



---

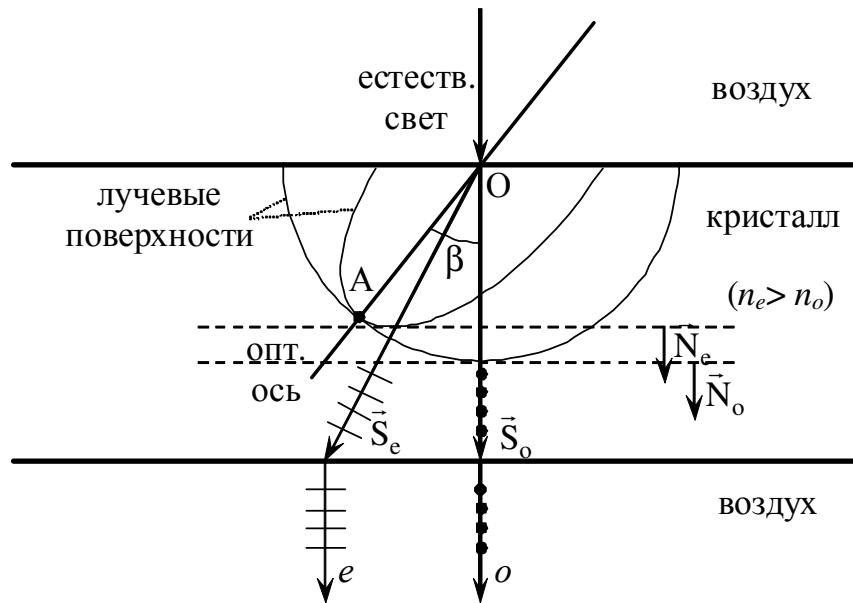
*Лабораторный практикум*  
по **ФИЗИКЕ**

---

**ОПТИКА**

Задача № 142

**Изучение двойного лучепреломления при распространении света в одноосных анизотропных кристаллах.**



МОСКВА 2011

## Задача №142

**Цель работы.** Изучение двойного лучепреломления при распространении света в одноосных анизотропных кристаллах.

**Идея эксперимента.** Излучение от лампы накаливания, линейно поляризованное при отражении, проходит через анизотропные объекты (кристалл исландского шпата, кварцевые пластинки и клин). Наблюдая через анализатор за изменением цветовой окраски, можно определить характеристики объектов и излучения.

**Теория.****О поляризации электромагнитных волн.**

Из электромагнитной теории света, базирующейся на системе уравнений Максвелла, следует, что световые волны поперечны. Это означает, что в распространяющейся в вакууме или изотропной среде бегущей электромагнитной волне в любой момент времени и в любой точке пространства вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и магнитного поля  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  образуют с волновым вектором  $\mathbf{k}$  правую тройку векторов (рис. 1). В общем случае, если в некоторой точке задано направление распространения волны (вектор  $\mathbf{k}$ ), то в плоскости, ортогональной к  $\mathbf{k}$ , могут присутствовать все возможные направления колебаний взаимно перпендикулярных векторов<sup>1</sup>  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ . Если направление и величина  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  хаотически изменяются с течением времени, то такой свет принято называть *естественным* (пример: излучение обычной электрической лампочки). На рис. 2 приведены «мгновенные фотографии» вектора  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  естественного света в т.А, сделанные в разные моменты времени. Отметим, что при этом  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  всегда остается в плоскости, перпендикулярной к  $\mathbf{k}$ .

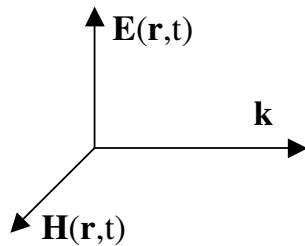


Рис.1. Взаимное расположение векторов в бегущей электромагнитной волне

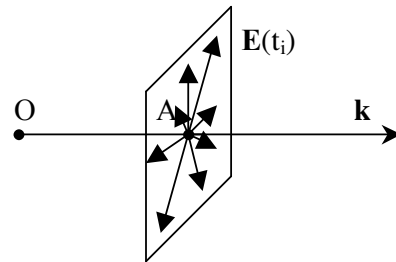


Рис. 2. Поведение вектора  $\mathbf{E}(t)$  в естественном свете (O-источник света).

Однако поведение вектора  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  можно определенным образом упорядочить. Пусть, например, луч естественного света падает из вакуума на плоскую границу раздела с диэлектриком таким образом, чтобы угол падения  $\theta$  и показатель преломления диэлектрика  $n$  были связаны соотношением (рис. 3):

$$\operatorname{tg}\theta = n.$$

<sup>1</sup> Так как векторы напряженностей электрического и магнитного полей в бегущей волне однозначно связаны друг с другом, в дальнейшем речь будет идти только о векторе  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ .

В этом случае в отраженном свете будет присутствовать только одно направление колебания  $\mathbf{E}_{\text{отр}}(\mathbf{r}, t)$ : перпендикулярно к плоскости падения, образованной падающим лучом и нормалью к поверхности в точке падения. Угол  $\theta$  называют *углом Брюстера*, или углом полной поляризации отраженного света (подробнее см. в литературе).

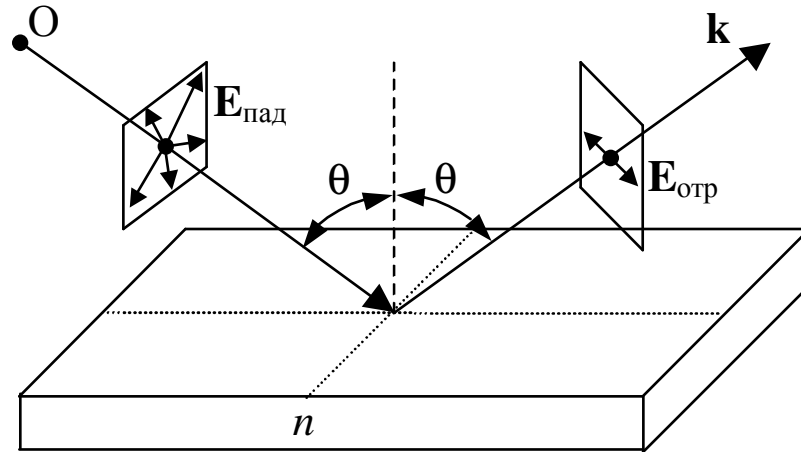


Рис. 3. Поляризация света при отражении от пластины диэлектрика под углом Брюстера.

Волна, в каждой точке которой конец вектора  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  движется вдоль прямой линии, перпендикулярной к  $\mathbf{k}$ , называют *линейно поляризованной*, или *плоско поляризованной*. Плоскость, образованную векторами  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и  $\mathbf{k}$ , называют *плоскостью поляризации*.

