



---

# Лабораторный практикум по ФИЗИКЕ

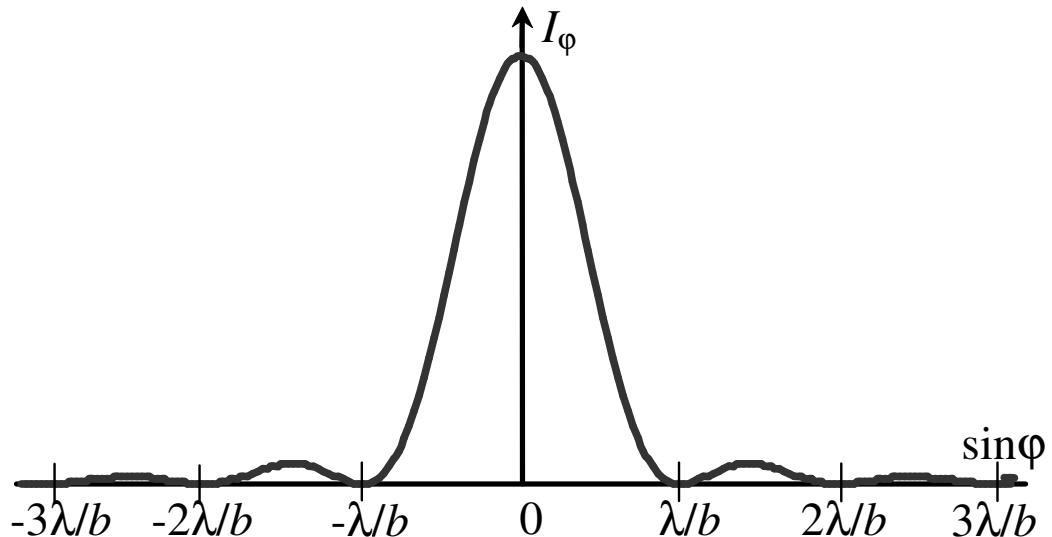
---

## ОПТИКА

Авакянц Л.П., Митин И.В., Пышков Н.И.,  
Салецкий А.М., Червяков А.В.

### Задача № 409

## ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА



МОСКВА 2026

# Задача 409

## Дифракция Фраунгофера

### Цель работы

Экспериментальное изучение явления дифракции Фраунгофера на реальных объектах: одной или нескольких щелях и проволоке.

### Идея эксперимента

Плоская монохроматическая световая волна (пучок излучения лазера) попадает на исследуемый объект. Наблюдаемая на экране дифракционная картина регистрируется с помощью автоматизированной системы. Последующая обработка результатов позволяет определить параметры объекта.

### I. ТЕОРИЯ

**Дифракция света** — это совокупность физических явлений, обусловленных волновой природой света и наблюдаемых при его распространении в среде с резко выраженной оптической неоднородностью (например, при прохождении через отверстия в экранах, вблизи границ непрозрачных тел и т.п.). В более узком плане под дифракцией понимают огибание светом различных препятствий, т.е. отклонение от законов геометрической оптики. Для описания этого явления Гюйгенс, впервые обосновавший волновую теорию света, предложил следующее построение. Каждая точка волнового фронта принимается за источник вторичных сферических волн, распространяющихся во все стороны, при этом волновой фронт в любой последующий момент времени есть огибающая этих вторичных волн.

Френель дополнил принцип Гюйгенса утверждением, что в любой момент времени световое поле в рассматриваемой точке есть результат интерференции вторичных волн. Это сочетание построения Гюйгенса с принципом интерференции Френеля получило название *принципа Гюйгенса–Френеля*, который позволяет количественно описать дифракционные явления.

Пусть на пути сферической монохроматической световой волны, исходящей из точечного источника  $P_0$ , находится плоский непрозрачный объект с отверстием  $\Sigma$ , размеры которого велики по сравнению с длиной волны (рис. 1). В соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля напряженность поля в точке  $P$  за объектом определяется суперпозицией волн от вторичных источников, расположенных в плоскости отверстия  $\Sigma$ . При этом амплитуда и фаза вторичных сферических волн, приходящих в точку  $P$ , зависят как от расстояния  $r$  (от источника  $P_0$  до соответствующих участков объекта на поверхности  $\Sigma$ ), так и от расстояния  $s$  (от этих участков до точки  $P$ ).

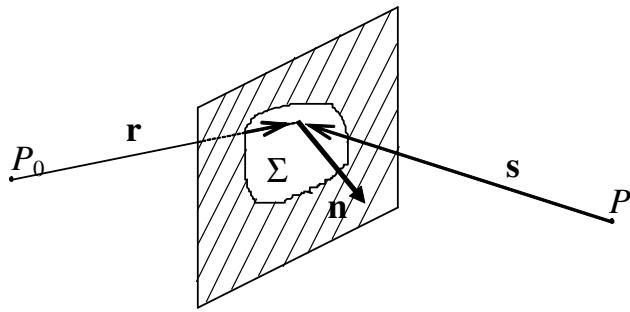


Рис. 1. Схема наблюдения дифракционных явлений

В общем случае комплексная амплитуда поля  $U(P)$  может быть найдена с помощью интегральной дифракционной формулы Френеля–Кирхгофа [1]:

$$U(P) = -\frac{iA}{2\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{\exp(-ikr)}{r} \frac{\exp(-iks)}{s} [\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) - \cos(\mathbf{n}, \mathbf{s})] dS, \quad (1)$$

где  $\lambda$  — длина волны;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к плоскости  $\Sigma$ ;  $dS$  — элемент площади в плоскости отверстия  $\Sigma$ ;  $i$  — мнимая единица;  $A$  — константа; интегрирование ведется по поверхности  $\Sigma$  отверстия в объекте.

В этой формуле множитель  $\exp(-ikr)/r$  описывает сферическую волну, распространяющуюся из точки  $P_0$  до некоторого вторичного источника, расположенного на поверхности  $\Sigma$ , множитель  $\exp(-iks)/s$  — сферическую волну, идущую от вторичного источника до точки наблюдения  $P$ .

Наиболее интересным для рассмотрения является случай, когда характерный линейный размер отверстия мал по сравнению с расстояниями  $r$  и  $s$  от точек  $P_0$  и  $P$  до объекта. В этом случае как множитель  $[\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) - \cos(\mathbf{n}, \mathbf{s})]$ , так и множитель  $1/(rs)$  незначительно изменяются при интегрировании по отверстию  $\Sigma$  и основную роль в вычислении дифракционной картины по формуле (1) играет интеграл от быстро осциллирующего множителя вида  $\exp[-ik(r+s)]$ . Разложение в ряд этого множителя (см. например [1, §8.3.3]) позволяет существенно упростить формулу (1). Явления, описываемые в рамках такого приближения, носят название *дифракции Френеля*, или дифракции в ближней зоне. При  $r \rightarrow \infty$  фронт падающей волны можно считать плоским. Если  $s \rightarrow \infty$ , то и вторичные волны, распространяющиеся под некоторым углом  $\alpha$  к первоначальному направлению, имеют плоский волновой фронт. Дифракционные явления, наблюдаемые при этих условиях, носят название *дифракции Фраунгофера*, или дифракции в дальней зоне.

Различие между дифракцией Френеля и дифракцией Фраунгофера становится более наглядным, если ввести понятие *зон Френеля*. Для этого рассмотрим дифракцию на круглом отверстии радиуса  $R$  (рис. 2). Пусть источник света  $P_0$  и точка наблюдения  $P$  находятся на оси отверстия на расстояниях  $r$  и  $s$  соответственно. Выделим в плоскости объекта два вторичных источника: первый, расположенный на оси в точке  $O$ , и второй, расположенный на

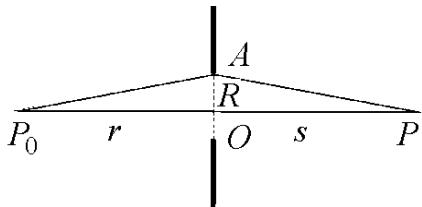


Рис. 2. К расчету разности хода

краю отверстия в точке  $A$ . Нетрудно показать, что свет, идущий из т.  $P_0$  в т.  $P$  через вторичный источник  $O$ , пройдет путь, равный  $r+s$ , а свет, прошедший через вторичный источник  $A$  — путь

$$\sqrt{R^2 + r^2} + \sqrt{R^2 + s^2} \approx r + s + \frac{R^2}{2} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{s} \right).$$

Введя обозначение  $\frac{1}{f} = \frac{1}{r} + \frac{1}{s}$ , получим выражение для разности хода между двумя путями:  $\Delta = \frac{R^2}{2f}$ .

