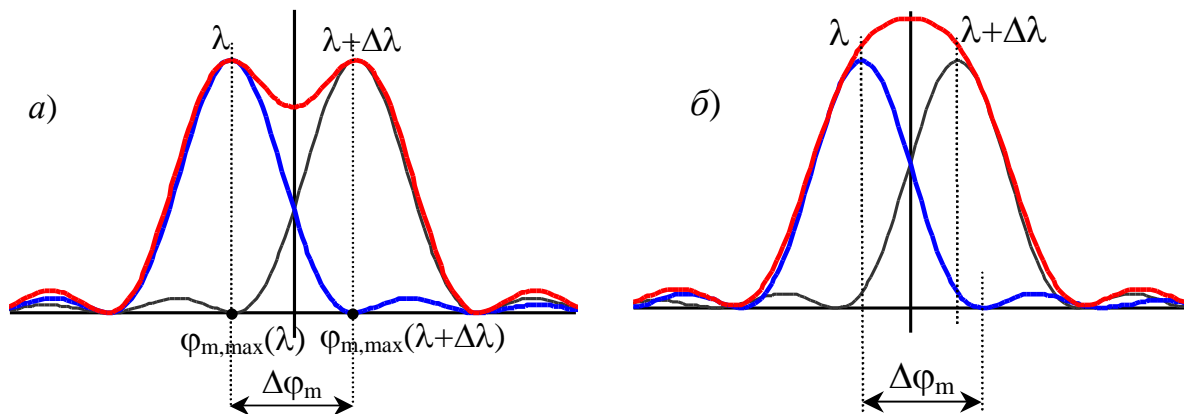


Рис. 3. К определению разрешающей способности:

а) спектральные линии разрешены; б) спектральные линии не разрешены.

Можно показать, что ближайшие к главному максимуму минимумы определяются из соотношения:

$$d \cdot (\sin\varphi_{m,\min} - \sin\theta) = \left(m \pm \frac{1}{N}\right)\lambda, \quad (10)$$

где N – число штрихов решетки.

Отсюда, сравнивая (10) и (1), получаем:

$$m \cdot (\lambda + \Delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N}\right) \cdot \lambda;$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN. \quad (11)$$

Высокая разрешающая способность дифракционной решетки создается за счет большого числа штрихов N , так как порядок дифракции m мал (обычно спектральные приборы работают в первом порядке дифракции).

В нашем эксперименте на «решетку» падает узкий пучок, поэтому N можно оценить как отношение диаметра D пучка к периоду решетки d :

$$N \approx \frac{D}{d}. \quad (12)$$

С ростом угла падения θ число штрихов решетки, освещаемых падающим пучком, растет:

$$N(\theta) \approx \frac{D}{d \cdot \cos \theta} \quad (12a)$$

и при $\theta \approx 90^\circ$ может стать довольно большим.

При наблюдении непосредственно глазом определить разрешаемый диапазон $\Delta\lambda$ невозможно, поэтому теоретическую разрешающую способность можно только рассчитать по формуле (11).

Условие наблюдения дифракции Фраунгофера (дифракция в параллельных лучах)

Следует отметить, что рассмотренный нами случай (рис.2), соответствует дифракции параллельных лучей, которые теоретически (с точки зрения геометрической оптики) пересекаются на бесконечности (**дифракция Фраунгофера**). На рис 2 параллельные лучи сводятся в одну точку собирающей линзой, которая отсутствует в экспериментальной установке, однако, как показывает эксперимент, дифракционные максимумы наблюдаются. Для объяснения этого факта, выясним, что означает “бесконечность” с точки зрения волновой оптики. Для простоты рассмотрим случай нормального падения плоской монохроматической волны на пропускающую решетку (рис.4).

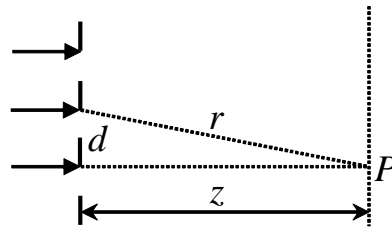


Рис. 4. К расчету разности хода при дифракции в параллельных лучах

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, щели являются когерентными источниками вторичных сферических волн, которые интерферируют при наложении. Пусть волны от двух соседних щелей приходят в точку наблюдения P , находящуюся на расстоянии z от решетки. Тогда разность хода Δ между ними, при условии $r \approx z \gg d$, будет равна:

$$\Delta = r - z = \frac{r^2 - z^2}{r + z} \approx \frac{d^2}{2z}.$$

Если $\Delta \ll \frac{\lambda}{2}$, то волны можно считать синфазными, т.е. разностью хода вследствие их непараллельности можно пренебречь. Напомним, что в дифракции разность хода в $\frac{\lambda}{2}$ соответствует первой зоне Френеля. Таким образом, если для точки наблюдения характерный размер объекта d

существенно меньше радиуса первой зоны Френеля, то лучи можно считать параллельными. Это и есть **условие наблюдения дифракции Фраунгофера**.