Существуют различные поляризационные приспособления, или *поляризаторы*, для получения линейно поляризованного света из естественного. В основе работы этих приборов лежат следующие физические явления: двойное лучепреломление, дихроизм (дихроичное поглощение), отражение и рассеяние света. В последнее время в поляризационных измерениях используются в основном поляризаторы, работа которых основана на первых двух оптических явлениях. В частности, широко распространена так называемая призма Николя, сделанная особым образом из анизотропного кристалла исландского шпата. Направляя на нее пучок естественного света, на выходе получают линейно поляризованный свет. Часто в качестве поляризаторов используются пленочные (дихроичные) поляроиды. Они представляют собой растянутые полимерные пленки, у которых поглощение света зависит от направления колебаний вектора  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ . Эти полимерные материалы практически полностью пропускают одну из компонент поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  в волне и поглощают перпендикулярную к ней компоненту. В результате после прохождения через поляроид излучение линейно поляризовано в плоскости пропускания поляроида, а его интенсивность примерно в два раза меньше исходной.

Пусть пучок естественного света интенсивностью  $I_0$  проходит последовательно через два поляроида – П и А (рис. 4), угол между плоскостями пропускания которых равен  $\alpha$ . Найдем зависимость интенсивности прошедшего света  $I(\alpha)$  от  $\alpha$ . Так как в естественном свете

присутствуют все возможные направления колебаний вектора  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ , то после прохождения первого поляроида  $\Pi$ , называемого в этом случае *поляризатором*, излучение станет линейно поляризованным с интенсивностью  $I_1 = I_0/2$ . Плоскость пропускания второго поляроида  $A$  (называемого *анализатором*) повернута на угол  $\alpha$  относительно плоскости поляризации падающей на него волны, поэтому через него пройдет только соответствующая компонента вектора  $E_2 = E_1 \cdot \cos \alpha$ .

Так как интенсивность  $I \sim E^2$ , то в результате получим:

$$I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \alpha$$

Данная зависимость носит название *закона Малюса*.

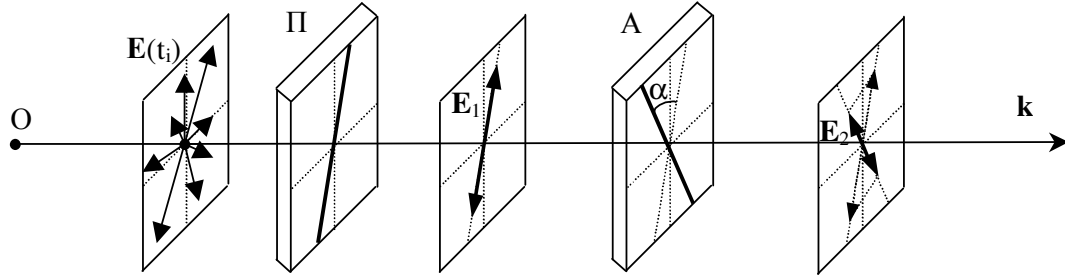


Рис. 4. Прохождение естественного света через поляризатор  $\Pi$  и анализатор  $A$  (плоскости пропускания  $\Pi$  и  $A$  выделены сплошными линиями)

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через систему  $\Pi + A$ , равна нулю, если  $\alpha = \pi/2$  (поляризатор и анализатор «скрещены»), и максимальна, если  $\alpha = 0$  (поляризатор и анализатор «параллельны»).

Если для световой волны задано направление распространения, то в общем случае ее можно представить как суперпозицию двух линейно поляризованных волн с взаимно перпендикулярными направлениями поляризации. Для естественного света характерно хаотическое изменение амплитуд и фаз каждой из этих волн. Если же амплитуды обеих волн постоянны, а частоты одинаковы, то в зависимости от разности фаз будут наблюдаться различные состояния поляризации волны – линейная, эллиптическая, круговая.

Пусть, к примеру, вдоль оси  $z$  распространяются две линейно поляризованные (вдоль осей  $x$  и  $y$ ) монохроматические волны:

$$E_x(z, t) = a \cdot \sin(\omega t - kz);$$

$$E_y(z, t) = b \cdot \sin(\omega t - kz + \varphi),$$

где  $a$  и  $b$  – амплитуды волн,  $\varphi$  – разность фаз между ними.

Поведение результирующего вектора  $\mathbf{E}(z, t)$  существенным образом зависит от значения  $\varphi$ . Если  $\varphi = 0$ , то обе компоненты будут изменяться синфазно, результирующая волна окажется также линейно поляризованной, причем тангенс угла между плоскостью поляризации и осью  $x$  будет равен  $b/a$  (рис. 5a). Если  $\varphi = \pi/2$ , то вектор  $\mathbf{E}(z, t)$  будет вращаться в плоскости  $xOy$  по часовой стрелке с угловой скоростью  $\omega$ , а его конец будет описывать эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ , ориентированными вдоль осей  $x$  и  $y$

соответственно (рис. 5б). Такую волну называют *эллиптически поляризованной*.

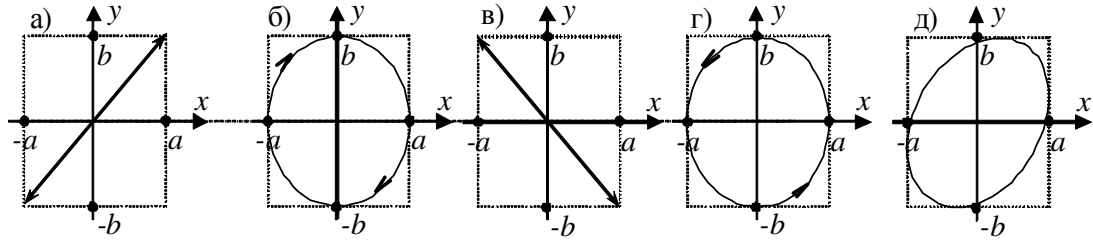


Рис. 5. Сложение двух волн, поляризованных вдоль осей  $x$  и  $y$  в зависимости от разности фаз:

а)  $\varphi = 0$ ; б)  $\varphi = \pi/2$ ; в)  $\varphi = \pi$ ; г)  $\varphi = 3\pi/2$  д)  $\varphi$  - произвольно.

На рис 5в-5г приведены случаи, когда  $\varphi = \pi$  и  $\varphi = 3\pi/2$  соответственно. В зависимости от направления вращения вектора  $\mathbf{E}(z, t)$  различают *право поляризованную* (по часовой стрелке, если смотреть навстречу волне, рис. 5б) и *лево поляризованную* (против часовой стрелки, рис. 5г) волны.

В общем случае произвольного значения разности фаз  $\varphi$  получается эллиптически поляризованная волна с всевозможными размерами полуосей эллипса, их ориентацией и направлением вращения вектора  $\mathbf{E}(z, t)$ . Но при этом эллипс обязательно вписан в прямоугольник размером  $2a$  на  $2b$  (рис. 5д).

Если  $a=b$  и  $\varphi = \pi/2$  или  $\varphi = 3\pi/2$ , то эллипс вырождается в окружность, и получившиеся волны называют *поляризованными по кругу*, или *циркулярно поляризованными*. При этом первая волна будет право поляризованной, вторая – лево поляризованной.

Для изменения состояния поляризации волны обычно используют анизотропные кристаллы.

### Анизотропные кристаллы.

Под оптической анизотропией понимают различие оптических свойств среды в зависимости от направления распространения в ней света и от поляризации этого света. Оптическая анизотропия проявляется, в частности, в двойном лучепреломлении света и во вращении плоскости поляризации.