Говорят, что радиус отверстия  $R$  равен радиусу  $n$ -й зоны Френеля  $R_n$ , если разность хода  $\Delta_n$ , соответствующая этому радиусу, составляет  $n$  длин полуволн, т.е.  $\Delta_n = \frac{R_n^2}{2f} = n \frac{\lambda}{2}$ , откуда радиус  $n$ -й зоны Френеля равен  $R_n = \sqrt{n\lambda f}$ .

Таким образом, размер отверстия, выраженный в количестве открытых зон Френеля, зависит не только от расстояний  $r$  и  $s$ , но и от длины волны  $\lambda$  источника света. Можно показать, что если число открытых зон Френеля нечетное, то в т.  $P$  будет наблюдаться светлое пятно, если же открыто четное число зон Френеля, то в центре картины будет темное пятно.

Если объект имеет произвольную форму с характерным размером  $b$  (например, длинная шель ширины  $b$ ), то можно показать, что, если  $b$  много меньше радиуса первой зоны Френеля ( $b \ll R_1 = \sqrt{\lambda f}$ ), то при рассмотрении явления дифракции можно пользоваться приближением Фраунгофера. Если размер объекта составляет одну или несколько зон Френеля, то в этом случае справедливо приближение Френеля. Если же размер объекта велик и составляет сотни зон Френеля, то явления дифракции на таком объекте практически не проявляются и в этом случае работает приближение геометрической оптики.

Настоящая задача физического практикума посвящена экспериментальному изучению явления дифракции, описываемой в рамках приближения Фраунгофера.

**Дифракция Фраунгофера на одной щели.** Рассмотрим схему наблюдения дифракции Фраунгофера, представленную на рис.3. Плоская монохроматическая волна падает нормально на плоскость  $\mathcal{W}$ , где расположена бесконечно длинная щель шириной  $b$  (щель можно считать бесконечно длинной, если ее длина намного больше ее ширины. Так при ширине в 0,01–0,05 мм длина в несколько мил лиметров может считаться бесконечной).

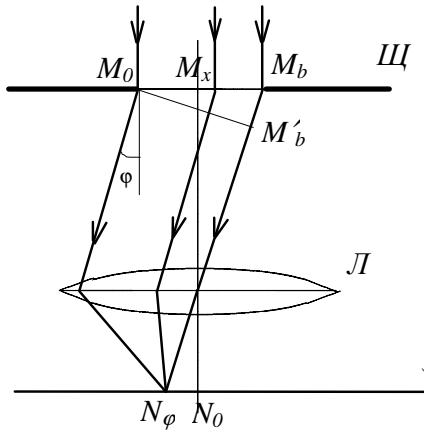


Рис. 3. Дифракция Фраунгофера на одной щели

За щелью расположена линза  $L$ , в фокальной плоскости которой находится экран  $\mathcal{E}$ . Наличие линзы равносильно тому, что экран расположен как бы на "бесконечном" расстоянии от объекта. Если бы свет распространялся прямолинейно в соответствии с законами геометрической оптики, то в фокальной плоскости линзы получилась бы бесконечно узкая светлая полоса, проходящая через точку  $N_0$  на экране  $\mathcal{E}$ . Но в соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля каждая точка волнового фронта, достигающего плоскости, где расположена щель, является источником вторичных сферических волн. Тогда лучи, идущие от всех этих вторичных источников под некоторым углом  $\varphi$  к первоначальному направлению, образуют плоский волновой фронт и сберутся в фокальной плоскости линзы в т.  $N_\varphi$  (рис.3).

Расчет поля в плоскости экрана проведем непосредственно на основе принципа Гюйгенса–Френеля, не используя формулу (1). Для этого разобьем открытую часть поверхности щели на зоны в виде узких полосок одинаковой ширины  $dx$ , параллельных краям щели. Эти элементарные участки становятся источниками вторичных волн. Амплитуды  $dA_0$  этих волн, приходящих в т.  $N_\varphi$  на экране от разных полосок, одинаковы, так как все зоны имеют одинаковую площадь и одинаковый к направлению вторичных волн угол  $\varphi$ . Эти амплитуды будут пропорциональны произведению амплитуды падающей волны  $E_0$  на размер полоски  $dx$ , т.е.

$$dA_0 = C \cdot E_0 \cdot dx, \quad (2)$$

где  $C$  — коэффициент пропорциональности.

Однако фазы колебаний, приходящих от различных участков щели, будут различаться. Для определения разности фаз проведем прямую  $M_0M'_b$ , перпендикулярную к направлению дифрагированных лучей, и найдем разность хода, возникающую на пути от прямой  $M_0M_b$  до прямой  $M_0M'_b$ . Из рис.3 видно, что разность хода между волнами, идущими от точки  $M_0$  и от точки  $M_x$ , расположенной на расстоянии  $x$  от т.  $M_0$ , равна  $x \sin \varphi$ .

Следовательно, если считать, что фаза волны, приходящей в т.  $N_\varphi$  из т.  $M_0$ , равна нулю, то колебание  $dU_\varphi$ , приходящее от элемента  $dx$  из окрестности точки  $M_x$  в т.  $N_\varphi$ , может быть записано в виде:

$$dU_\varphi = dA_0 \cos(\omega t - kx \sin \varphi),$$

где  $k=2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\omega$  — частота колебания.

Для вычисления величины  $U_\varphi$  в т.  $N_\varphi$  необходимо просуммировать вклады от различных участков щели, т.е. проинтегрировать  $dU_\varphi$  в пределах от  $x = 0$  до  $x = b$ :

$$\begin{aligned}
U(\varphi) &= \int_0^b C E_0 \cos(\omega t - kx \cdot \sin \varphi) dx = \\
&= CE_0 b \frac{\sin\left(\frac{kbsin\varphi}{2}\right)}{\frac{kbsin\varphi}{2}} \cos\left(\omega t - \frac{kbsin\varphi}{2}\right).
\end{aligned} \tag{3}$$

Сомножитель  $\cos(\omega t - 1/2 kb \sin \varphi)$  в формуле (3) описывает временное изменение поля в точке наблюдения с частотой  $\omega$ , а модуль выражения, стоящего перед косинусом, есть амплитуда  $A_\varphi$  результирующей волны в точке  $N_\varphi$ :

$$A_\varphi = CE_0 b \frac{\sin\left(\frac{kbsin\varphi}{2}\right)}{\frac{kbsin\varphi}{2}} \tag{4}$$

Отметим, что амплитуда волны, распространяющейся в направлении  $\varphi=0$ , пропорциональна ширине щели  $b$  и равна

$$A_0 = CE_0 b \tag{5}$$

и выражение (4) можно переписать в виде

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin\left(\frac{kbsin\varphi}{2}\right)}{\frac{kbsin\varphi}{2}} \tag{4'}$$

Интенсивность света определяется квадратом амплитуды, т.е.

$$I_\varphi = I_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{kbsin\varphi}{2}\right)}{\frac{kbsin\varphi}{2}} \right)^2 = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \tag{6}$$

где  $I_0$  — интенсивность в центре дифракционной картины,

$$u = \frac{kbsin\varphi}{2}.$$

На рис. 4 приведен график зависимости интенсивности  $I_\varphi$  от синуса угла дифракции  $\varphi$ . Интенсивность максимальна для направления  $\varphi_{0\max}=0$ , совпадающего с направлением распространения падающей волны. Направления, соответствующие последующим максимумам, можно найти из решения задачи поиска экстремума функции (6). Эти направления примерно соответствуют значениям  $u$ , равным  $u_{1\max} = 1,43\pi \approx 3\pi/2$ ,  $u_{2\max} = 2,46\pi \approx 5\pi/2$ ,  $u_{3\max} = 3,47\pi \approx 7\pi/2$ , ... Соотношения интенсивностей главного и последующего максимумов

равны  $I_{0\max} = I_{1\max} = I_{2\max} = I_{3\max} = \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 \dots$  и не зависят ни от ширины щели, ни от длины волны.