Из условия

$$\Delta = \frac{d^2}{2z} \ll \frac{\lambda}{2}$$

получим оценку для расстояния z :

$$z \gg \frac{d^2}{\lambda}. \quad (13)$$

В эксперименте дифракционные максимумы наблюдаются без линзы, поэтому следует полагать, что геометрия установки удовлетворяет этому условию. Проверьте это! (см. задание 7 к задаче).

Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки показана на рис.5. На массивном основании 1 находятся экран 2 для наблюдения дифракционной картины и П-образная рамка 3, которая может вращаться вокруг горизонтальной оси, расположенной в плоскости основания. На рамке закреплены источники излучения – красный и зеленый лазеры 4. Лучи от них с помощью оптических призм направляются к оси вращения на лежащий на основании 1 исследуемый объект 5 (компакт – диск). Экран для наблюдения дифракционных максимумов имеет форму полуцилиндра с нанесенной угловой шкалой от 0 до 180 градусов.

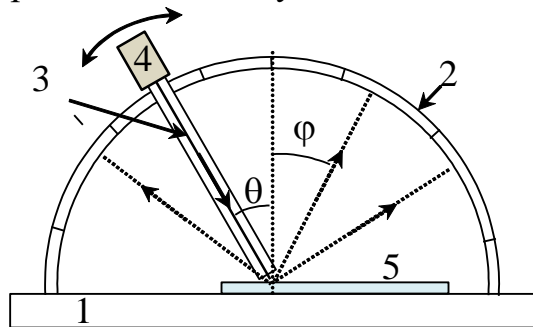


Рис. 5. Схема экспериментальной установки (1 – основание, 2 – экран, 3 – П-образная рамка, 4 – лазер, 5 - диск)

При нормальном падении пучков на диск ($\theta=0$) «зайчик», отвечающий максимуму нулевого порядка, будет соответствовать углу дифракции $\varphi=0$ (на шкале экрана отвечает значению $\alpha_0=90$ градусов). При этом максимумы m -го и $(-m)$ -го будут располагаться симметрично. Так как дорожки на CD диске имеют форму окружностей, то дифракционные максимумы незначительно растянутся и примут форму небольших дугообразных черточек. Идущие от лазеров параллельные пучки находятся на расстоянии около 1 см друг от друга, падают на разные точки диска, поэтому и дифракционные картины несколько смещены друг относительно друга. При проведении измерений для попадания картины непосредственно на шкалу следует чуть сместить диск по основанию.

Длина волны излучения зеленого лазера равна $\lambda_{\text{зел}}=532$ нм, длину волны красного лазера $\lambda_{\text{кр}}$ требуется определить по дифракционной картине.

Эксперимент

Упражнение 1. Определение расстояния между дорожками компакт дисков (CD, DVD, Blue-ray) при нормальном падении.

1. Включите источник питания лазеров и подождите 1-2 минуты, пока зеленый лазерный источник света с длиной волны 532 нм не выйдет на нормальный режим работы.

ВНИМАНИЕ ! Не допускайте попадания лазерного излучения и его отражений в глаза!

2. Поместите CD диск на горизонтальное основание и установите угол падения луча $\theta=0$ градусов. Диск следует располагать так, чтобы луч попадал в край диска, где радиус кривизны дорожек больше. При нормальном падении пучков на диск «зайчик», отвечающий максимуму нулевого порядка, будет на шкале соответствовать углу $\alpha_0=90$ градусов.

3. Определите по шкале на экране угловое положение α_m всех наблюдаемых дифракционных максимумов для зеленого лазера с известной длиной волны². Результаты измерений занесите в таблицу 1³. Углы дифракции φ_m рассчитайте по формуле

$$\varphi_m = \alpha_m - 90.$$

Оцените систематическую погрешность (с учетом цены деления шкалы).

4. Постройте⁴ график зависимости синуса угла дифракции $\sin\varphi_m$ от порядка m . Найдите, используя метод наименьших квадратов (МНК), коэффициент наклона графика. В соответствии с (3), зная $\lambda_{\text{зел}}$, рассчитайте период d данной решетки. Оцените погрешность.