Если анизотропный кристалл поместить в однородное электрическое поле (например, в заряженный конденсатор), то возникающая в кристалле поляризованность  $\vec{P}$  (и, следовательно, индукция  $\vec{D}$ ), вообще говоря, могут не совпадать по направлению с вектором  $\vec{E}$ . Можно выбрать систему координат такую, что связь между  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  запишется через тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_i$  в виде:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

Диагональные компоненты  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  тензора диэлектрической проницаемости называют его главными значениями или главными диэлектрическими проницаемостями анизотропной среды, а направления осей соответствующей системы координат – главными направлениями среды (кристалла). Таким образом, в общем случае векторы  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  не коллинеарны.

Как известно, в изотропной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  скорость  $v$  распространения электромагнитной волны одинакова по всем направлениям и равна

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} = \frac{c}{n},$$

где  $n = \sqrt{\epsilon}$  - показатель преломления среды. В анизотропной среде скорость волны будет зависеть и от направления распространения, и от состояния ее поляризации.

Пусть, к примеру, в кристалле вдоль главного направления, совпадающего с осью Oz, распространяется волна, поляризованная вдоль оси Ox, т.е. вектор  $\vec{E}$  имеет только одну ненулевую компоненту  $E_x$ . В соответствии с (1) для такой волны вектор  $\vec{D}$  будет сонаправлен с  $\vec{E}$ :

$$D_x = \epsilon_0 \epsilon_x E_x,$$

а ее скорость распространения равна

$$v_x = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_x}} = \frac{c}{n_x}.$$

Если в том же направлении будет распространяться волна, поляризованная вдоль оси Oy, то ее скорость будет равна  $v_y = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_y}} = \frac{c}{n_y}$ .

Если же плоскость поляризации волны образует с осью Ox некоторый угол  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , то ее представляют как суперпозицию двух линейно поляризованных (вдоль осей Ox и Oy) волн, каждая из которых распространяется со своей скоростью. Таким образом, в результате прохождения такой волны через анизотропный кристалл толщиной  $d$  между волнами, поляризованными во взаимно ортогональных направлениях, возникнет оптическая разность хода, равная

$$\Delta s = d \cdot (n_x - n_y),$$

Это приведет к появлению разности фаз, равной

$$\varphi = k \cdot \Delta s = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot (n_x - n_y),$$

и состояние поляризации волны может измениться (см. рис. 5).

Аналогичные рассуждения можно провести и для случаев распространения волны вдоль других главных направлений. Таким образом, в анизотропном кристалле существуют три скорости

$$v_x = \frac{c}{n_z}, \quad v_y = \frac{c}{n_y}, \quad v_z = \frac{c}{n_x}$$

называемые главными скоростями распространения волны (подчеркнем: это не проекции скорости на соответствующие оси, а скорости распространения волн, поляризованных в данных направлениях!!!).

Ситуация существенно усложняется, если волна распространяется в произвольном направлении, не совпадающем с главным. Прежде всего, отметим, что в кристалле возникают две разные скорости: фазовая (указывает направление распространения поверхности постоянной фазы - фронта волны) и лучевая (указывает направление распространения энергии). Фазовая скорость  $\vec{v}$  сонаправлена с волновым вектором  $\vec{k}$ , который образует правую тройку с векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{B}$  (рис. 6). Лучевая скорость  $\vec{u}$  сонаправлена с вектором Умова-Пойнтинга  $\vec{S}$ , который образует правую тройку с векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ . Угол  $\alpha$  между направлениями скоростей точно такой же, как и между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ .

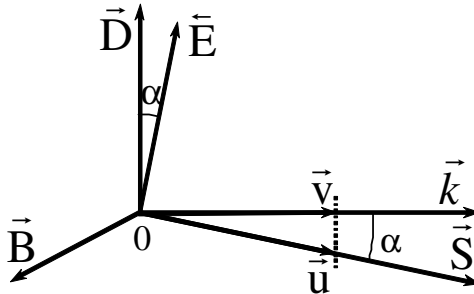


Рис. 6. Взаимная ориентация векторов при распространении световой волны в анизотропной среде

В произвольном случае пучок света, падающий на границу вакуум (воздух) – анизотропный кристалл, распадается на два пучка, поляризованных во взаимно-ортогональных направлениях. При этом каждый из них обладает своими фазовыми ( $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ ) и лучевыми ( $\vec{u}_1$  и  $\vec{u}_2$ ) скоростями, не совпадающими в общем случае по величине и направлению. Такое расщепление исходного пучка на два наблюдается даже в случае нормального падения на границу раздела. Это явление называют **двойным лучепреломлением**.

Можно показать, что если все три значения главных скоростей различны ( $v_x \neq v_y \neq v_z \neq v_x$ ), то что в таком кристалле существуют два направления, при распространении вдоль которых не происходит ни двулучепреломления, ни изменения состояния поляризации. Такие направления называются **оптическими осями** кристалла, а сам кристалл называется **двуосным**.

Если две главные скорости одинаковы (например,  $v_x \neq v_y = v_z$ ), то существует одно направление распространения (а именно ось Oх), для которого не происходит изменения состояния поляризации волны. Такой кристалл называется **одноосным**. В дальнейшем будем рассматривать только одноосные кристаллы.

В одноосном кристалле любом направлении, не совпадающем с оптической осью, могут распространяться две волны, поляризованные во взаимно ортогональных направлениях. Одна из них, называемая *обыкновенной*, независимо от направления распространяется с одной и той же скоростью  $v_o = v_y = v_z$ . Она поляризована перпендикулярно *плоскости главного сечения*, образованной оптической осью и направлением распространения.

Скорость распространения второй волны, называемой *необыкновенной*, зависит от направления распространения и лежит в диапазоне  $v_o$  до  $v_e = v_x$ . Если  $v_o < v_e$ , то кристалл называют отрицательным, если  $v_o > v_e$ , то положительным. Необыкновенная волна поляризована в плоскости главного сечения.

Рисунок 7 иллюстрирует двулучепреломление, возникающее при нормальном падении пучка естественного света на положительный анизотропный кристалл, оптическая ось которого образует угол  $\beta$  с нормалью к границе раздела. Данное построение носит название **построения Гюйгенса**. Отметим основные моменты данного построения (подробнее см. в литературе).

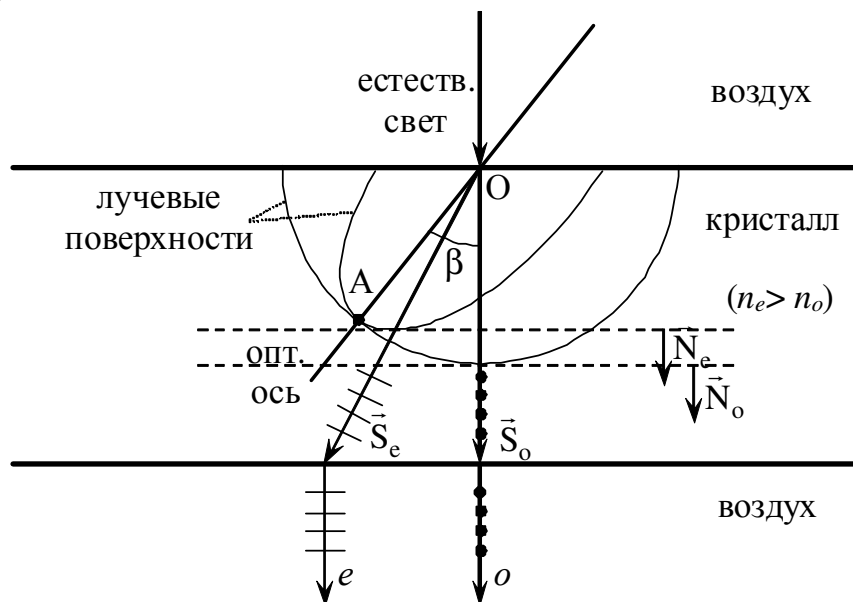


Рис. 7. Построение Гюйгенса для случая нормального падения пучка естественного света на положительный анизотропный кристалл.