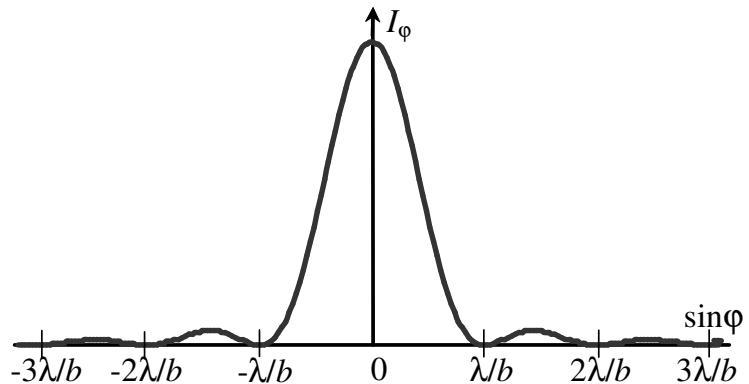


Рис. 4. Дифракция Фраунгофера на одной щели: распределение интенсивности на экране в зависимости от синуса угла дифракции.

В то же время для направлений  $\sin\phi = \lambda/b, 2\lambda/b, 3\lambda/b, 4\lambda/b \dots$ , удовлетворяющих уравнению  $\sin u = 0$ , интенсивность равна нулю. Эти направления соответствуют случаю, когда разность хода между волнами, приходящими от крайних участков щели, равна целому числу длин волн. Это означает, что для любого произвольно выбранного участка щели всегда найдется другой, равный по величине, участок, излучение от которого придет строго в противофазе с излучением от выбранного участка. В частности, для направления на первый минимум разность хода между волнами от крайнего участка и участка в центре щели будет равна  $\lambda/2$ , эти волны погасят друг друга. Аналогично, для каждого участка в одной половине щели найдется участок во второй половине, разность хода между которыми будет также равна  $\lambda/2$ . Тем самым, в результате интерференции интенсивность распространяющегося в этих направлениях излучения будет равна нулю.

Из рис.4 видно, что основная часть светового потока сосредоточена в центральной дифракционной полосе, определяемой значениями  $\sin\phi = \lambda/b$  (так называемый центральный максимум), малая его часть будет распространяться в пределах первых ( $\approx 5\%$ ) и вторых ( $\approx 2\%$ ) максимумов и т.д.

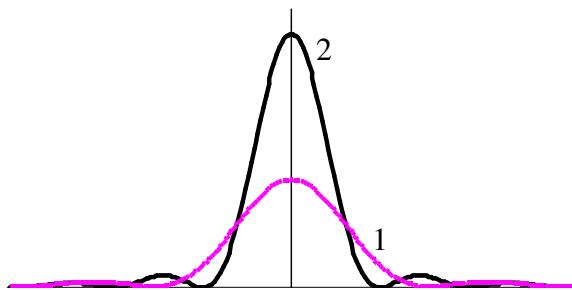


Рис.5. Дифракция Фраунгофера на одной щели: 1 — узкая щель, 2 — широкая щель.

Рассмотрим влияние ширины щели на распределение интенсивности дифракционной картины (рис. 5). Увеличение ширины щели приводит к приближению первых минимумов к центру дифракционной картины, при этом резкость дифракционного максимума увеличивается (рис. 5, кривая 2). Соотношение интенсивностей света в отдельных максимумах не изменяется, однако увеличивается абсолютное значение интенсивности, связанное с тем, что с увеличением ширины щели увеличивается энергия проходящего через нее излучения. Но заметим, что, например, при увеличении ширины щели в два раза прошедшая через нее энергия также увеличится в два раза, однако интенсивность в центре картины вырастет в четыре раза (почему?)

В заключении отметим, что дифракция Фраунгофера может наблюдаться и при падении сферической волны на объект, и при отсутствии линзы. Из формулы (1) можно показать, что условия для наблюдения дифракции Фраунгофера имеют вид:  $b^2/\lambda r \ll 1$ ,  $b^2/\lambda s \ll 1$ .

В *Приложении 1* приведен вывод формулы (6) с помощью векторной диаграммы.

**Дифракция на нескольких щелях (дифракционная решетка).** Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на объекте, представляющем собой совокупность  $N$  нескольких бесконечно длинных щелей, имеющих одинаковую ширину  $b$  и расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга. Такой объект принято называть *дифракционной решеткой*. Обозначим через  $d$  расстояние между центрами соседних щелей (т.н. период решетки). Пусть на дифракционную решетку падает нормально монохроматическое излучение с длиной волны  $\lambda$ . Для определения интенсивности света, распространяющегося в направлении, составляющем угол  $\varphi$  с нормалью, воспользуемся принципом Гюйгенса–Френеля.

Амплитуды волн, приходящих в т.  $N_\varphi$  от каждой из щелей, равны и выражаются формулой (4'), однако разность фаз между волнами, приходящими от соседних щелей, будет равна  $kds\sin\varphi$ .

Введем обозначение

$$\delta = \frac{kds\sin\varphi}{2} = \frac{\pi ds\sin\varphi}{\lambda}.$$

Чтобы получить возмущение, посыпаемое всей решеткой, необходимо просуммировать по всем  $N$  щелям, т.е.

$$A_\varphi = A_0 \cdot \frac{\sin u}{u} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \exp(-i2\delta n). \quad (9)$$

Сумма в (9) представляет собой геометрическую прогрессию, первый член которой равен единице, а показатель прогрессии  $q = \exp(-i2\delta)$ . Таким образом

$$\sum_{n=0}^{N-1} \exp(-i2\delta n) = \frac{1 - q^N}{1 - q} = \frac{1 - \exp(-i2\delta N)}{1 - \exp(-i2\delta)}. \quad (10)$$

В итоге для возмущения в направлении  $\phi$  получаем

$$A_\phi = A_0 \frac{\sin u}{u} \frac{1 - \exp(-i2\delta N)}{1 - \exp(-i2\delta)}. \quad (11)$$

С учетом того, что

$$(1 - e^{i\alpha})(1 - e^{-i\alpha}) = 2 - (e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}) = 2 - 2\cos\alpha = 4\sin^2\alpha/2,$$

получаем выражение для интенсивности дифрагированных лучей под углом  $\phi$  в виде

$$I_\phi = A_\phi A_\phi^* = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \left( \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2. \quad (12)$$

Формулу (12) можно представить в виде произведения двух сомножителей. Первый сомножитель, называемый дифракционным, имеет вид

$$I_{\text{диф}} = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \quad (13)$$

и описывает дифракцию на одной щели размера  $b$ . Вид этой функции (рис.6б) совпадает с приведенным на рис.4.

Второй сомножитель, равный

$$I_{\text{инт}} = \left( \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2 \quad (14)$$

описывает интерференцию излучения, приходящего от различных щелей, и носит название интерференционного.

Исследуем более подробно вид функции (14), изображенный на рис.6а. Числитель в формуле (14) обращается в нуль при  $\delta=0, \pi/N, 2\pi/N, \dots, (N-1)\pi/N, \pi, (N+1)\pi/N, \dots$  однако для каждого  $N$ -го значения  $\delta=0, \pi, 2\pi, \dots$  в нуль обращается и знаменатель. Воспользовавшись предельным переходом, можно получить, что для этих значений угла функция (14) имеет одинаковое максимальное значение, равное  $N^2$ . Таким образом, для этих значений угла  $\delta$  интенсивность будет максимальной. Между этими максимумами, называемыми главными, располагаются  $(N-1)$  добавочных минимумов, соответствующих нулевым значениям числителя в формуле (14). Так как между любыми двумя соседними добавочными минимумами имеется добавочный максимум, интенсивность которого существенно меньше интенсивности ближайших главных максимумов, то общее число добавочных максимумов между главными равно  $(N-2)$ .