*Таблица 1.
Измерение углов дифракции при нормальном падении*

m	Зеленый лазер $\lambda_{\text{зел}} = 532$ нм				Красный лазер $\lambda_{\text{крас}} =$ нм			
	α_m	φ_m	σ_φ	$\sin\varphi_m$	α_m	φ_m	σ_φ	$\sin\varphi_m$
0								
-1								
1								
-2								
2								

² Номера максимумов m принимают как положительные, так и отрицательные значения.

³ Можно одновременно провести аналогичные измерения и для красного лазера – они потребуются в Упр. 2.

⁴ Обработку и построение графиков следует осуществлять после проведения всех экспериментов.

--	--	--	--	--	--	--	--	--

5. Повторите аналогичные опыты для DVD и *Blue-ray* дисков. Так как для них период решетки d меньше, то число наблюдаемых максимумов может оказаться малым (или даже не будет максимумов!). В этом случае период можно найти непосредственно по формуле (3), не прибегая к построению графика.

6. Вычислите по формуле (4) максимальный порядок дифракции для различных дисков и сопоставьте с экспериментом.

7. Проверьте условие (13) для наблюдения дифракции Фраунгофера без дополнительной линзы.

Упражнение 2. Определение длины волны красного лазера при нормальном падении.

1. Определите по шкале транспортира угловое положение дифракционных максимумов красного лазера при нормальном падении. Результаты измерений занесите в таблицу 1. Аналогично методике, изложенной в п.3-4 Упр. 1, постройте график⁵ и рассчитайте длину волны λ красного лазера. Оцените погрешность.

2. Повторите аналогичные эксперименты с DVD и *Blue-ray* дисками. Определите (если это возможно) длину волны красного лазера.

Сопоставьте точность определения $\lambda_{\text{крас}}$ для различных дисков.

Упражнение 3. Проверка условия дифракции при косом падении для различных длин волн и периодов решеток (соотношение (1)).

1. Положите CD диск на горизонтальное основание и установите угол падения пучка 30 градусов. Определите по шкале транспортира угловое положение дифракционных максимумов красного и зеленого лазеров. Результаты измерений занесите в таблицу (аналогичную табл. 1). Используя методику Упражнения 1 и $\lambda_{\text{крас}}$ из Упражнения 2, постройте соответствующие графики и найдите период решетки d при угле падения $\theta=30^\circ$. Результаты вычислений занесите в таблицу.

2. Так как периоды DVD и *Blue-ray* дисков сравнимы с длиной волны, то для них устанавливается иной порядок измерений. Пусть на DVD диск нормально падают лучи лазеров. Постепенно увеличивая угол падения, проследите за поведением наблюдаемых дифракционных максимумов. Найдите для обеих длин волн максимумы порядка $m=-2$ (порядок равен минус два) и определите, в каком диапазоне углов падения наблюдаются эти максимумы.

Проведите измерения углов дифракции $\varphi_{m_{\text{зел}}}$ и $\varphi_{m_{\text{крас}}}$ выбранных максимумов при изменении угла падения θ в найденном диапазоне в 6-8 точках. Результаты запишите в табл. 2. Угол падения θ лучше рассчитывать по направлению нулевого максимума. Будьте аккуратны при пересчете

⁵ График строится на тех же осях, что и в Упр. 1

измеренных по шкале углов α в углы дифракции φ , обращайтесь внимание на знак!

Таблица 2.
Измерение углов дифракции при изменении угла падения (DVD – диск)

$\alpha_{\text{пад}}$	$m=-2$ $\alpha_{\text{зел}}$	$m=-2$ $\alpha_{\text{крас}}$	θ	$m=-2$ $\varphi_m \text{ зел}$	$m=-2$ $\varphi_m \text{ крас}$

Запишем условие (1) для дифракционных максимумов в виде

$$\sin \varphi_m = \sin \theta + \frac{m\lambda}{d}. \quad (1a)$$

Постройте графики зависимости $\sin \varphi_m$ от $\sin \theta$ для обеих длин волн на одних осях, в соответствии с (1a) зависимость должна быть линейной. Определите координату точки пересечения графика с вертикальной осью и рассчитайте период решетки для каждого диска. Сравните с полученными ранее результатами.

3. Установите *Blue-ray* диск и, изменяя угол падения, пронаблюдайте появление того или иного максимума⁶. В зависимости от результатов наблюдения проведите эксперимент, аналогичный предложенному в п.2 настоящего Упражнения.