Плоскость **главного сечения** кристалла, образованная падающим лучом и оптической осью, совпадает с плоскостью рисунка. Показанные на рисунке половинки окружности и эллипса есть **лучевые поверхности** для обыкновенной и необыкновенной волн, т.е. поверхности, до которых за малое время  $\Delta t$  дойдут соответствующие лучи, вышедшие из т.О. Эти лучевые поверхности соприкасаются в точке А, через которую проходит оптическая ось, так как скорости распространения обеих волн вдоль оптической оси одинаковы. Радиус окружности пропорционален скорости распространения  $v_o$  обыкновенной волны, одинаковой для всех



направлений. У эллипса малая полуось пропорциональна  $v_e$ , большая -  $v_o$  (кристалл положительный,  $v_o > v_e$ ).

Касательные к лучевым поверхностям, параллельные границе раздела (т.к. свет падает нормально), есть поверхности волнового фронта, нормали  $\vec{N}_o$  и  $\vec{N}_e$  к которым совпадают по направлению с соответствующими волновыми векторами  $\vec{k}_o$  и  $\vec{k}_e$ . Лучевые векторы  $\vec{S}_o$  и  $\vec{S}_e$  пойдут в кристалле от т.О через точки касания лучевых поверхностей и поверхностей волнового фронта. Обыкновенная волна поляризована перпендикулярно плоскости главного сечения (направление поляризации показано точками на луче  $\vec{S}_o$ ), необыкновенная волна поляризована в плоскости главного сечения (черточки на луче  $\vec{S}_e$ ). В результате из кристалла выйдут два параллельных луча, поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях. При этом обыкновенный луч будет продолжением падающего луча, а необыкновенный будет несколько смещен в сторону, причем в плоскости главного сечения.

Рассмотрим особенности распространения света в анизотропных пластинках одноосных кристаллов, у которых оптическая ось лежит в плоскости поверхности пластинки (говорят, что она вырезана параллельно оптической оси). Направим нормально к поверхности пластинки линейно поляризованную волну (на рис.8 свет распространяется вдоль оси Z, а оптическая ось совпадает с осью X). Пусть плоскость поляризации падающего света составляет угол  $\alpha$  с главным сечением кристалла — плоскостью XOZ (в данном случае угол  $\alpha$  — это угол между направлением поляризации волны и оптической осью кристалла). Будем считать, что угол  $\alpha$  меняется в пределах от  $-\pi/2$  до  $+\pi/2$ . Разложим падающую волну на две составляющие - для одной соответствующая компонента вектора  $E$  будет параллельна оптической оси, для другой - перпендикулярна (рис.8). Амплитуда колебаний поля для первой волны будет задаваться выражением  $a = |E_0| \cdot \cos\alpha$ , а для второй -  $b = |E_0| \cdot |\sin\alpha|$ . Таким образом, через кристалл в одном направлении, но с различной скоростью будут распространяться две волны, поляризованные во взаимно перпендикулярных (*главных*) направлениях.

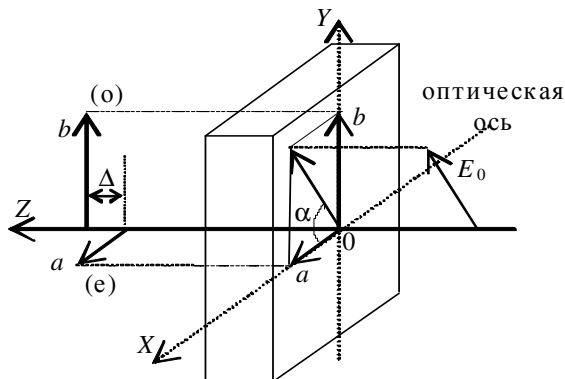


Рис.8. Прохождение линейно поляризованного света через кристалл.

В соответствии с вышесказанным, первая волна является необыкновенной (ее плоскость поляризации совпадает с главным сечением), а так как направление распространения волны перпендикулярно к оптической оси, то для нее показатель преломления будет равен  $n_e$ . Для второй волны - обыкновенной (ее плоскость поляризации перпендикулярна главному сечению) - показатель преломления равен  $n_o$ . Скорости распространения таких волн задаются формулами  $v_e = \frac{c}{n_e}$  и  $v_o = \frac{c}{n_o}$ . Если

толщина пластины равна  $d$ , то оптическая разность хода  $\Delta$  на выходе из пластины будет равна  $\Delta = (n_e - n_o)d$ , и, следовательно, разность фаз  $\delta$  между двумя волнами, поляризованными во взаимно перпендикулярных направлениях, после выхода из пластинки (в вакууме) будет равна  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o)d$ . При этом в отсутствии поглощения амплитуды каждой из волн останутся неизменными и равными  $a$  и  $b$ . Как следствие, неизменной останется и интенсивности прошедшего света, так как

$$I_{\text{прош}} = I_{\text{над}} \sim a^2 + b^2$$

и не зависит от разности фаз между волнами.

Пусть в качестве источника света используется лампа накаливания, в спектре излучения которой присутствуют все длины волн видимого диапазона. После прохождения пластинки для каждой из длин волн будет своя разность фаз и, как следствие, свое состояние поляризации. Однако интенсивность каждой спектральной компоненты останется такой же, и при наблюдении невооруженным глазом никаких изменений не будет видно. Изменения станут заметны только, если прошедшее через кристалл излучение пропустить через анализатор.

В **Приложении 1** решается задача нахождения интенсивности монохроматической волны, прошедшей через систему поляризатор  $\Pi$  - анизотропная пластина  $АП$  - анализатор  $A$  (рис. 9). Наибольший интерес представляют случаи, когда плоскости пропускания поляризатора и анализатора совпадают (параллельны):

$$I_{\text{парал}} = I_0 \cdot \left( 1 - \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right),$$

или перпендикулярны (скрещены):

$$I_{\text{скрещ}} = I_0 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2},$$

где  $I_0$  - интенсивность линейно поляризованной волны после прохождения поляризатора;

$\alpha$  - угол между плоскостью пропускания поляризатора и одним из главных направлений в пластинке;

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o)d$  - разность фаз, вносимая пластинкой.

Анализ формул показывает, что при  $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$  (плоскость пропускания поляризатора совпадает с одним из главных направлений в пластинке) для всех длин волн  $I_{\text{парал}} = I_0$  и  $I_{\text{скрещ}} = 0$ . Иными словами, пластинка не вносит никаких изменений в состояние поляризации, и в белом свете источника наблюдаемое поле будет равномерно освещено (при параллельных П и А) или полностью затемнено (при скрещенных П и А).