Вид функции (12), описывающей распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на  $N$  щелях, изображен на рис.6в. Характерными точками этого графика являются:

главные дифракционные минимумы  $\sin\phi = \lambda/b, 2\lambda/b, 3\lambda/b, \dots$

добавочные интерференционные минимумы  $\sin\phi = \lambda/Nd, 2\lambda/Nd, 3\lambda/Nd, \dots, (N-1)\lambda/Nd, (N+1)\lambda/Nd, \dots, (2N-1)\lambda/Nd, (2N+1)\lambda/Nd, \dots$

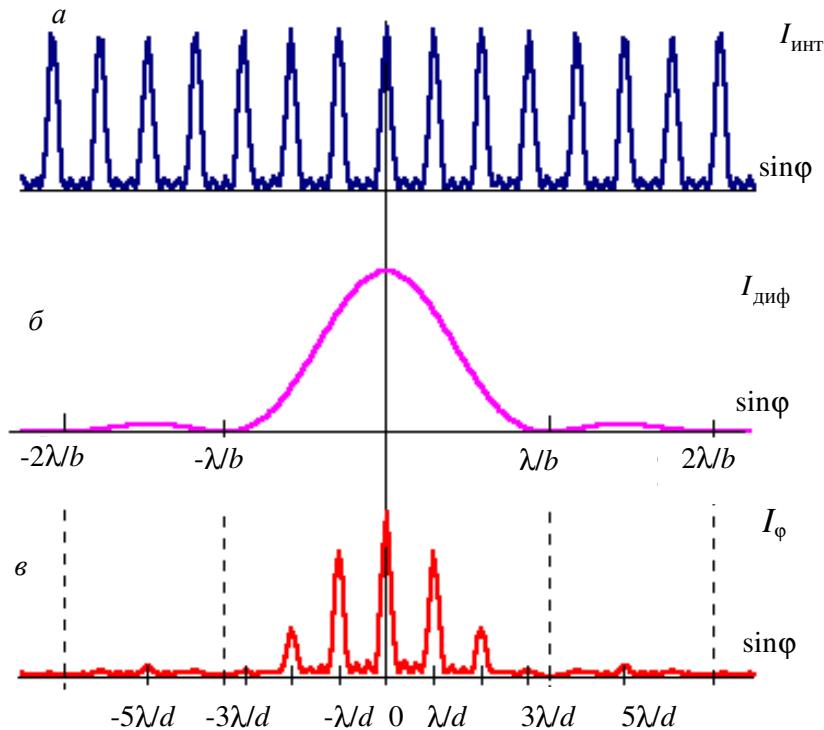


Рис. 6. Дифракция Фраунгофера на четырех щелях:  
 $a$  — интерференционный член (14),  $b$  — дифракционный член (13),  
 $c$  — общий вид дифракционной картины (12).

главные интерференционные максимумы  $\sin\phi = 0, \lambda/d, 2\lambda/d, 3\lambda/d, \dots$

Таким образом, получив на экране дифракционную картину от решетки и подсчитав число добавочных минимумов или максимумов между главными максимумами, можно определить число щелей решетки.

Если  $d=mb$ , где  $m$  - целое число, то главные интерференционные максимумы порядка  $m, 2m$  и т.д. совпадут с главными дифракционными минимумами и не будут наблюдаться. В результате по виду дифракционной картины можно оценить отношение  $d/b$ .

**Дифракция на проволоке. Принцип Бабине.** Для нахождения дифракционной картины от проволоки толщиной  $b$  проведем следующие рассуждения. При расчете дифракционной картины от щели той же ширины  $b$  мы искали суммарный вклад от вторичных источников, расположенных на открытой части исследуемого объекта. Для проволоки, наоборот, данная часть объекта будет закрытой, а остальное пространство открытым. Такие объекты, как бы дополняющие друг друга, носят название *дополнительных*.

Обозначим распределение поля на экране в случае дифракции на щели  $U_{\text{Щ}}(x')$ , а на проволоке —  $U_{\Pi}(x')$ , где  $x'$  — координата в плоскости экрана. Тогда сумму полей  $U_{\text{Щ}}(x') + U_{\Pi}(x')$  можно представить как сумму интегралов по открытым областям для каждого из этих объектов, или как интеграл от суммы открытых областей. Но отверстия для дополнительных объектов рас-

полагаются так, что полностью "открывают" весь волновой фронт падающего излучения, следовательно

$$U_{\text{Щ}}(x') + U_{\Pi}(x') = U_0(x') , \quad (15)$$

где  $U_0(x')$  — волновое возмущение на экране в случае отсутствия какого-либо препятствия. Таким образом, сумма распределений полей от дополнительных объектов равна полю, наблюдаемому на экране при отсутствии препятствия. Полученный результат носит название *принципа Бабине*.

Обратите внимание, что  $U_0(x')$  есть волновое возмущение на экране для случая отсутствия какого-либо препятствия, а не для случая, когда на пути падающего излучения одновременно установлены и щель, и проволока (как нетрудно сообразить, свет через такую совокупность объектов не пройдет). Дело в том, что при рассмотрении принципа Бабине суммировались вклады именно от открытых областей каждого из объектов, а при рассмотрении случая, когда на пути падающей волны устанавливаются несколько объектов, суммируются, наоборот, закрытые области.

Если в качестве источника плоской волны используется лазер, размеры пучка которого (обычно не более 1 см) много больше ширины щели  $b$ , то на экране в случае отсутствия препятствия будет наблюдаться яркое пятно, а в остальной области экрана поле можно считать равным нулю. Для этой "незасвеченной" области справедливо

$$U_{\text{Щ}}(x') + U_{\Pi}(x') = 0,$$

следовательно

$$U_{\text{Щ}}(x') = -U_{\Pi}(x'),$$

а для интенсивностей

$$I_{\text{Щ}}(x') = I_{\Pi}(x').$$

В области основного пятна  $I_{\Pi}(x') \approx I_0(x')$ , так как в данной области  $U_0(x') \gg U_{\text{Щ}}(x')$ .

Таким образом, для дополнительных объектов — щели и проволоки одинаковых размеров, распределение интенсивности на экране одинаково всюду, за исключением области, куда попадает исходный пучок в случае отсутствия препятствия. Если толщина проволоки такова, что размер первого дифракционного максимума для щели такой же ширины, как и проволока, превысит размер пучка лазера, то для обоих объектов будут совпадать координаты как всех минимумов, так и всех максимумов дифракционной картины.

Обратим внимание на одно интересное явление. Иногда при дифракции на проволоке, кроме минимумов, соответствующих дифракционным минимумам, наблюдаемым при дифракции на щели такого же размера, можно заметить еще два резких глубоких минимума в тех областях, где сильно уменьшается интенсивность лазерного пучка. Это явление легко объяснить, исходя из принципа Бабине. В самом деле, в области лазерного пучка спра-

ведливо соотношение  $U_0(x') \gg U_{\text{щ}}(x')$ , а в той области, куда лазерное излучение не попадает,  $U_0(x') \approx 0 < U_{\text{щ}}(x')$ . Следовательно, существует такая точка  $x'_0$ , в которой  $U_0(x'_0) = U_{\text{щ}}(x'_0)$ , и, следовательно,  $U_{\text{п}}(x'_0) = 0$ . Эта точка находится на границе лазерного пучка, а т.к. интенсивность пучка в этой области обычно падает достаточно резко, то “провал” в интенсивности имеет малую ширину. Так как размеры окна фотодиода, используемого в установке, сравнимы с размером “провала”, при регистрации дифракции на проволоке уменьшение интенсивности регистрируется не всегда.

## II. ЭКСПЕРИМЕНТ

### Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 7. Она состоит из оптического модуля и электронной системы управления экспериментом на базе компьютера.

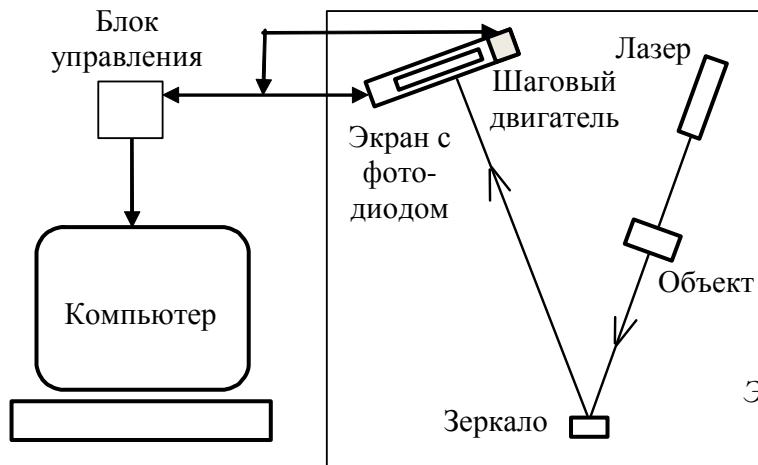


Рис.7. Схема экспериментальной установки

Оптический модуль состоит из следующих основных элементов:

- 1) источника излучения (лазера);
- 2) предметного столика;
- 3) набора дифракционных объектов;
- 4) зеркала;
- 5) экрана с фотоприемником (фотодиод);
- 6) системы перемещения экрана с помощью шагового двигателя.