Постройте соответствующий график и рассчитайте период решетки.

Упражнение 4. Оценка угловой дисперсии и разрешающей способности дифракционных решеток, полученных из компакт дисков.

В этом упражнении измерения не проводятся, используются результаты предыдущих измерений.

1. Как указывалось выше, угловую дисперсию можно измерить, если взять два источника с близкими длинами волн λ и $(\lambda + \delta\lambda)$ и найти угловое расстояние $\delta\varphi$ между наблюдаемыми максимумами. Длины волн используемых в работе лазеров не являются близкими, тем не менее, их можно использовать для оценки величины угловой дисперсии.

Найдите $\delta\varphi$ (в радианах) для первого и второго порядков дифракции на CD-диске при нормальном падении для зеленого и красного лазеров и оцените угловую дисперсию (в радианах на микрометр). Результаты запишите в Табл. 3.

Рассчитайте для случая нормального падения по формуле (9) зависимость угловой дисперсии от длины волны для всего видимого диапазона (от 0,4 мкм

⁶ Обращаем внимание, что для зеленого и красного лазеров результаты будут разными. Попытайтесь объяснить, почему.

до 0,7 мкм) в первом и втором порядках. В таблицу 3 внесите результаты расчетов для длин волн зеленого и красного лазеров.

Постройте на одних осях графики рассчитанных зависимостей. Нанесите на поле графика точки, соответствующие значениям, найденным по результатам эксперимента. Сделайте вывод о точности результатов.

2. Найдите $\delta\varphi$ (в радианах) для первого и минус первого порядков дифракции на CD-диске при угле падения 30 градусов для зеленого и красного лазеров и оцените угловую дисперсию (в радианах на микрометр). Результаты запишите в Табл. 3. Рассчитайте по формуле (10) угловую дисперсию для длин волн обоих лазеров и запишите в табл. 3. Сравните экспериментальные и рассчитанные значения.

3. Измерьте диаметр D лазерного пучка, падающего на диск и, зная период d решетки, оцените по (11-12) её разрешающую способность R .

Таблица 3.
Экспериментальные и рассчитанные значения
угловой дисперсии для CD диска

Угол падения θ , град	Порядок m	D_φ (рад/мкм) эксперимент.	D_φ (рад/мкм) теор (зеленый лазер)	D_φ (рад/мкм) теор (красный лазер)
0	1			
	2			
30	1			
	-1			

Основные результаты

Упражнения 1 и 2.

- для нормального падения построены графики зависимостей синуса угла дифракции от порядка m максимума для обоих лазеров и найдены периоды решеток CD и DVD – дисков, а также длина волны красного лазера.

Упражнение 3.

- для наклонного падения построены графики зависимостей синуса угла дифракции от порядка m максимума для обоих лазеров и найдены периоды решеток CD – диска;

- для наклонного падения построены графики зависимостей синуса угла дифракции от синуса угла падения для обоих лазеров и найдены периоды решеток DVD и Blue-ray – дисков.

Упражнение 4.

- для нормального падения построены графики рассчитанных зависимостей угловой дифракции от длины волны и сопоставлены с экспериментально найденными значениями;

- для наклонного падения рассчитаны значения угловой дифракции для длин волн обоих лазеров и сопоставлены с экспериментально найденным значением;

- для нормального падения получена оценка разрешающей способности CD – диска.

Литература.

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976. §46, 47, 50.
2. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. §5.7-5.8.
3. Матвеев А.Н. Оптика. – М.: Высшая школа, 1985. §33.
4. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М.: Наука, 2004. Лекция 16.
5. Бутиков Е.И. Оптика. – СПб.: Невский диалект, 2003. §6.5-6.6.

Контрольные вопросы и задания.

1. Нарисуйте схему наблюдения дифракции Фраунгофера на решетке и объясните способ формирования дифракционной картины.
2. Получите формулу (1) для нахождения положения главных дифракционных максимумов в случае наклонного падения плоской волны.
3. Чему равен максимальный порядок дифракции и где он наблюдается? Изменяется ли максимальный порядок при наклонном падении плоской волны?
4. Что называют угловой дисперсией дифракционной решетки? Получите формулу для ее нахождения.
5. Что такое разрешающая способность дифракционной решетки? Получите формулу для ее нахождения.
6. Какой вид будет иметь дифракционная картина, если на решетку направить расходящийся пучок немонахроматического света?
7. Используя полученные данные, проверьте численно, выполняется ли в работе условие (13) наблюдения дифракции Фраунгофера.
8. Оцените ускоряющее напряжение в опытах Дэвиссона – Джермера (см. дополнение).