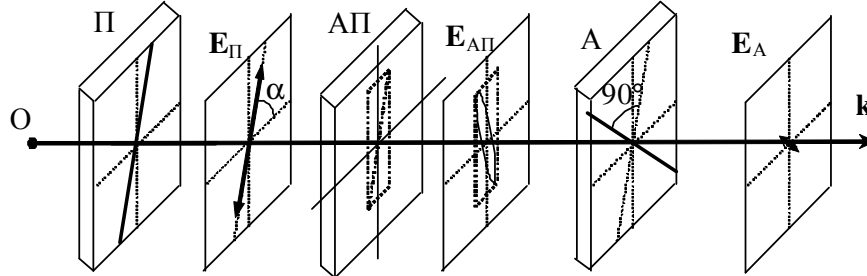


Рис. 9. Прохождение естественного света через поляризатор П, анизотропную пластинку АП и анализатор А (П и А скрещены)

Наибольший эффект от присутствия пластинки между П и А будет наблюдаться при,  $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$  (плоскости пропускания поляризатора и анализатора делят прямой угол между главными направлениями пластинке пополам). В этом случае

$$I_{\text{парал}}\left(\alpha = \frac{\pi}{4}\right) = I_0 \cdot \left(1 - \sin^2 \frac{\delta}{2}\right),$$

$$I_{\text{скрещ}}\left(\alpha = \frac{\pi}{4}\right) = I_0 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

В белом свете источника окраска прошедшего через систему излучения будет зависеть от разности фаз  $\delta$ . Излучение на тех длинах волн, для которых  $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots, 2m\pi$ , будет полностью проходить в случае параллельных П и А, и полностью задерживаться скрещенными П и А. Напротив, на длинах волн, для которых  $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots, (2m + 1)\pi$ , излучение будет полностью проходить в случае скрещенных П и А, и полностью задерживаться для параллельных П и А. В итоге у пластинки появится окраска, зависящая от ее оптической толщины. Если толщина пластинки велика, то условие максимального пропускания будет выполнено для большого числа длин волн, в результате пластинка будет казаться белой. Поэтому явление интерференции поляризованного света наблюдают только при малой разности хода, т.е. в тонких пластинках.

Цвет пластинки, наблюдаемый при параллельных П и А, называют дополнительным по отношению к цвету, наблюдаемому при скрещенных П и А.

Будем вращать анизотропную пластинку, помещенную, например, между скрещенными П и А. За один полный оборот поле зрения будет полностью затемнено при четырех различных положениях пластинки

(почему?). Точно также четырежды за оборот окраска пластинки будет максимально интенсивной. Если провести те же наблюдения при параллельных П и А, то четырежды поле зрения будет максимально светлым, но без цветовой окраски. И четыре раза окраска будет максимально интенсивной, но другого (дополнительного) цвета.

Из оптических анизотропных материалов можно изготовить не только пластинку фиксированной толщины, но и клин, толщина  $h$  которого изменяется по линейному закону по мере удаления от острого ребра клина. При этом ребро клина параллельно одному из главных направлений кристалла. Поместим такой клин между скрещенными П и А и будем вращать его. Если использовать монохроматический источник света, то при определенных положениях клина на всем протяжении клина будут наблюдаться темные и светлые полосы, параллельные острому ребру клина и равноотстоящие друг от друга. Темные полосы наблюдаются в тех местах  $x_{темн}$  клина, в которых оптическая разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами кратна длине волны:

$$d(x_{темн}) \cdot |n_o - n_e| = m\lambda,$$

светлые – в местах  $x_{свет}$ , где выполнено условие:

$$d(x_{свет}) \cdot |n_o - n_e| = m\lambda + \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda.$$

Такие полосы называют полосами равной толщины.

В белом свете на клине будут наблюдаться цветные полосы, окраска которых будет изменяться с толщиной клина почти в той же последовательности, что и при наблюдении колец Ньютона. При вращении клина вокруг оси, совпадающей с направлением света, четырежды за один оборот поле зрения будет полностью затемнено. В этих положениях главные направления в анизотропном клине совпадают с направлениями пропускания П и А. Аналогичные рассуждения можно провести и в случае параллельных П и А.

По мере возрастания толщины клина его окраска в белом свете будет меняться, причем некоторые цвета будут периодически повторяться, например, фиолетовый, зеленый, красный. Поэтому, аналогично наблюдениям спектра излучения с помощью дифракционной решетки, спектры интерференции на клине разделяют на спектры первого, второго и последующих порядков. В малых порядках цвета очень яркие, им соответствуют определенные толщины клина, после третьего порядка цвета начинают бледнеть, и наиболее явно заметны только зеленый и красный. С ростом толщины клин становится практически бесцветным, что объясняется наложением в каждом месте большого числа цветов, дающих в совокупности белый цвет.

Рядом с установкой размещена цветная номограмма двулучепреломления при скрещенных П и А, позволяющая «расшифровать» наблюдаемые с помощью клина явления. Таблица раскрашена в соответствии с цветами, наблюдаемыми при помещении клина в скрещенных П и А. По

горизонтальной оси отложены величины разности хода  $\Delta s$  в нанометрах (миллимикронах), по вертикальной – толщины пластинки в миллиметрах (от 0 до 0,6 мм). Каждой разности хода соответствует своя интерференционная окраска. В нижней части номограммы указаны названия окрасок и порядок интерференции.

Так как зависимость между разностью хода  $\Delta s$ , толщиной пластинки  $d$  и разностью показателей преломления  $\Delta n = |n_o - n_e|$  линейная:

$$\Delta s = d \cdot |n_o - n_e| = d \cdot \Delta n, \quad (2)$$

то геометрическое место точек, характеризующих одно и то же значение  $\Delta n$ , есть прямая линия. Поэтому на номограмме нанесено семейство прямых линий, проходящих через начало координат, соответствующих различным значениям  $\Delta n$ . Значения  $\Delta n$  указаны на верхней и правой границах номограммы. Эти прямые позволяют, например, определить окраску пластины в скрещенных П и А, если известны ее толщина и  $\Delta n$ : это будет цвет точки пересечения горизонтальной линии соответствующей толщины и наклонной прямой соответствующей  $\Delta n$ .

Порядок работы с номограммой будет приведен ниже.

## Эксперимент

### Описание прибора.

Схематическое изображение установки приведено на рис.10. Источник света ИС (обычная лампа накаливания) расположен в непрозрачном кожухе, одна из стенок которого заменена на матовое стекло МС. Сам прибор размещен на невысокой подставке и представляет собой массивное горизонтальное основание, на котором укреплены две вертикальные стойки: короткая и длинная. Между ними на горизонтальной оси вращения (на рисунке не показана) установлена пластинка П из темного стекла. Рассеянное матовым стеклом излучение падает на пластинку и отражается от нее. Поворачивая пластинку относительно оси на небольшой угол, можно добиться того, чтобы отраженный от нее вертикально вверх пучок света оказался полностью поляризованным (когда угол падения равен углу Брюстера). Таким образом, пластинка играет роль поляризатора П.