В качестве источника излучения используется полупроводниковая лазерная указка с длиной волны  $\lambda \approx 640$  нм. Лазер жестко закреплен на модуле и в процессе выполнения лабораторной работы его положение не меняется. На пути лазерного луча находится предметный столик, на который устанавливаются изучаемые дифракционные объекты строго перпендикулярно лучу лазера. С помощью регулировочного винта на столике имеется возможность плавного перемещения объекта в направлении, перпендикулярном к направ-

лению распространения луча. Затем дифрагировавший на объекте пучок попадает на зеркало и, отразившись от него, направляется на экран для визуального наблюдения дифракционной картины. В центре этого экрана помещен фотоприемник, в качестве которого используется кремниевый фотодиод. Перемещение экрана с фотоприемником осуществляется шаговым двигателем, управляемым от компьютера. Наклон зеркала регулируется специальным винтом, с помощью которого можно изменять местоположение картины на экране в вертикальном направлении. Фотоприемник регистрирует интенсивность падающего на него света.

В число дифракционных объектов входят одна щель, ширина которой может регулироваться, и комбинированный объект, на котором размещены соответственно наборы из одной, двух, трех и четырех щелей, а также проволока. Комбинированный объект изготовлен на прозрачной подложке с использованием процесса фотолитографии. Выбор объекта для исследования осуществляется с помощью регулировки, имеющейся на предметном столике.

Работа установки осуществляется с помощью компьютерной программы **Фраунгофер**, позволяющей управлять работой системы премещения экрана, считывать сигнал с фотоприемника, проводить обработку полученных результатов.

### Описание работы программы ФРАУНГОФЕР

При запуске программы **Фраунгофер** на экране монитора появляется рабочее окно (рис. 8).

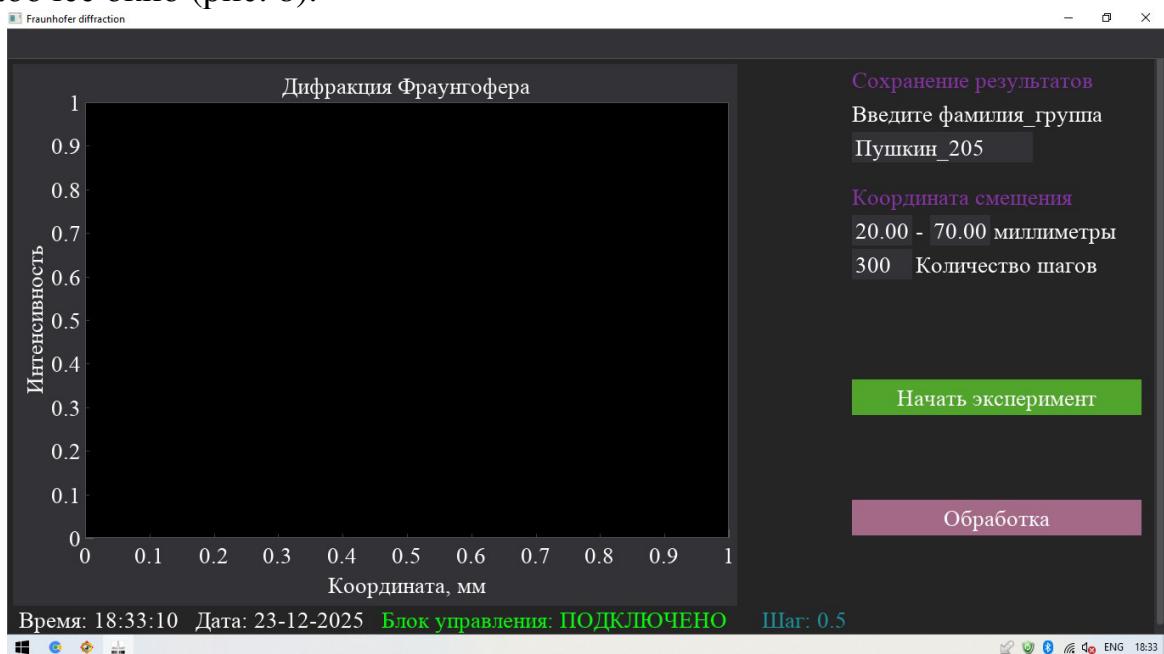


Рис.8. Рабочее окно программы

Через несколько секунд запускается шаговый двигатель, который перемещает экран в крайнее (начальное) положение, в котором корпус экрана замыкает специальный микровыключатель. Координата фотоприемника в этот момент считается равной нулю. В дальнейшем программа сама отслеживает координату фотоприемника, указывая ее на экране монитора.

На экране появляется надпись **Блок управления ПОДКЛЮЧЕНО**. Установка готова к работе.

В окно на экране монитора следует ввести свою фамилию и номер группы. В папке СТУДЕНТ будет создана директория, в которой будут сохраняться файлы с результатами ВСЕХ проведенных вами экспериментов. В именах файлов, кроме фамилии и номера группы, будет указано время сохранения файла.

Установить на столик дифракционный объект и получить на экране дифракционную картину. Винтом на зеркале отрегулировать (при необходимости) высоту картины так, чтобы горизонтальная линия картины проходила через фотоприемник (черная область в центре экрана).

В начале работы необходимо задать параметры регистрации картины – начальную и конечную координаты фотоприемника и количество точек измерения. Рекомендуется провести первый эксперимент с параметрами, заданными по умолчанию. В дальнейшем их следует выбирать так, чтобы дифракционная картина фиксировалась полностью.

При нажатии на кнопку **Начать эксперимент** фотоприемник устанавливается на начальную координату, проводится измерение интенсивности, на графике появляется точка, делается шаг по координате, вновь проводится измерение и т.д. В процессе измерения с каждым шагом автоматически изменяется масштаб по горизонтальной оси, при необходимости – и по вертикальной оси.

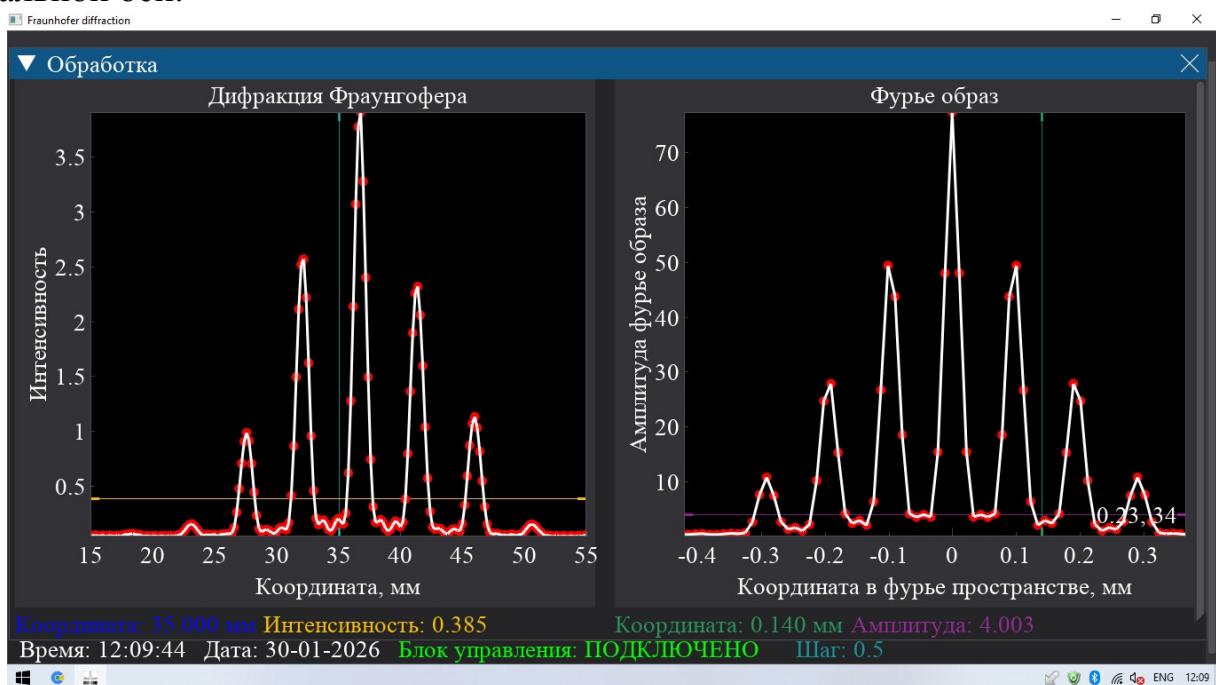


Рис.9. Рабочее окно программы обработки

Если в процессе измерений нажать кнопку **Обработка**, то откроется окно обработки, на котором, кроме графика интенсивности, показываются и результаты фурье-преобразования интенсивности (рис. 9). Так как измерения продолжаются, оба графика с каждым шагом видоизменяются. Использование графика фурье-преобразования будет описано ниже. Окно обработки можно закрыть, программа вернется в основное рабочее окно.