Дополнение. Дифракция электронов при нормальном падении на кристаллическую решетку (опыт Дэвиссона и Джермера)

Явления дифракции и интерференции, казалось бы, доказывают волновую природу света (Томас Юнг, 1803 г). Однако целый ряд экспериментов (например, законы фотоэффекта) не может быть объяснен волновой теорией. В этих экспериментах свет проявляет корпускулярные свойства и ведет себя как поток частиц – световых квантов (фотонов) с энергией $E = \hbar\omega$ и импульсом

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \text{ где } \hbar - \text{ постоянная Планка, } \vec{k} - \text{ волновой вектор, } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

(А.Эйнштейн, 1905г). Если электромагнитная волна может проявлять свойства частицы (фотона), то почему бы частицам (например, электрону) не проявлять волновые свойства? Такую “сумасшедшую” по тем временам гипотезу выдвинул Луи де-Бройль в 1924 году, предположив (по аналогии с фотоном), что частице с импульсом p можно сопоставить волну (волну де-Бройля) с

длиной волны $\lambda_{дБ} = \frac{2\pi\hbar}{p}$ (длина волны де-Бройля). Эта гипотеза была

подтверждена экспериментально К.Дэвиссоном и Л.Джермером и независимо Г.Томсоном в 1927 году. В опытах Дэвиссона и Джермера наблюдалась дифракция электронов при отражении от поверхности кристалла Ni, тогда как Томсон наблюдал дифракцию при прохождении электронов через тонкие кристаллические пленки. Схема опытов Дэвиссона и Джермера (рис.6, 7) аналогична экспериментам упражнения 1, с той лишь “небольшой” разницей, что дифрагирует на одномерной решетке не свет, а электроны. В этих опытах для создания электронного пучка служила электронная пушка, в которой электроны ускорялись до нужной энергии. Кристалл находился в вакууме, а пучок электронов падал перпендикулярно к плоскости кристалла. В этой плоскости атомы, расположенные на поверхности кристалла, образуют регулярную решетку с периодом d , которую в простейшей модели можно считать одномерной (Рис.7).

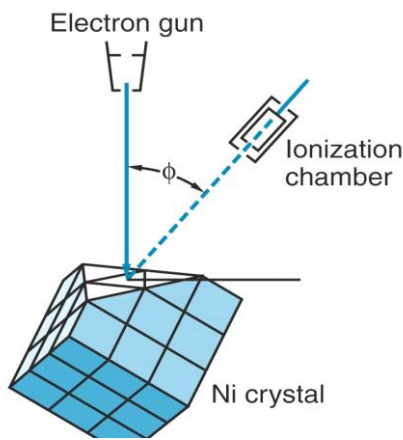


Рис 6

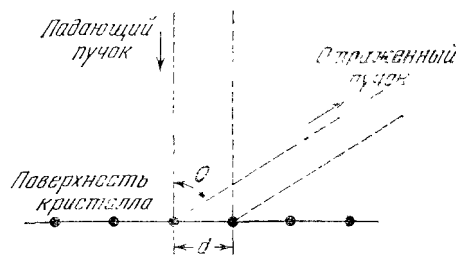


Рис.7

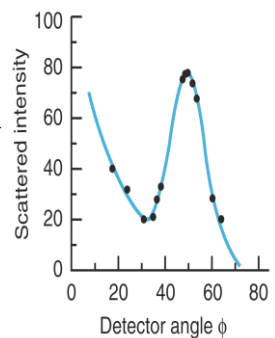


Рис.8

Для нормального падения ($\theta=0$) условие максимумов принимает вид (3): $d \cdot \sin\phi = m\lambda$. Зная постоянную решетки кристалла и измерив угол ϕ , можно найти длину волны электрона. Приведем типичные экспериментальные данные: постоянная кристаллической решетки $d=2,15 \cdot 10^{-8}$ см, максимум интенсивности наблюдался под углом $\phi=50^\circ$ (рис 8). Для $m = 1$ этому значению ϕ соответствует длина волны $1,65 \text{ \AA}$, а длина волны, де-Бройля, рассчитанная по

формуле $\lambda_{дБ} = \frac{2\pi\hbar}{p}$, равна $1,67 \text{ \AA}$, что находится в хорошем согласии с

экспериментом, если иметь в виду погрешности измерения. Таким образом, было доказано, что электрон обладает волновыми свойствами!

Литература

Вихман Э. Квантовая физика. (Берклевский курс физики, т.4.) М: Наука. 1974, стр 185.