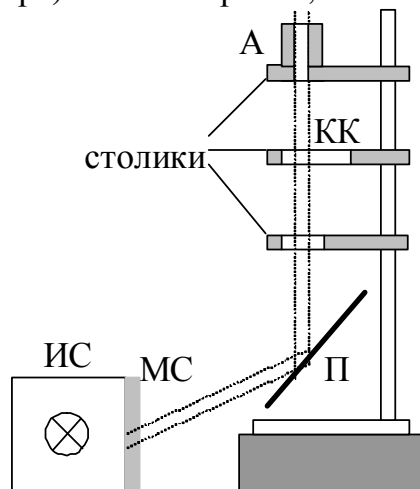


Рис. 10. Схема экспериментальной установки.

ИС – источник света;

МС – матовое стекло;

П – пластинка (поляризатор);

А – анализатор;

КК – кварцевый клин.

(для наглядности на рисунке вертикальная стойка смещена в сторону)

На длинной вертикальной стойке закреплены несколько столиков-платформ, на которых можно размещать различные объекты, используемые при выполнении задачи. Во всех столиках сделаны отверстия для прохождения отраженного от пластинки пучка  $\Pi$  поляризованного света. Вследствие малого размера этих отверстий пучок отраженного света можно считать параллельным. Столики при необходимости можно отводить в сторону, поворачивая их относительно стойки.

На нижний столик можно установить один из двух круглых металлических дисков, в центре которых сделаны небольшие отверстия различного диаметра. Они будут являться диафрагмами при исследовании двулучепреломления в кристалле исландского шпата. На этот же столик можно размещать тонкие кварцевые пластины различной толщины в круглых оправках.

На среднем столике установлен кварцевый клин в специальной оправе, позволяющей вращать его относительно вертикальной оси, совпадающей с осью пучка света.

На верхний столик можно установить либо анализатор  $A$ , либо кристалл исландского шпата. Оправы обоих объектов позволяют вращать их относительно вертикальной оси. При этом глазом наблюдается изменение интенсивности и окраски прошедшего света.

В комплект задачи входят четыре кварцевые пластины, при этом толщины двух из них заданы, а толщины двух других необходимо определить самостоятельно. На рабочем столе размещена цветная номограмма, использование которой и позволит найти толщину пластин (порядок работы с номограммой описан ниже).

Каждому студенту выдается специальный листок-задание (см. **Приложение 2**), который и будет отчетом о выполненной работе.

### **Выполнение эксперимента.**

#### 1. Проверка правильности ориентации пластинки $\Pi$ :

Если естественный свет падает на пластину под углом Брюстера, то отраженный свет должен быть полностью линейно поляризован.

Установить на верхний столик анализатор  $A$  (в настоящем варианте задачи – это тонкая пленка-поляроид, полностью поглощающая одну компоненту поля). Слегка наклоняя пластинку  $\Pi$  вокруг горизонтальной оси и вращая анализатор  $A$  вокруг вертикальной оси, найти такое их положение, при котором плоскость пластины  $\Pi$  при рассматривании через  $A$  будет максимально затемненной. Положение пластинки  $\Pi$  в дальнейшем не изменяется.

В листке-задании на схеме 1 отметить направление поляризации (направление колебаний вектора  $\vec{E}$ ) отраженного луча, написать выражение для угла Брюстера и его значение для стекла ( $n \approx 1,5$ ).

## 2. Изучение прохождения линейно поляризованного света через кристалл исландского шпата.

Установить на верхний столик оправу с вмонтированным кристаллом исландского шпата, а на нижний столик – диафрагму с небольшим отверстием. Линейно поляризованный пучок света, пройдя диафрагму и кристалл, расщепляется на два видимых световых пучка (обыкновенный и необыкновенный). Вращая кристалл на  $360^\circ$ , наблюдать изменение интенсивности и взаимного расположения этих пучков. По результатам наблюдений и теоретического анализа выполнить задание 2а) в листке-задании, указывая освещенность каждого из пучков и направление поляризации.

Заменяя диафрагму с меньшим отверстием на диафрагму с большим, провести аналогичные наблюдения и выполнить задание 2б) в листке-задании, обращая особое внимание на то, что освещенность общей части обоих изображений остается неизменной (почему?).

Выполнить задание 3 на листке задания (построение Гюйгенса). По результатам анализа необходимо уметь указать на схемах задания 2 направление оптической оси кристалла.

### 3. Определение толщины кварцевой пластины. Работа с номограммой.

Установить на верхний столик вместо оправы с кристаллом анализатор А и добиться максимального затемнения поля зрения. На нижний столик вместо диафрагмы поместить одну из квадратных кварцевых пластин в черной оправе, вырезанных параллельно оптической оси. Первоначально следует выбрать пластину известной (наименьшей) толщины.

Вращая пластину на  $360^\circ$ , следить за изменением интенсивности прошедшего света. Как отмечалось выше, поле зрения четыре раза будет максимально затемнено, и четыре раза будет иметь максимально интенсивную цветовую окраску (необходимо уметь объяснить наблюдаемые изменения).

Установить пластину в положение максимальной цветовой окраски. Найти по номограмме участок с точно таким же цветом. Он будет соответствовать определенному значению разности хода  $\Delta s_0$ , указанному на горизонтальной оси. Зная, что для кварца  $n_o - n_e = -0,009$  (кристалл отрицательный), по формуле

$$\Delta s = d \cdot |n_o - n_e| = d \cdot \Delta n, \quad (2)$$

рассчитать толщину  $d$  пластины. Также можно воспользоваться нанесенной на номограмму прямой линией, соответствующей величине  $\Delta n = 0,009$ . Толщина пластины определяется по координате точки пересечения данной прямой и «линии цвета» по вертикальной оси номограммы.

Сравнить полученный результат с заданным значением толщины.

### 4. Работа с кварцевым клином.

Поиск соответствующего цвета по номограмме часто затруднителен, т.к. могут существовать несколько участков с похожей окраской. Поэтому для

повышения точности можно воспользоваться кварцевым клином, помещенным между скрещенными П и А.

Снять со столика кварцевую пластинку. Повернуть столик с клином вокруг вертикальной стойки так, чтобы его центр совпал с осью светового пучка, и закрепить столик в этом положении на вертикальной стойке. Осторожно вращать за накатку подвижный диск столика с клином вокруг оси светового пучка до тех пор, пока цветная картина интерференционных полос на клине, видимая через анализатор А, не станет наиболее четкой. Сравнивая наблюдаемую картину с цветной номограммой и таблицей окраски клина, найти вершину клина. Обратит внимание, что порядок цветов, наблюдаемых при прохождении белого цвета через клин, в точности соответствует номограмме.

Выполнить задание 4 из листка задания, указав освещенность клина в зависимости от его положения как для скрещенных, так и для параллельных П и А.

Положить непосредственно на клин исследуемую кварцевую пластинку и вращать ее вокруг вертикальной оси, одновременно перемещая ее вдоль клина. При некотором положении пластины в поле зрения возникнет темная полоса. Это означает, что в этом месте толщины клина и пластины будут одинаковыми, но угол между их оптическими осями будет равен 90 градусов. Т.е. и клин, и пластина будут вносить одинаковые по модулю, но разные по знаку разности хода, в итоге суммарная разность хода окажется нулевой. Именно в этом месте и будет наблюдаться темная полоса, так как П и А скрещены.