Нажатие на кнопку **Остановить** прекращает измерения, результаты автоматически сохраняются в файле, имя которого указывается в появившемся окне. Проводить обработку такого файла не рекомендуется.

По достижении фотоприемником конечной координаты измерения прекращаются, результаты автоматически сохраняются в файле. Если результаты эксперимента удовлетворительны, следует перейти в режим **Обработка**.

В настоящей работе студенту предлагается самостоятельно по результатам эксперимента предложить алгоритм обработки для определения параметры объекта (количество  $N$  щелей, ширина  $b$  щели, период  $d$  щелей и интенсивность в центре дифракционной картины).

Приведем некоторые рекомендации.

1) по графику зависимости интенсивности от координаты фотоприемника (рис. 9, слева).

В теоретическом введении приведены формулы зависимости интенсивности дифракционной картины от угла дифракции: формула (6) для одной щели и формула (12) для  $N$  щелей. У каждой зависимости есть характерные точки, как правило, это точки максимумов и минимумов. По графику интенсивности можно определить координаты этих точек, а затем рассчитать требуемые значения.

При помещении курсора мыши в область графика в нижней части показываются координаты курсора, т.е. координата фотоприемника и интенсивность. Кроме этого, в поле графика есть горизонтальная и вертикальная линии, которые можно «захватить» мышкой и перемещать по полю графика. Их координаты также указываются в нижней части графика.

При вращении колесика мыши изменяется масштаб графика по горизонтальной оси. При желании можно изменять масштаб и по вертикальной оси. Для этого, установив курсор мыши в поле графика, следует нажать на правую кнопку мыши. Появляется меню с пунктами **Координата** и **Интенсивность**. При нажатии на любой из пунктов появляется дополнительное меню с пунктом **Auto-Fit**. Если в этом пункте убрать (либо поставить) галочку, то вращение колесика будет (либо не будет) изменять масштаб по соответствующей оси.

Обратим внимание, что в формулы (6) и (12) входит синус угла дифракции  $\phi$ , для его нахождения требуется знание не только разности координат максимума (минимума) и центра картины, но и расстояния  $L$  от объекта до

экрана. Значение  $L$  указано на установке, его также можно непосредственно измерить (но аккуратно, чтобы не оцарапать зеркало!).

2) по графику фурье-преобразования от интенсивности (рис. 9, справа).

Из теории дифракции известно, что распределение амплитуды поля на экране при дифракции Фраунгофера является фурье-образом от функции пропускания  $\tau(x)$  объекта (см. например [2],[4]). В случае дифракции на  $N$  щелях функция пропускания равна единице в прозрачных областях и нулю в остальных, т.е. представляется в виде  $N$  прямоугольников (рис. 10a), причем ширина каждого прямоугольника равна ширине щели  $b$ , а расстояние между соседними прямоугольниками равно периоду  $d$  щелей. Фурье преобразование от этой функции есть амплитуда дифракционной картины (рис. 10б), которая задается формулой (11). В свою очередь, обратное преобразование Фурье от амплитуды даст функцию пропускания  $\tau(x)$  объекта.

В частности, при дифракции Фраунгофера на одной щели функция пропускания есть прямоугольник, фурье-преобразование от прямоугольника есть функция СИНК, что соответствует формуле (6). Обратное Фурье-преобразование от СИНКа дает прямоугольник.

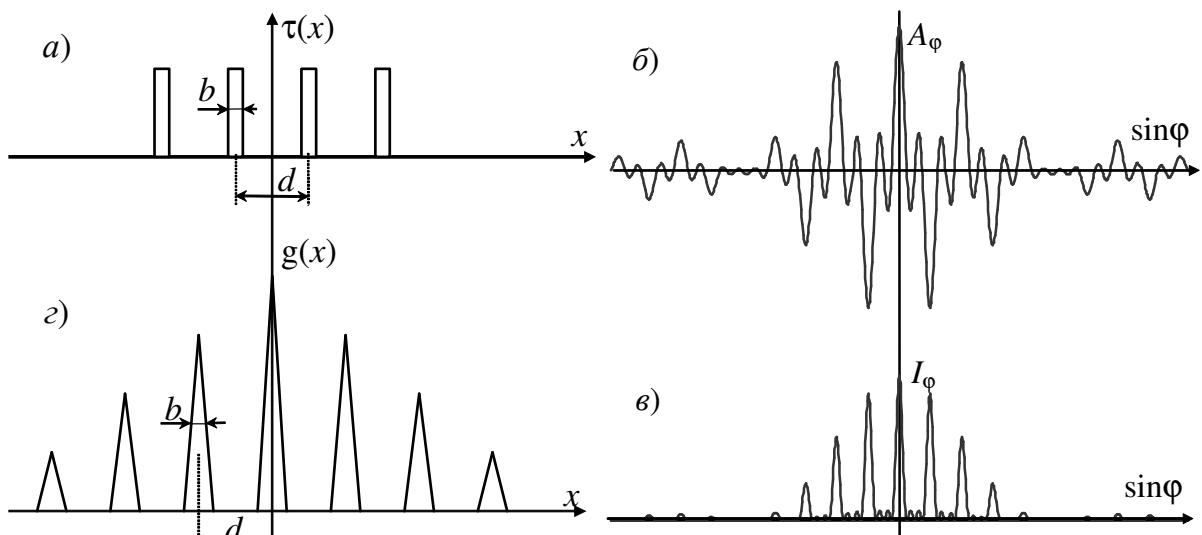


Рис.10. Дифракция Фраунгофера как фурье-преобразование.

- a)  $\tau(x)$  – функция пропускания объекта;
- б)  $A_\phi$  - фурье преобразование от  $\tau(x)$  – формула (11);
- в)  $I_\phi$  - интенсивность дифракционной картины – формула (12);
- г)  $g(x)$  – обратное фурье преобразование от  $I_\phi$

В процессе измерений фотоприемник регистрирует не амплитуду, а интенсивность дифракционной картины (рис. 10в, формула (12)). Можно показать, что обратное преобразование Фурье от интенсивности даст функцию  $g(x)$ , связанную с функцией  $\tau(x)$  так называемым уравнением свертки:

$$g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tau(x') \cdot \tau(x - x') \cdot dx' .$$

Функция  $g(x)$  представляет собой совокупность  $2N - 1$  "треугольников", амплитуды которых, начиная от центрального "треугольника" влево и вправо, уменьшаются в пропорции  $N : (N - 1):(N - 2):... :1$ (рис. 10г). Ширина (на полувысоте) каждого "треугольника" равна ширине щели  $b$ , а расстояние между соседними "треугольниками" равно расстоянию  $d$  между щелями. Это позволяет достаточно быстро и точно получить требуемые оценки данных параметров объекта. В частности, фурье-образ от дифракционной картины, полученной при одной щели, представляет собой один "треугольник", ширина которого на полувысоте равна ширине щели.

Более подробно вопрос соответствия дифракционной картины и ее фурье-спектра можно исследовать, работая с программой МОДЕЛИРОВАНИЕ, описание которой будет дано ниже.

3) по экспериментальным данным, сохраненным в файле.

В этом случае данные из файла могут быть использованы в какой-либо стандартной программе обработки, например, Origin . Такую обработку студент проводит самостоятельно.

## Проведение эксперимента

*Включение компьютера и запуск программ выполняются по указанию дежурного инженера или преподавателя.*

### Упражнение 0. Моделирование дифракционных картин<sup>1</sup>

Целью выполнения моделирования является изучение связи параметров дифракционного объекта (количество  $N$  щелей, ширина  $b$  щели и период  $d$  щелей) с графиком дифракционной картины. Моделирование проводится с помощью отдельной программы **Моделирование**.

При запуске программы и входе в режим моделирования на экране появляются три графика: на верхнем — функция пропускания  $\tau(x)$  объекта, на среднем — распределение интенсивности на экране, соответствующее заданному объекту, на нижнем — фурье-образ от интенсивности  $g(x)$ . Функцией пропускания объекта, расположенного в плоскости  $(x, y)$ , называют функцию пространственных переменных  $x$  и  $y$ , численно равную отношению амплитуды поля непосредственно за некоторой точкой экрана к амплитуде поля непосредственно перед этой точкой. Иными словами, функция пропускания для щели равна единице в прозрачной части и нулю в непрозрачной части объекта.

В правой части монитора расположено числовое меню, позволяющее задать следующие параметры объекта: число щелей, ширину щели  $b$  в микрометрах, период щелей  $d$  в микрометрах, длину волны в микрометрах и рас-

---

<sup>1</sup> Выполняется по указанию преподавателя.

стояние от объекта до экрана в сантиметрах. Для изменения какого-либо параметра необходимо в выбранном окошке задать новое число, нажать <ENTER> для выхода из режима редактирования и еще раз нажать <ENTER>. На экране появляются соответствующие графики, после чего можно либо вновь изменить параметры в меню, либо после нажатия клавиши <F10> перейти в режим произвольного "редактирования" функции пропускания объекта путем перемещения границ любой из щелей. При входе в этот режим "активной" является левая граница крайней левой щели, для ее перемещения используются клавиши <СТРЕЛКА ВЛЕВО> и <СТРЕЛКА ВПРАВО>, после чего местоположение этой границы изменяется, при этом изменяются и график распределения интенсивности на экране, и график фурье-образа от интенсивности. Переход к редактированию местоположения следующей границы происходит при нажатии клавиши <ТАВ>. При нажатии <ENTER> строятся графики, соответствующие заданной функции пропускания. Для выхода из данного режима и перехода в меню нажмите <ESC>.

Режим ЭКСПЕРИМЕНТ в настоящей версии программы не используется.

1. Запустите программу **Моделирование** и войдите в режим «Моделирование». Выберите число щелей  $N$ , равное Вашей оценке за последний экзамен по физике. Выберите произвольными значения периода щелей  $d$  и ширины щели  $b$ , но при этом отношение  $d/b$  должно быть равно  $N-1$ .

Проанализируйте получившуюся дифракционную картину, постараитесь найти объяснение, почему она выглядит именно так. Зарисуйте картину в рабочую тетрадь.

2. Изменяя  $N$  в диапазоне от 1 до 5-6 (величины  $d$  и  $b$  остаются неизменными), проследите как изменяются:

- количество дополнительных максимумов и минимумов между главными максимумами;
- местоположение и количество главных максимумов;
- интенсивность максимума нулевого порядка (определяется по масштабу на вертикальной оси);
- ширина главных максимумов.

Постарайтесь определить количественную зависимость от  $N$  указанных величин.

Выявленные в результате моделирования зависимости запишите в рабочую тетрадь. В качестве иллюстрации зарисуйте одну из картин в том же масштабе, что и в п.1.

3. Изменяя ширину щели  $b$  в некотором диапазоне (величины  $d$  и  $N$  остаются неизменными), проследите, как изменяются те же величины, что и в п.2 а), б), в), г). При изменении  $b$  старайтесь действовать так, чтобы отношение  $d/b$  было целым или полуцелым числом:

Аналогично п.2 постараитесь определить количественную зависимость от  $b$  указанных величин.

Выявленные в результате моделирования зависимости запишите в рабочую тетрадь. В качестве иллюстрации зарисуйте две наиболее характерные, на Ваш взгляд, картины.

4. Аналогично п.2 и п.3, проведите моделирование при изменении периода  $d$ , сделайте выводы и зарисуйте характерные картины.

5. При желании запишите 3-5 наиболее важных, на Ваш взгляд, выводов по результатам моделирования.

6. Покажите получившийся отчет преподавателю. Самостоятельно, не прибегая к программе моделирования, постройте в рабочей тетради дифракционную картину для значений параметров  $N$ ,  $d$  и  $b$ , указанных преподавателем.

Закройте программу **Моделирование** и для выполнения экспериментов запустите программу **Фраунгофер**.

### **Упражнение 1. Дифракция Фраунгофера на одной щели**

Целью данного упражнения является получение зависимости интенсивности в центре дифракционной картины от ширины щели.

#### *Измерения*

Установите на предметный столик щель произвольной ширины (не обращая внимания на деления на барабане), и, вращая ручку перемещения объекта, получите на экране характерную и максимально яркую дифракционную картину. Проведите последовательно все действия, приведенные в описании программы **Фраунгофер**, и по выбранному Вами алгоритму оцените ширину щели и интенсивность в центре картины. Оцените погрешность. Полученные результаты занесите в тетрадь. Укажите, какой алгоритм обработки использовали.

Повторить измерения 7–10 раз, изменения ширину щели в диапазоне от 30 до 150 мкм.

#### *Обработка результатов*

Результаты измерений необходимо представить в виде графика. Формулы (4')–(5) определяют теоретическую зависимость интенсивности в центре картины от ширины щели. При построении графика выбрать такие координаты по осям, чтобы получившийся график был наиболее наглядным.

Обосновать совпадение или несовпадение экспериментальных и теоретических данных.

### **Упражнение 2. Дифракция Фраунгофера на нескольких щелях**

Целью данного упражнения является определение параметров исследуемых объектов и получение зависимости интенсивности в центре картины от числа щелей.

#### *Измерения*

Установите на предметный столик оправу, содержащую набор из одной, двух, трех и четырех щелей примерно одинаковой ширины и периода. Перемещая оправу в перпендикулярном к лучу направлении, выберите один из объектов и получите максимально яркую дифракционную картину. Проведите последовательно все действия, приведенные в описании программы **Фраунгофер**. Полученные в ходе обработки результаты (число, ширина и период щелей, интенсивность в центре) занесите в тетрадь. Оцените погрешность. Аналогично провести измерения для всех четырех объектов.

Обратим внимание, что при измерении дифракции на одной щели иногда в центре картины появляется еще один дополнительный максимум. Это связано с незначительной прозрачностью зеркального покрытия объекта и «появлению дополнительной щели» шириной, равной поперечному размеру лазерного пучка. Поэтому при определении интенсивности в центре дифракционной картины этот максимум не следует учитывать.

### *Обработка результатов*

Результаты измерений необходимо представить в виде графика. Формула (12) определяет теоретическую зависимость интенсивности в центре картины от числа щелей. При построении графика выбрать такие координаты по осям, чтобы получившийся график был наиболее наглядным.

Обосновать совпадение или несовпадение экспериментальных и теоретических данных.

## **Упражнение 3. Дифракция Фраунгофера на проволоке**

Целью данного упражнения является определение толщины проволоки и экспериментальная проверка принципа Бабине.

### *Измерения*

Установите на предметный столик оправу с проволокой и проведите измерение дифракционной картины. Интенсивность в центре картины велика, что приводит к зашкаливанию фотоприемника (максимально возможное значение интенсивности в данной установке – 4 отн. ед.). В этом случае фурье преобразование не даст информации о толщине проволоки, обработку следует проводить по графику интенсивности. Рекомендуется для повышения точности обработки перейти в режим изменения масштаба по вертикальной оси (см. описание выше). Выберите масштаб таким, чтобы наблюдаемый на экране монитора график напоминал дифракционную картину на одной щели (почему?). Зарисуйте (или сделайте фото) картины в таком масштабе, который позволит оценить толщину проволоки. Полученное в ходе обработки значение толщины проволоки занести в тетрадь.

### *Обработка результатов*

Сравните экспериментальные результаты, полученных при дифракции на проволоке, с распределением интенсивности при дифракции на щели, полученным в первом упражнении.

**Примечание.** На установке имеется дополнительный объект, в который можно закрепить собственный волос. Измерив дифракционную картину на нем, можно найти его толщину.

### Контрольные задания и вопросы

1. Сформулируйте принцип Гюйгенса–Френеля?
2. Объясните на основе принципа Гюйгенса–Френеля, почему при дифракции на одной щели существуют углы дифракции, для которых интенсивность света равна нулю? Получите выражение для определения значений таких углов.
3. Как по виду дифракционной картины от объекта, содержащего несколько щелей, определить количество щелей?
4. Как по виду дифракционной картины от объекта, содержащего несколько щелей, определить отношение  $d/b$ ?
5. Как соотносятся координаты минимумов и максимумов двух дифракционных картин: от щели и от проволоки одинакового размера? Почему?
6. Какой вид имеет фурье-преобразование от интенсивности дифракционной картины от одной щели?
7. Как строится векторная диаграмма при дифракции Фраунгофера на одной щели? Как она изменяется при изменении угла дифракции  $\phi$ ?
8. Как построить векторную диаграмму при дифракции Фраунгофера на нескольких щелях? Какой вид имеет векторная диаграмма для направлений на главные интерференционные максимумы и добавочные интерференционные минимумы?

### Литература

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970, гл.8, стр.404–470.
2. Матвеев А.Н. Оптика. М.: Высшая школа, 1985, §33.
3. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976, гл. VII, стр.150–172.
4. Бутиков Е.И. Оптика. С-Пб.: Невский диалект, 2003, §6.3

### Приложение 1

#### Вывод формулы для дифракции Фраунгофера на одной щели через векторную диаграмму.

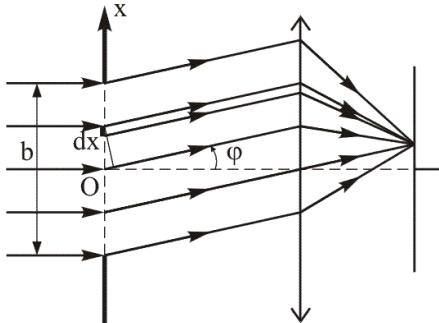


Рис. П.1. Наблюдение дифракции Фраунгофера на щели.

Дифракцию Фраунгофера наблюдают на экране, расположеннном в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной за препятствием (рис. П.1.). Разобъем пространство щели на  $N$  элементарных длинных полосок одинаковой ширины

$$dx = b/N.$$

Каждая такая полоска может рассматриваться как источник вторичных цилиндрических волн.

В точке наблюдения возмущение от  $i$ -ой полоски будем характеризовать комплексным вектором  $dA_i$ , длина которого пропорциональна произведению амплитуды падающей волны на ширину полоски  $dx$ . Разность фаз  $d\psi$  между волнами, излучаемыми соседними полосками под углом  $\varphi$  к направлению падающей волны, будет равна

$$d\psi = k \cdot dx \cdot \sin \varphi.$$

Комплексная амплитуда поля  $A(\varphi)$  равна сумме соответствующих векторов:

$$A(\varphi) = \sum_{i=1}^N dA_i.$$

В центр дифракционной картины ( $\varphi=0$ ) все вторичные волны приходят в одной фазе (векторная диаграмма представлена на рис. П.2, а), причем длина получившегося вектора  $A_0$  пропорциональна ширине щели  $b$ . Для угла дифракции  $\varphi$  каждый из одинаковых по длине векторов  $dA_i$  будет повернут относительно предыдущего вектора на один и тот же угол  $d\psi$ . В результате получившаяся цепочка векторов образует дугу окружности, длина которой примерно равна  $A_0$ , а угол между крайними векторами равен  $\psi = k \cdot b \cdot \sin \varphi$ . Вектор-хорда, стягивающая получившуюся дугу, и будет характеризовать комплексную амплитуду поля  $A(\varphi)$ .

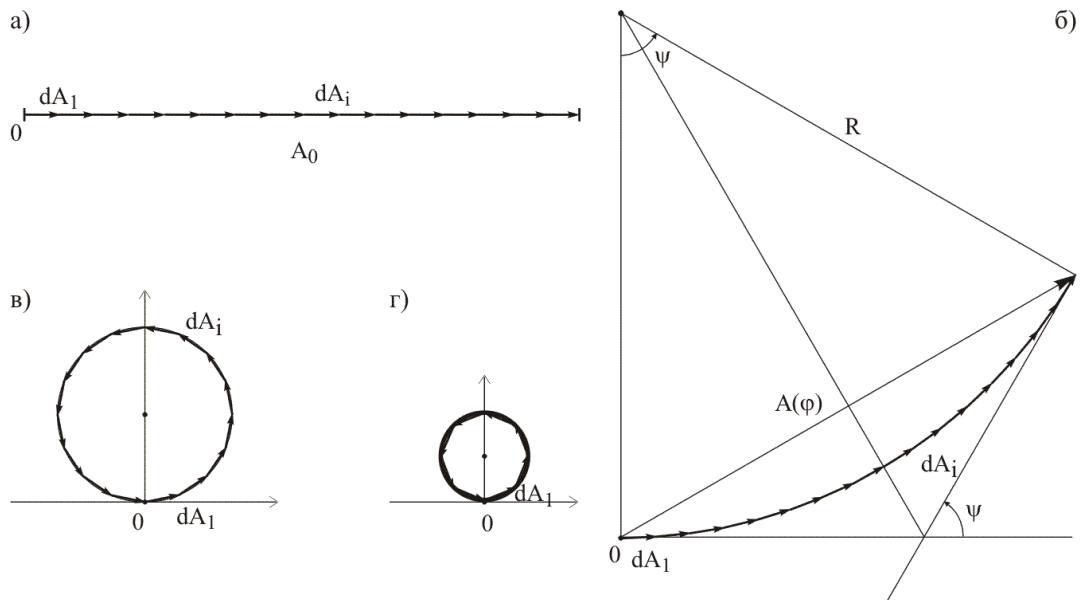


Рис. П.2. Векторные диаграммы: *а* – для центра дифракционной картины ( $\varphi=0$ ), *б* – для угла дифракции  $\varphi$ , *в, г* – для направления  $\varphi_m$  на дифракционные минимумы 1-го и 2-го порядков.

Из рис. П.2, б несложно получить выражение для амплитуды:

$$A(\varphi) = 2R \cdot \sin\left(\frac{\psi}{2}\right),$$

где  $R$  – радиус кривизны дуги. Так как длина дуги равна  $A_0$ , то

$$A(\varphi) = 2 \frac{A_0}{\psi} \cdot \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) = A_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}{\frac{\psi}{2}} = A_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{kb \sin \varphi}{2}\right)}{\frac{kb \sin \varphi}{2}}.$$

Интенсивность  $I(\varphi)$  будет изменяться по закону:

$$I(\varphi) = I_0 \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{kb \sin \varphi}{2}\right)}{\frac{kb \sin \varphi}{2}} \right)^2,$$

где интенсивность  $I_0$  в центре дифракционной картины пропорциональна квадрату ширины щели. График зависимости показан на рис. П.3.

Для направлений  $\varphi_m$  на дифракционные минимумы  $m$ -го порядка, для которых  $A(\varphi_m)=0$ , дуга фиксированной длины  $A_0$  будет замыкаться в окружность после  $m$  оборотов, при этом разность фаз между волнами, идущими от крайних точек щели, равна  $\psi_m = 2\pi m$  (рис. П.2, в, г). Отсюда получаем условие для дифракционных минимумов:

$$\sin \varphi_m = \frac{2\pi m}{kb} = m \frac{\lambda}{b}.$$

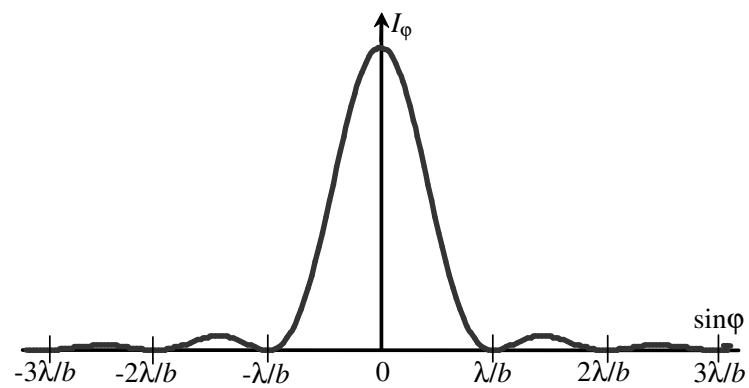


Рис. П.3. Зависимость интенсивности  $I(\sin\phi)$  при дифракции Фраунгофера на щели.

Можно дать и такое объяснение появления дифракционных минимумов. Мысленно разобьем щель на две одинаковые половинки шириной  $b/2$  каждая. Тогда в направлении  $\varphi$  на первый дифракционный минимум для каждого вторичного источника из одной половины найдется второй источник из другой, смещенный на расстояние  $b/2$  от первого, излучение от которого будет приходить строго в противофазе. В результате суммарная амплитуда, излучаемая всеми вторичными источниками, будет равна нулю.