Цветовая окраска системы клин+пластина окажется симметричной относительно черной полосы и будет соответствовать цветам номограммы. В частности, с обеих сторон от темной полосы окажутся светлые полосы.

Для дополнительной проверки правильности нахождения темной полосы можно поступить следующим образом. Повернуть анализатор на 90 градусов, чтобы П и А стали параллельными. Если при этом темная полоса станет светлой, и светлые – темными, то положение найдено верно.

Вновь вернуться к скрещенным П и А и чуть сместить в сторону кварцевую пластинку так, чтобы была видна окраска клина без пластины в том месте, где находится темная полоса. Так как цвета клина в точности соответствуют номограмме, то найти «правильную» окраску пластины гораздо легче. Воспользовавшись указаниями п.4, по формуле (2) рассчитать толщину пластины.

#### 5. Определение неизвестных толщин кварцевых пластин с помощью кварцевого клина и номограммы.

Взять кварцевую пластину неизвестной толщины и, используя методику, изложенную в пунктах 3 и 4, определить ее.

Как отмечалось выше, значения толщин, указанные на вертикальной оси номограммы, лежат в пределах от нуля до 0,6 мм. Некоторые из используемых пластин имеют большую толщину, поэтому использование нанесенной на номограмму прямой, соответствующей  $\Delta n = 0,009$ , не



позволит ее определить. В этом случае можно применить следующую методику.

В соответствии с формулой (2) разность хода  $\Delta s$  между обыкновенной и необыкновенной волнами равна произведению разности показателей преломления на толщину пластины. Поэтому на номограмме можно взять прямую, соответствующую, например, в два раза большей разности показателей преломления:

$$\Delta n' = 2 \cdot \Delta n = 0,018.$$

Если теперь найти точку пересечения этой прямой с «линией цвета», то можно определить «толщину пластины», которая, как нетрудно сообразить, в таком случае будет в два раза меньше истинной.

Аналогично можно использовать и другие прямые на номограмме.

По описанной выше методике определить толщины всех пластин, используемых на установке. Результаты занести в листок-задание.

6. Провести качественные наблюдения интерференционных окрасок других кристаллооптических объектов: тюльпана и ромбов. Для этого поместить их на столик прибора и наблюдать через анализатор А. Дать объяснения изменениям окраски объектов.

### Литература.

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Физматлит, 2003. Главы XVII и XXVI.
2. Бутиков Е.И. Оптика. – СПб.: Невский диалект, 2003. §1.2, 4.1-4.4.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М.: Наука, 1985. Глава VII.

### Контрольные вопросы и задания.

1. Чем отличаются естественный свет, линейно поляризованный и эллиптически поляризованный?
2. Как из естественного света получить линейно поляризованный, а из линейно поляризованного - эллиптически поляризованный?
3. В чем состоит явление двойного лучепреломления?
4. Какие кристаллы называют анизотропными? Как объяснить причины возникновения оптической анизотропии?
5. Чем отличаются одноосный и двуосный кристаллы?
6. Какие волны называют обыкновенной и необыкновенной?
7. Объясните с помощью построения Гюйгенса возникновение двойного лучепреломления при нормальном падении светового пучка на границу раздела. Нарушается ли при этом закон преломления?
8. Как изменяется интенсивность света при прохождении через анизотропный кристалл?
9. Что такое оптическая ось, плоскость главного сечения, главные скорости?

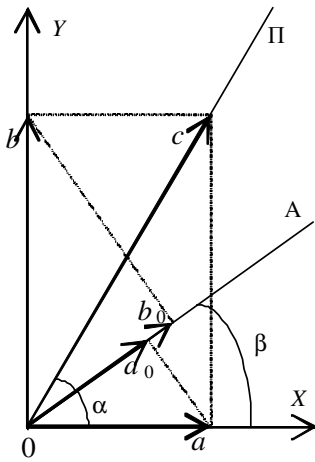
**Приложение 1.****Прохождение излучения через систему поляризатор-анизотропная пластинка-анализатор**

Рис.11.

Рассмотрим подробно случай, когда двулучепреломляющая пластинка расположена между поляризатором П и анализатором А. На рис.11 плоскость чертежа перпендикулярна к падающему пучку света. Пусть оптическая ось кристалла ориентирована вдоль оси X, плоскость поляризации падающего пучка (обозначена ПО), задаваемая поляризатором, образует с осью X угол  $\alpha$ , а плоскость пропускания анализатора (обозначена АО) — угол  $\beta$ . Пусть амплитуда падающей волны равна  $c$ , тогда соответствующие амплитуды необыкновенной (ориентирована вдоль оси X) и обыкновенно (ориентирована вдоль оси Y) волн будут соответственно  $a = c \cdot \cos\alpha$  и  $b = c \cdot \sin\alpha$ .

После прохождения пластины амплитуды не изменятся, появится лишь разность фаз  $\delta$ . Анализатор пропустит лишь слагающие с колебаниями, направленными по АО, в результате их амплитуды будут равны

$$a_0 = c \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta,$$

$$b_0 = c \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta.$$

Эти две волны будут интерферировать, так как плоскости поляризации для них совпадают, в итоге для интенсивности результирующей волны можно записать:

$$I = a_0^2 + b_0^2 + 2a_0 \cdot b_0 \cdot \cos\delta =$$

$$= c^2 \cdot \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta + c^2 \cdot \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + 2c^2 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\delta$$

Заменяя  $\cos\delta = 1 - 2 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}$ , получим для интенсивности прошедшего света:

$$I = I_0 \left[ (\cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta)^2 - 4 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right] =$$

$$= I_0 \left[ \cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right].$$

Если  $\alpha - \beta = \pi/2$  (поляризатор и анализатор скрещены), то

$$I = I_0 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

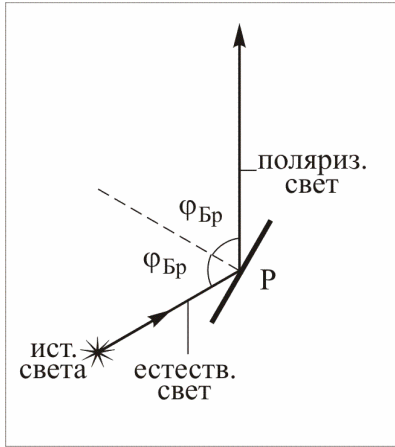
Если  $\alpha = \beta$  (поляризатор и анализатор параллельны), то

$$I = I_0 \cdot \left( 1 - \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right).$$

**Приложение 2.**

**Листок – задание к задаче 142.**

**Задание 1.**



Укажите на схеме направление поляризации луча, отраженного от пластины П под углом Брюстера (—••• или +++).

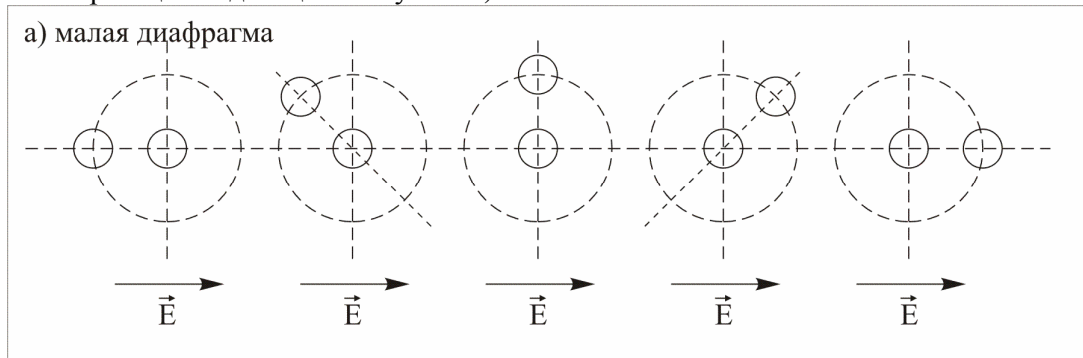
Напишите формулу зависимости угла Брюстера от показателя преломления  $n$  и рассчитайте его значение для стекла ( $n = 1,5$ ).

$$\varphi_{Br} = \quad = \quad (\text{при } n = 1,5)$$

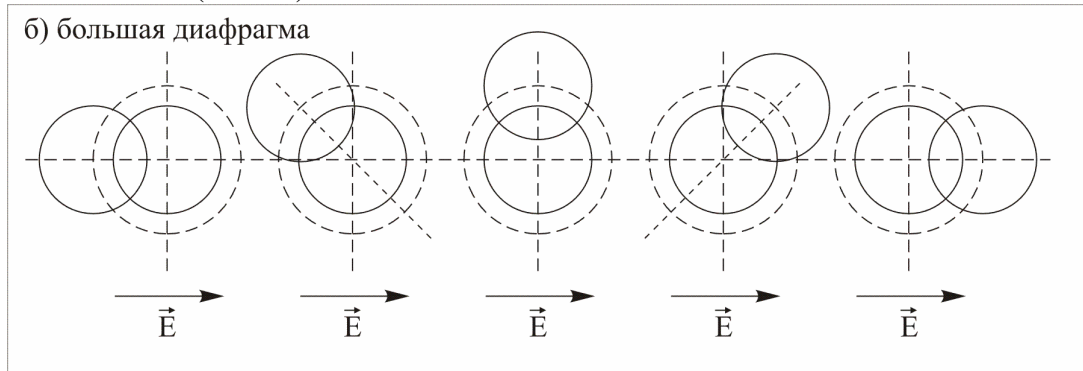
**Задание 2.**

Схема наблюдения прохождения поляризации излучения через кристалл исландского шпата.

( $\vec{E}$  – поляризация падающего излучения)

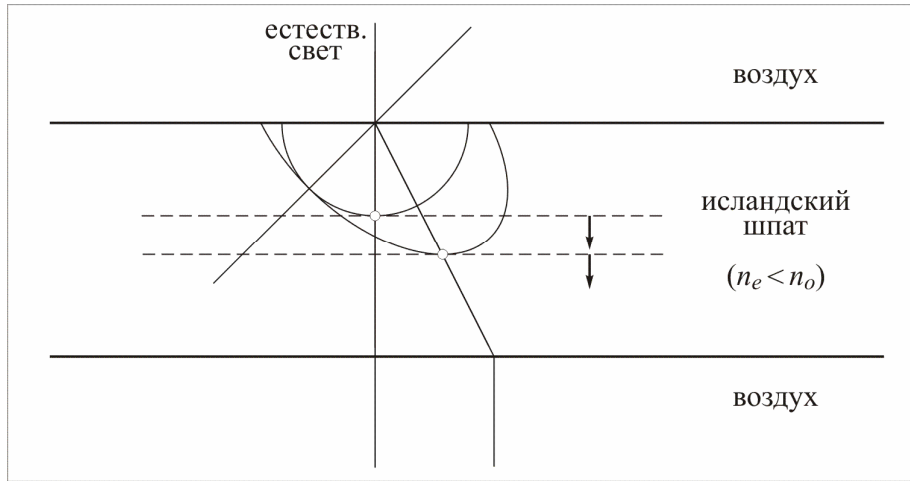


Укажите яркость каждого из пучков (● или ● или ○) и направление поляризации для них (напр. ↗ или ↔). Укажите какой из пучков является обыкновенным и необыкновенным ( $o$  или  $e$ ).



**Задание 3.**

**Построение Гюйгенса.**



Укажите на построении Гюйгенса для нормального падения естественного света на кристалл исландского шпата:

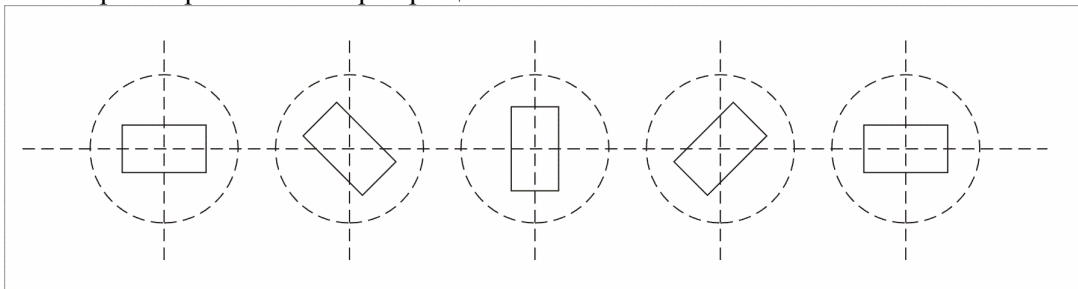
- 1) обыкновенный и необыкновенный лучи ( $o$  или  $e$ );
- 2) направление поляризации каждого из них ( $\bullet\text{---}\bullet\text{---}\bullet$  или  $\text{+++}$ );
- 3) оптическую ось кристалла;
- 4) векторы нормали в волновом фронте  $\vec{N}_o$  и  $\vec{N}_e$ ;
- 5) лучевые векторы  $\vec{S}_o$  и  $\vec{S}_e$ .

**Задание 4.**

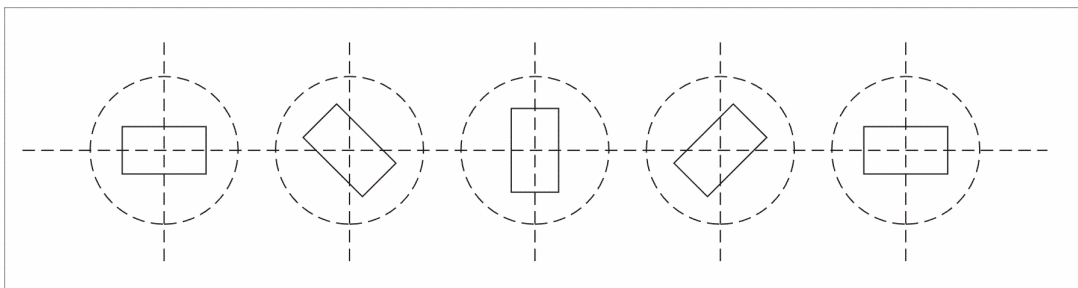
Клин между поляризатором П и анализатором А.

Укажите засветку клина (■ или □ или  $\frac{k \cdot \Phi_{к\Phi}}{2\pi \cdot 1\pi}$ ), его оптическую ось и острое ребро (□).

1. Поляризатор и анализатор скрещены  $P \perp A$  :



2. Поляризатор и анализатор параллельны  $P \parallel A$  :



Толщины кварцевых пластинок: