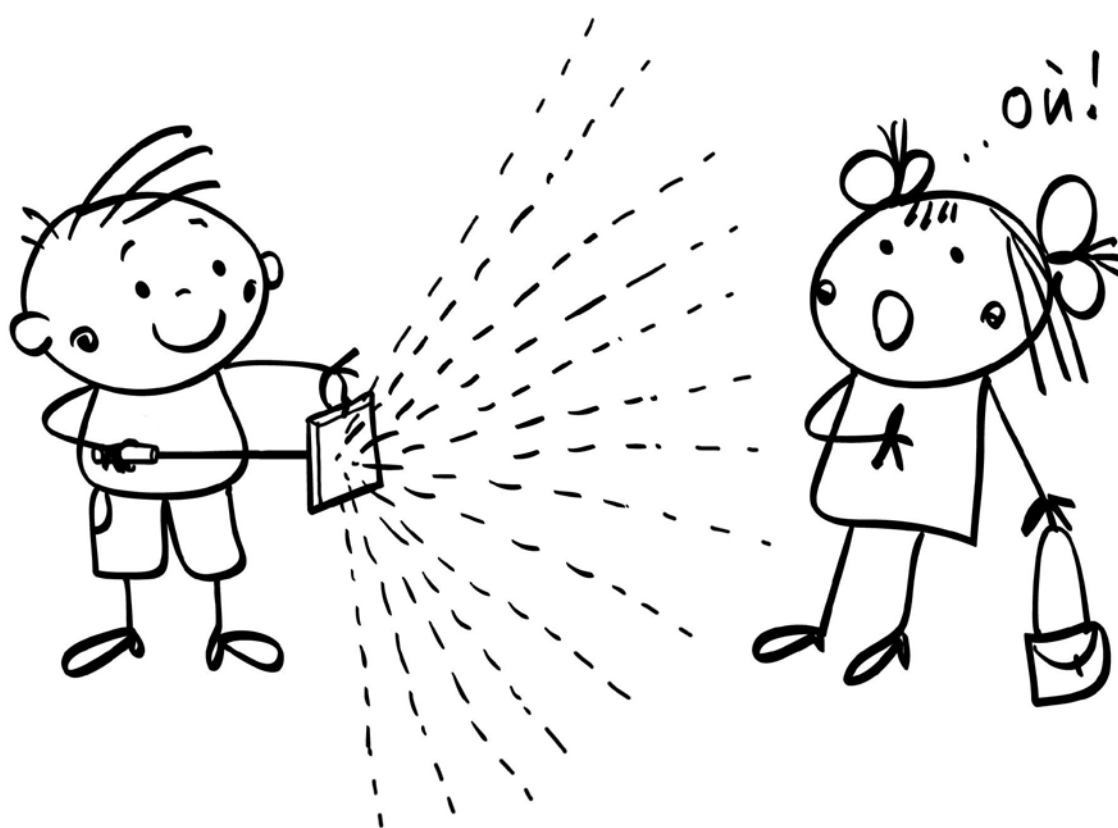


В.В.Попов

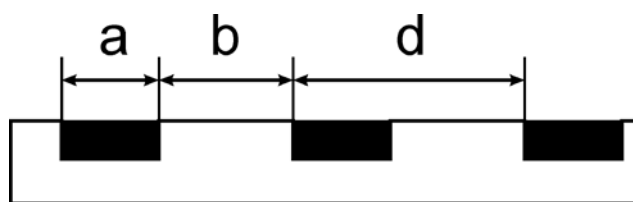
Как работает дифракционная решётка



Москва, 2019 г.

Дифракционная решетка

Амплитудной дифракционной решёткой (ДР) называют оптический элемент, состоящий из совокупности



расположенных на плоской поверхности параллельных прямоугольных прозрачных щелей одинаковой ширины b , разделенных непрозрачными участками шириной a . Сумму ширин прозрачного и непрозрачного участков называют периодом d .

В общем случае под ДР подразумевают любую двумерную структуру, если в одном определенном направлении оптические характеристики среды (пропускание, поглощение, отражение, коэффициент преломления и т.п.) изменяются периодически, а в перпендикулярном – остаются постоянными.

Именно *периодическая структура обуславливает основные функциональные свойства ДР*, главное из которых – отклонение падающего на нее луча света на разные углы в зависимости от длины волны излучения. Это свойство, в свою очередь, определяет наиболее частое применение ДР как главного элемента любого спектрального прибора, разделяющего пространственно излучение разных длин волн.

Рассмотрим принцип действия ДР на примере плоской амплитудной ДР.

В своем рассмотрении мы будем основываться на принципе Гюйгенса-Френеля, смысл которого состоит в следующих положениях:

1. При распространении электромагнитной (световой) волны каждая точка волнового фронта является источником вторичной сферической волны.

2. Результат совместного действия всех вторичных источников можно определить как сумму гармонических колебаний вида $A \cdot \cos(\omega \cdot T + \Phi)$, (где A – амплитуда электрического вектора E , ω – частота колебаний, T – время, Φ – некоторая начальная фаза одного колебания), или, другими словами, как интерференцию в данной точке пространства всех элементарных источников с поверхности волнового фронта.

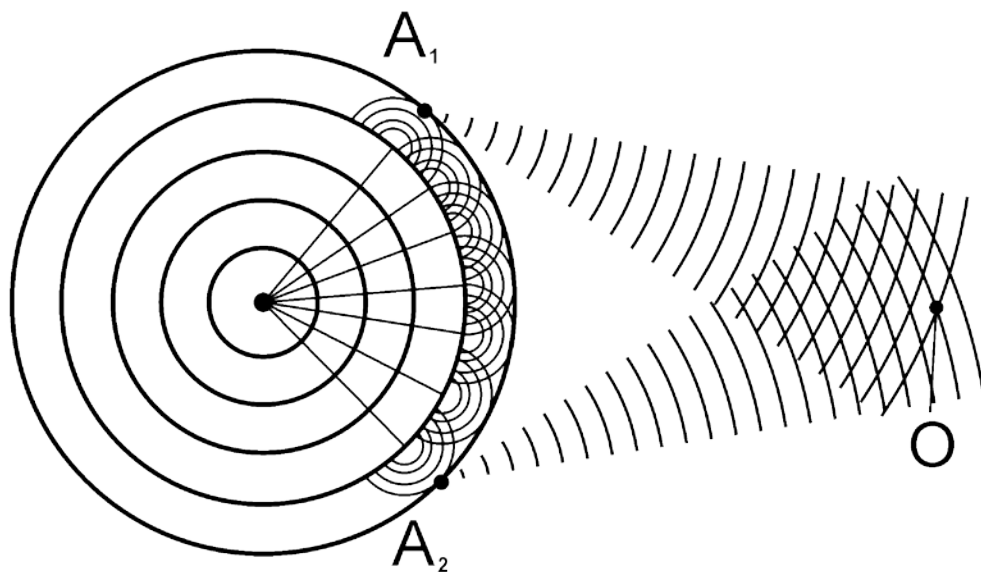


Рис. 1. Иллюстрация принципа Гюйгенса-Френеля.

Для понимания интерференции рассмотрим результат взаимодействия в точке O волн от двух точечных источников A_1 и A_2 .

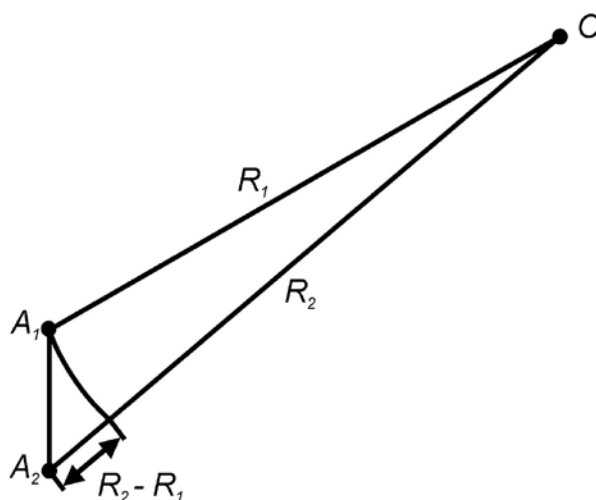


Рис. 2. Разность хода двух волн.

Пусть каждый источник создает электромагнитное поле, соответственно, вида $A_1 \cos(\omega \cdot T)$ и $A_2 \cos(\omega \cdot T)$, (т.е. исходно источники синфазны). В точке O мы будем наблюдать возмущение, обусловленное действием двух волн, причем результат их взаимодействия будет зависеть прежде всего от того, с какой разностью фаз приходят эти две волны. Если расстояния R_1 и R_2 равны, или их разность равна целому числу длин волн,

то они придут в одной фазе и амплитуды колебаний будут суммироваться и составят $A=A_1+A_2$. Если же разность фаз составит π (т.е. разность расстояний равна нечетному числу полуволин $(2m+1)\frac{\lambda}{2}$, то сумма амплитуд будет равна $A_1 - A_2$, а в случае $A_1=A_2$ станет равной 0.

В общем случае, используя теорему косинусов, легко получить формулу:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 A_2 \cos \Delta\Phi$$

где $\Delta\Phi = 2\pi \frac{\Delta R}{\lambda}$ – разность фаз двух колебаний.

В геометрии этой же формулой описывается результат сложения двух векторов, направленных под углом $\Delta\Phi$ друг к другу. По правилу треугольника, если к концу первого вектора A_1 приставить начало второго A_2 под углом $\Delta\Phi$, то их суммой будет вектор $\vec{B} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$.

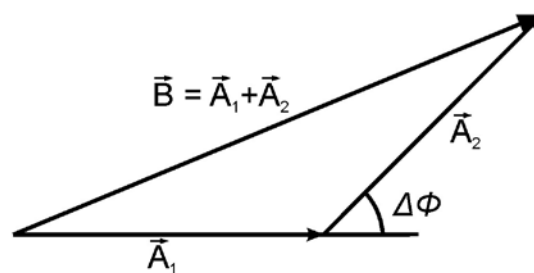


Рис.3. Сложение двух векторов.

Это дает возможность визуально интерпретировать сложение двух и более колебаний как сложение векторов и легко понимать принцип действия различных оптических элементов. **Такой подход получил название метода ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММ.** Попробуем применить его для понимания работы дифракционной решетки.

Дифракция на совокупности щелей

Еще раз подчеркнув, что основные свойства дифракционной решетки определяются ее периодической структурой, попытаемся найти их, не обращая внимания на конечный размер щелей. Представим себе «идеальную» амплитудную дифракционную решетку, состоящую из N одинаковых «очень узких» щелей, то есть, настолько узких, чтобы можно было пренебречь разностью оптического пути в любом направлении от противоположных

краев щели. Тогда каждую щель можно рассматривать как точечный источник элементарных сферических (хотя на самом деле, конечно, цилиндрических) волн, распространяющихся с одинаковой интенсивностью во всех направлениях. Расстояние между щелями, называемое периодом решетки, равно d , а ширина ее $L=Nd$.

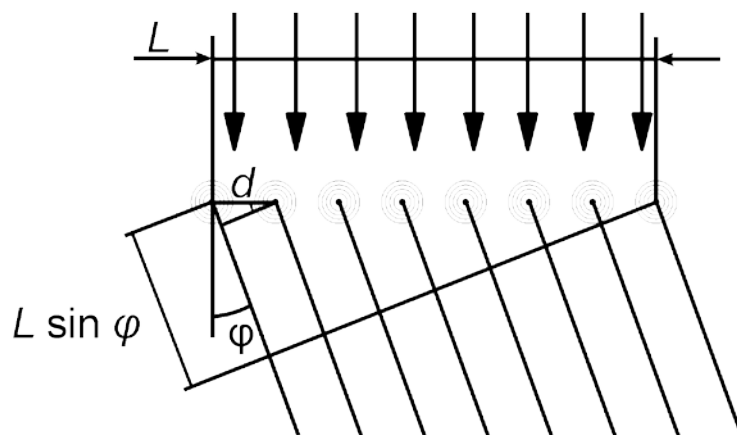


Рис.4. Дифракция точечных источников.

Пусть на решетку падает плоский волновой фронт излучения с длиной волны λ и, значит, все элементарные колебания изначально синфазны. Для того, чтобы воспользоваться методом векторных диаграмм, каждое колебание будем рассматривать как вектор длиной Δl , а результат интерференции всех колебаний в разных направлениях мы и должны рассчитать, учитывая разность фаз, т.е. углы между векторами.

Если рассматривать интерференцию в дальней зоне, то есть на расстояниях много больших, чем расстояние между щелями, то можно считать, что в направлении угла φ оптическая разность хода при переходе от одной щели к следующей меняется скачком на величину $d \sin \varphi$.

Для начала рассмотрим интерференцию всех колебаний в направлении, перпендикулярном плоскости щели, т.е. при угле дифракции 0.

Поскольку оптический путь от всех этих щелей до точки в плоскости наблюдения одинаков, разность фаз равна нулю. Поэтому суммарный вектор будет состоять из N векторов длиной Δl , расположенных в одном направлении. Соответственно, полная длина суммарного вектора A_1 будет $N\Delta l = l$. Это максимальное значение амплитуды, которое может получиться из сложения колебаний всех щелей, поэтому этот максимум называется **ГЛАВНЫМ МАКСИМУМОМ** нулевого порядка дифракционной решетки.

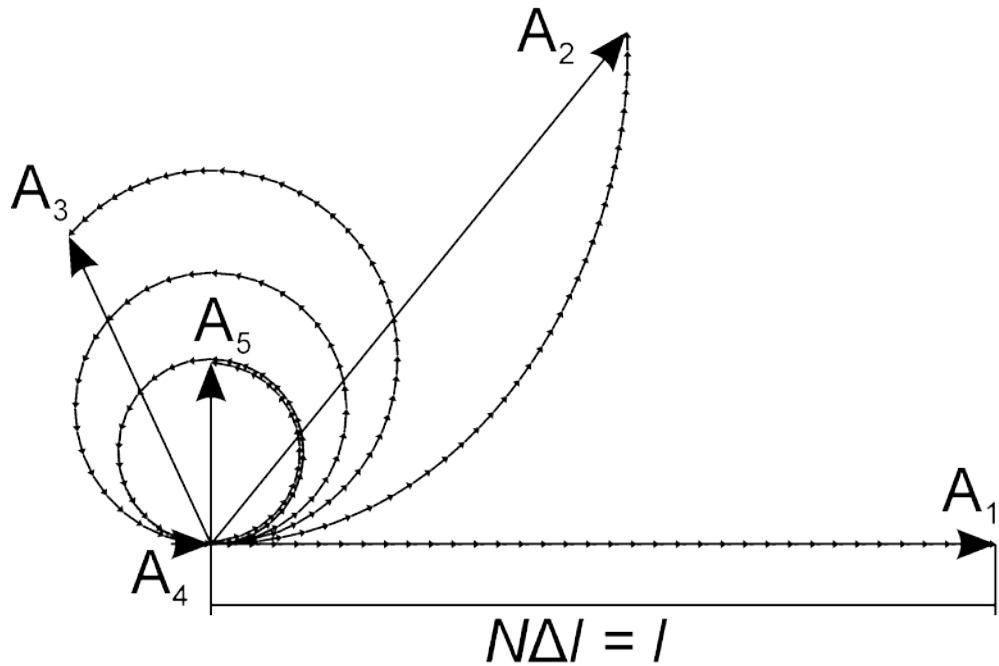


Рис.5. Сложение колебаний от «идеальных щелей».

Теперь рассмотрим дифракцию в направлении, отличном от 0 . Фазы колебаний от разных щелей будут уже различны, поскольку разность хода лучей, пришедших от соседних щелей, как нетрудно заметить из простой геометрии, составит величину $d \sin \varphi$. Соответственно, при суммировании элементарных векторов Δl каждый из них должен быть повернут относительно предыдущего на угол $2\pi \frac{d \sin \varphi}{\lambda}$. В результате все эти вектора расположатся на дуге окружности длиной l , а суммарный вектор будет равен длине хорды A_2 , соединяющей концы этой дуги.

При увеличении угла дифракции разность фаз между соседними щелями будет увеличиваться, и, соответственно, будут увеличиваться углы между соседними векторами и уменьшаться радиус окружности, на которой они лежат, а величина суммарного вектора будет монотонно уменьшаться (A_3) и, следовательно, будет уменьшаться интенсивность излучения. Так будет продолжаться до тех пор, пока дуга $N\Delta l$ не замкнется в окружность и длина суммарного вектора (и интенсивность!) не станет равной 0 (A_4). При этом конец вектора **последней** щели совпадет с началом вектора **первой**, угол между ними (разность фаз) составит величину 2π , а оптическая разность хода между первой и последней щелями – λ . Этот критический угол будет соответствовать условию $\sin \varphi = \frac{\lambda}{L}$.

Мы получили, что при увеличении угла наблюдения от 0 до $\sin \varphi = \frac{\lambda}{L}$ интенсивность дифрагировавшего излучения изменяется от максимума до нуля. Исходя из этой формулы, мы можем получить **угловую ширину главного максимума** (т.е. угловое расстояние между правым и левым нулями интенсивности), которая будет равна $\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{L}$ (учитывая, что при малых углах $\sin \varphi = \varphi$). **Угловая ширина главного максимума $\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{L}$ — одна из основных характеристик дифракционной решетки, определяющая ее разрешающую способность** (о чем пойдет речь ниже).

На первый взгляд, может показаться парадоксальным, что при синфазности лучей от разных краев решетки в результате мы получили полное гашение света. На самом деле ничего удивительного нет. Когда разность хода между крайними лучами составляет величину λ , то между крайним левым и средним лучами она будет равна $\lambda/2$, т.е. волны будут строго в противофазе, и лучи будут гасить друг друга. При сдвиге вправо на одну щель следующая пара лучей, находящихся на расстоянии $D/2$ также будет в противофазе, и т.д.

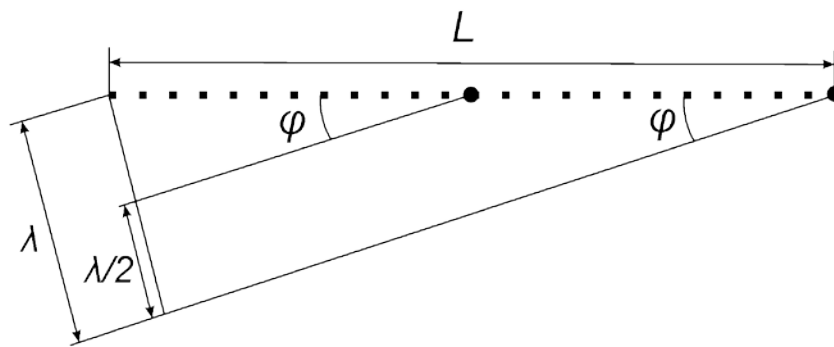


Рис.6. Попарное гашение лучей при $\sin \varphi = \frac{\lambda}{L}$.

Продолжим это рассмотрение при больших углах дифракции. При $\sin \varphi > \frac{\lambda}{L}$ радиус окружности, на которую «наматывается» вектор $N\Delta l$, продолжит уменьшаться, а суммарный вектор снова начнет расти до максимума A_5 , который наступит при $\sin \varphi = \frac{3\lambda}{L}$, а потом снова уменьшится до 0 при $\sin \varphi = \frac{2\lambda}{L}$. В результате мы получим ряд

максимумов (промежуточных), соответствующих разности хода между крайними волнами решетки в нечетное число длин полуволн, и минимумы (нули), когда разность хода составляет целое число длин волн. (Заметим в скобках, что нули интенсивности будут повторяться при углах, соответствующих $\sin \varphi = \frac{2\lambda}{L}, \frac{3\lambda}{L}, \frac{4\lambda}{L}$ и т.д., и, значит, угловая ширина каждого промежуточного максимума будет $\sin \varphi = \frac{\lambda}{L}$, т.е. составит ровно половину ширины главного максимума).

Из соотношения длины вектора $N\Delta l$, соответствующего суммарной амплитуде колебаний в нулевом главном максимуме, и длины суммарного вектора в первом промежуточном максимуме, которая равна $N\Delta l \cdot \frac{2}{3\pi}$, легко получить соотношение

амплитуд в нулевом и первом максимумах: $\frac{A_0}{A_1} = \frac{2}{3\pi}$, что равно примерно 0,21. Поскольку

интенсивность есть квадрат амплитуды, то, соответственно, соотношение интенсивностей составит 0,045. Остальные максимумы будут еще слабее. Этим и объясняется то, что, кроме главных максимумов, мы больше ничего не видим.

При дальнейшем увеличении угла наблюдения разность хода увеличивается и между соседними щелями, и при значениях $d \sin \varphi$ равных λ/m спираль будет превращаться в m – угольники со все меньшим числом углов и все уменьшающимся результирующим вектором. В какой-то момент мы дойдем до такого угла, при котором величина $d \sin \varphi$ станет равной $\lambda/2$. Это будет означать, что волны от соседних щелей приходят в точку наблюдения в противофазе (элементарные вектора Δl направлены в противоположные стороны) и в случае четного числа щелей суммой колебаний будет чистый ноль, а при нечетном числе щелей получим промежуточный максимум минимальной амплитуды, соответствующей амплитуде колебания от одной нескомпенсированной щели. Отношение амплитуд этого и главного максимума, очевидно, составит величину $1/N$, т.е. пренебрежимо малую, учитывая большое количество щелей решетки.

При последующем увеличении угла наблюдения углы между соседними векторами составят уже величину больше 180° , и, значит, наши многоугольники начнут раскручиваться, превращаясь опять в спираль и проходя симметрично такие же локальные максимумы и нули при углах, синус которых кратен λ/L , пока угол не станет таким, что $\sin \varphi = \frac{\lambda}{d}$. Разность хода между лучами из соседних щелей станет равной λ , а разность фаз 2π . Все вектора снова вытянутся в прямую длиной $N\Delta l = l$, а интенсивность будет

максимальной, как при угле 0° . Это будет **ПЕРВЫЙ ГЛАВНЫЙ МАКСИМУМ** или **ПЕРВЫЙ ПОРЯДОК ДИФРАКЦИИ**.

Для наглядности мы можем изобразить соответствие параметра $\sin \varphi = \frac{\lambda}{L}$ нулям и максимумам интенсивности:

$$\begin{array}{ccccccc} \sin \varphi = & 0, & \frac{\lambda}{L}, & \frac{2\lambda}{L}, & \frac{3\lambda}{L}, & \dots & \frac{(N-1)\lambda}{L}, & \frac{N\lambda}{L} = \frac{\lambda}{d} \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ & \text{Max} & 0 & 0 & 0 & & 0 & \text{Max} \end{array}$$

При дальнейшем увеличении угла наблюдения картина будет неоднократно повторяться: главные максимумы будут наблюдаться при углах, соответствующих $\sin \varphi = \pm k \frac{\lambda}{d}$, а между ними будут практически неразличимые ввиду малой интенсивности промежуточные максимумы.

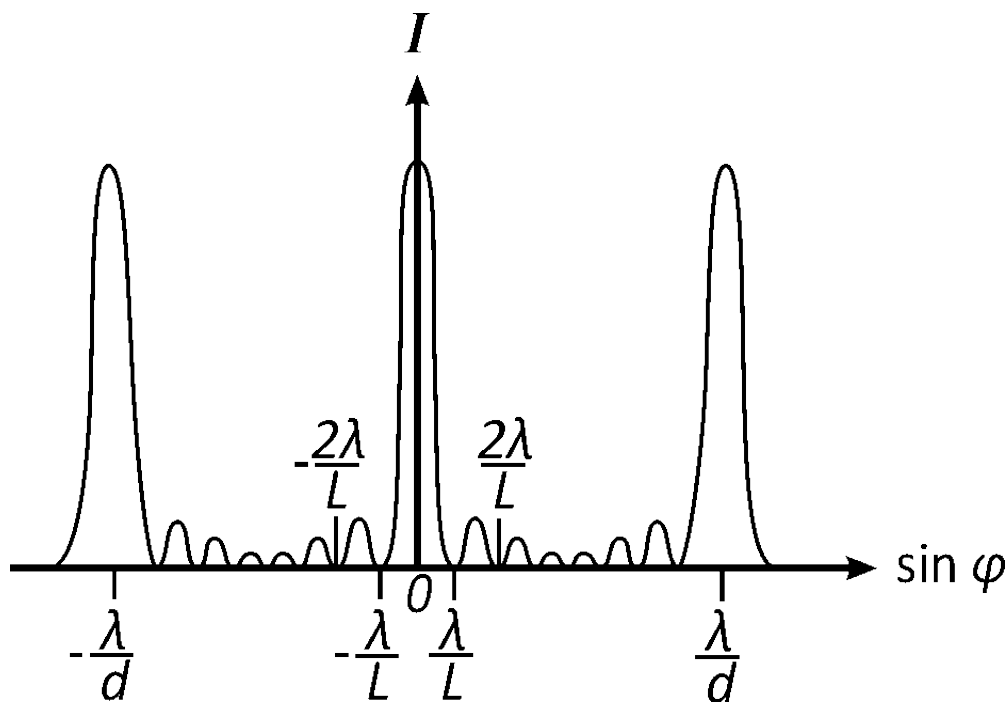


Рис.7. Угловое распределение интенсивности в «идеальной» решетке. (Для наглядности высоты промежуточных максимумов значительно преувеличены).

Всего между главными максимумами будет $N-1$ минимумов нулевой интенсивности. Таким образом можно сказать, что «идеальная» дифракционная решетка со щелями нулевой ширины разделяет параллельный пучок света на множество пучков равной интенсивности, лежащих в одной плоскости с падающим пучком (Рис.8). А *главной*

формулой, определяющей все существенные свойства дифракционной решетки, является формула $\sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{d}$, задающая угловое положение главных максимумов.

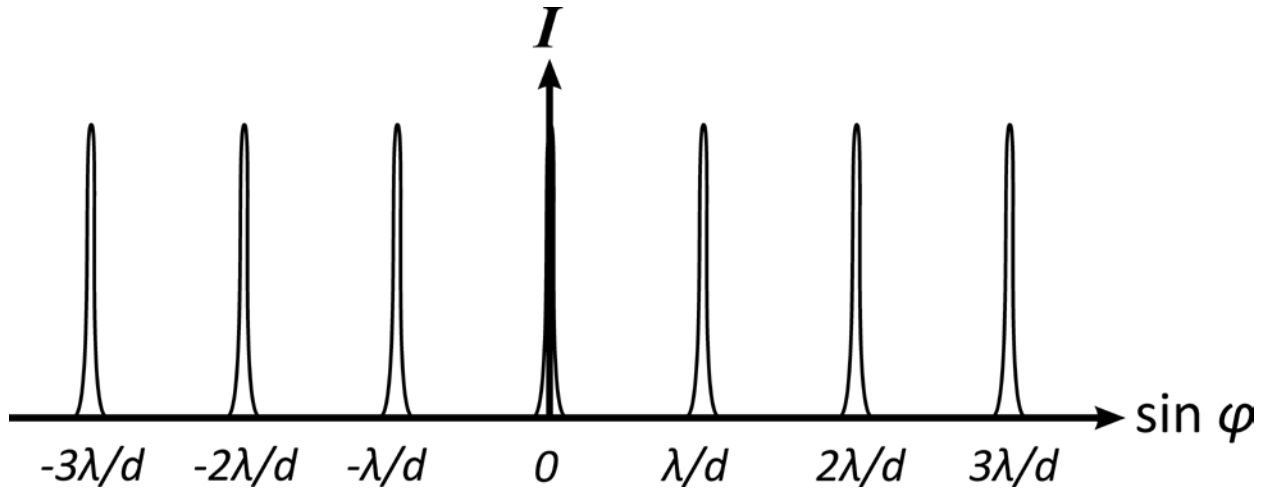


Рис.8. Главные порядки «идеальной» дифракционной решетки.

Отметим, что равенство интенсивностей в главных максимумах является следствием предположения, что амплитуды колебаний от нашей гипотетической щели одинаковы во всех направлениях. Для реальной щели ненулевой ширины это совсем не так.

Дифракция на одиночной щели конечной ширины

А теперь посмотрим, как распределяется по углам излучение, проходящее через одну узкую щель. Воспользуемся тем же методом векторных диаграмм и разобьем эту щель на множество еще более узких щелей – субапертур, ширина которых стремится к нулю, а количество к бесконечности. Тогда каждая субапертура, как и в предыдущем случае, будет давать цилиндрическую волну с одинаковой интенсивностью по всем углам.

Пусть в нашей щели будет p' субапертур с амплитудой колебаний l' каждая. Тогда в направлении 0 градусов суммарный вектор будет иметь длину $p'l'$, то есть, максимальное значение. При увеличении угла наблюдения фазы колебаний от разных субапертур будут увеличиваться, а суммарный вектор $p'l'$ начнет превращаться в дугу окружности уменьшающегося радиуса и при угле $\sin \theta = \pm k \frac{\lambda}{b}$ замкнется в окружность, что будет соответствовать нулевой интенсивности. По виду векторная диаграмма для одной щели будет такая же, как и для дифракционной решетки (Рис.5), с тем лишь отличием, что

разность фаз между соседними субапертурами всегда будет много меньше π и максимальные суммарные вектора будут только уменьшаться. При этом формула $\sin \theta = \pm m \frac{\lambda}{b}$, с виду очень похожая на формулу для главных максимумов, описывает, в отличие от нее, не максимумы, а нули интенсивности.

Несложно догадаться, что продолжая наши рассуждения, мы получим картину зависимости интенсивности от угла похожую на центральную часть Рис.7, но растянутую по углу в L/b раз, поскольку здесь ширина решетки L заменена на ширину щели b . Это и будет картина дифракции на узкой щели.

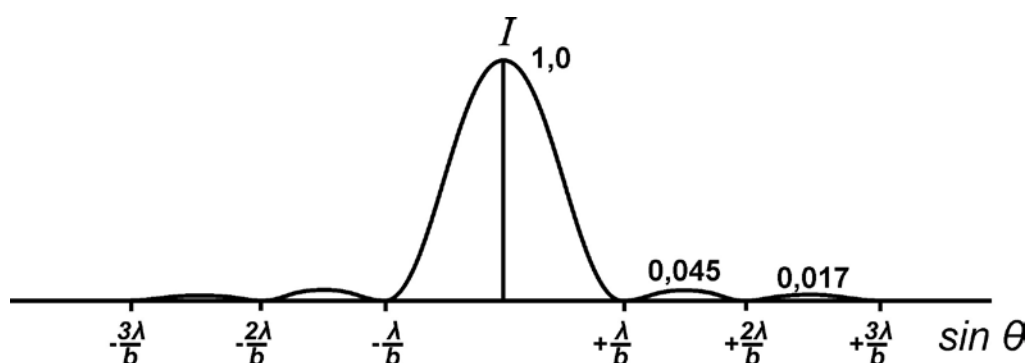


Рис.9. Кривая углового распределения интенсивности излучения одной щели

Таким образом, мы пришли к тому, что, в отличие от бесконечно тонкой щели, реальная щель дает распределение интенсивности по углам не равномерное, а с явно выраженным максимумом в центре и монотонным уменьшением до нуля при угле $\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{b}$. В пределах этого угла сосредоточено примерно 90% всей энергии, прошедшей через щель. Наглядное представление об угловом распределении энергии дает диаграмма направленности излучения, изображенная в полярных координатах Рис.10.

Формула $\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{b}$ является одной из основных в классической теории дифракции и имеет большое значение при расчете оптических приборов. Она определяет угол дифракционной расходимости излучения, прошедшего через щель шириной b . Сама же дифракционная расходимость ставит предел для минимального пятна при фокусировке света линзой и, как следствие, для разрешающей способности оптических объективов.

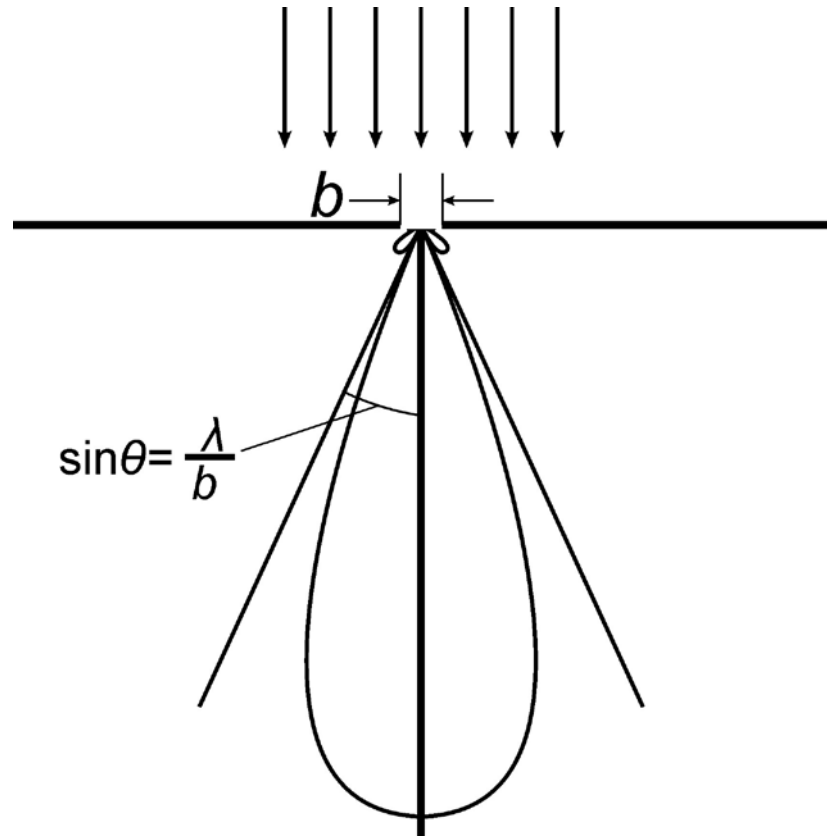


Рис.10. Угловая диаграмма направленности излучения, прошедшего через щель.

Дифракция на реальной решетке

Что же касается предмета нашего рассмотрения – дифракционной решетки – то теперь мы можем понять результат дифракции периодически расположенных щелей реальной ширины. При этом мы должны лишь учесть, что при рассмотрении интерференции от реальных щелей, распределение интенсивности по углам не равномерное, а соответствует Рис.9. То есть, главные максимумы остаются там, где они и были, но интенсивность их меняется в соответствии с интенсивностью в данном направлении дифракции от одной щели. Другими словами, **пики главных максимумов модулируются функцией распределения интенсивности в одной щели, которая является их огибающей.**

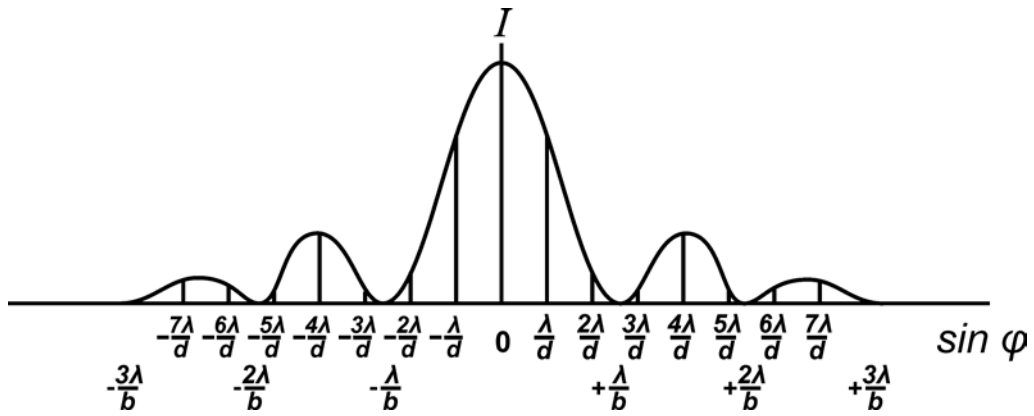


Рис. 11. Распределение интенсивностей в главных максимумах.

Если же перейти от наглядного представления векторных диаграмм к интегрированию соответствующих функций, то мы получим известную формулу:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2,$$

где $u = \frac{\pi \cdot b}{\lambda} \sin \varphi$, $\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$,

в которой первый множитель (иногда его называют дифракционным) представляет собой функцию распределения интенсивности при дифракции на одной щели, а второй (интерференционный) определяет главные максимумы, обусловленные периодичностью структуры.

Обратим внимание на схожесть формул, определяющих ширину главного максимума идеальной дифракционной решетки размером $L = Nd$: $\Delta\varphi = 2\frac{\lambda}{L}$ и угловую расходимость излучения при дифракции на одной щели $\Delta\varphi = 2\frac{\lambda}{b}$. Заметим, что $Nd = L$ – это ширина (рабочий размер) всей решетки, и формула, определяющая угловую ширину главного максимума, точно такая же, как формула, определяющая угол дифракционной расходимости от одной щели, с той лишь разницей, что в первом случае фигурирует размер всей решетки, а во втором – одной щели. По сути это дифракция на прямоугольных щелях, только разного размера, и распределение интенсивности вблизи главного максимума – это «сжатое» по углу распределение интенсивности на одной щели.

Вся решетка работает как щель шириной Nd и за счет большой ширины дает малую угловую расходимость дифракционных максимумов. Таким образом, *угловая ширина главного максимума определяется только шириной пучка, падающего на решетку* (ну, и от длины волны, конечно) и *не зависит вообще от других параметров решетки(!)*,

таких как a , b и d . Этот момент будет важен в нашем дальнейшем рассмотрении понятия разрешающей способности ДР.

Интересно рассмотреть влияние на свойства решетки параметра b – ширины щели, величина которой может меняться от 0 до d . Ширина щели b определяет угловую ширину огибающей главных максимумов. Также от ширины щели зависит и количество прошедшего излучения, следовательно, она влияет и на интенсивность в них. При уменьшении b от максимума к минимуму будет уменьшаться интенсивность нулевого порядка, а в более высоких порядках она будет возрастать (Рис.12). При определенных условиях, например, когда $b=d/2$ минимум огибающей совпадет со вторым главным максимумом, и результатом будет ноль, то есть, второй порядок дифракции (и другие четные) исчезнет.

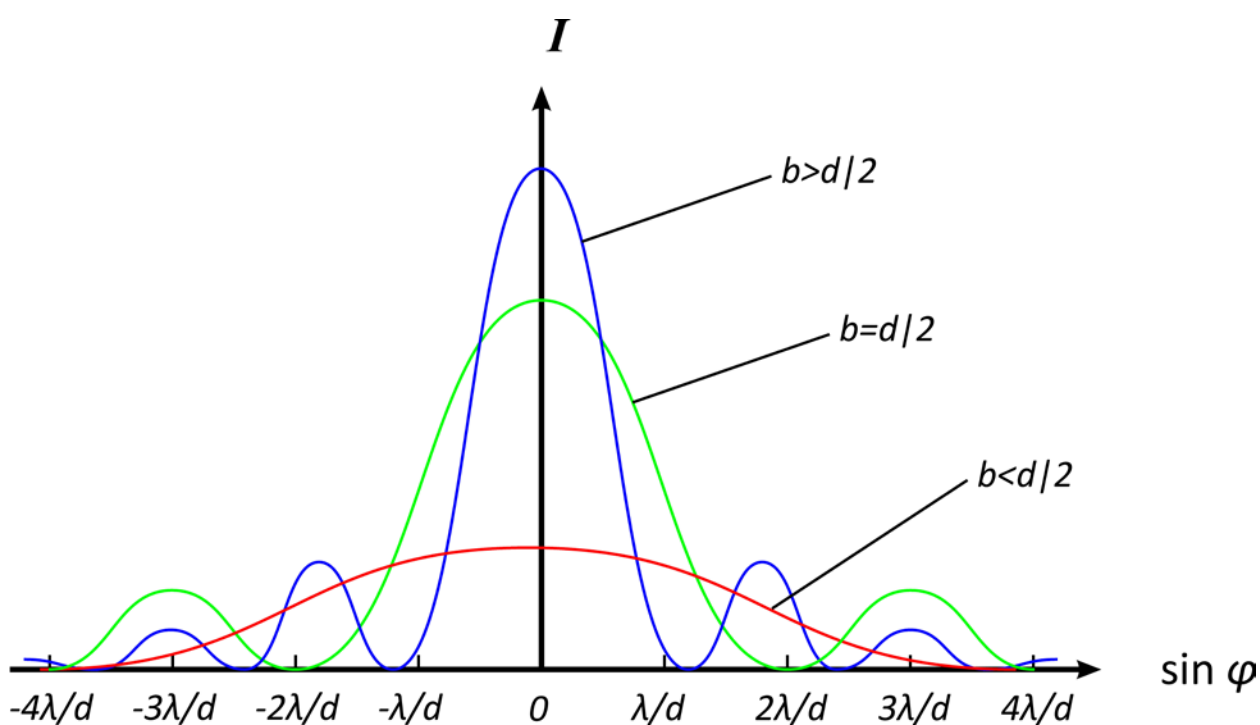


Рис.12. Интенсивность в дифракционных порядках в зависимости от ширины щели.

Сформулируем кратко

главные свойства дифракционной решетки:

1. Падающий на ДР перпендикулярно параллельный пучок монохроматического света разделяется на много пучков, лежащих в одной плоскости.

2. Углы дифракции этих пучков определяются формулой $\sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{d}$

и зависят только от периода решетки и длины волны, но не зависят от ширины щели. Соотношение же интенсивностей в различных порядках дифракции, наоборот, определяется параметрами одного штриха (щели). Функция углового распределения интенсивности дифракции на одном штрихе является огибающей функции главных максимумов.

Угловая дисперсия

Угловая дисперсия дифракционной решетки $D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}$ характеризует изменение

углового положения дифракционных максимумов с изменением длины волны излучения.

Угловую дисперсию можно найти, взяв дифференциал от обеих частей условия $\sin \varphi = m \frac{\lambda}{d}$ (где m – порядок дифракции) по переменным φ и λ .

$$d\delta(\sin \varphi) = m\delta\lambda$$

$$d \cos \varphi \delta\varphi = m\delta\lambda$$

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}$$

Если углы дифракции малы, то $\cos \varphi \approx 1$, и угловая дисперсия $D \approx m/d$.

По сути *угловая дисперсия является мерой «оптической силы» дифракционной решетки*, ее способности разделять пространственно излучение разных длин волн, что имеет существенное значение для спектроскопии. Как мы видим, зависит она только от периода решетки и порядка дифракции.

Разрешающая способность

Одно из основных применений ДР – спектроскопия. Главная функция спектрального прибора – разделить пространственно излучение разных длин волн и измерить зависимость интенсивности излучения от длины волны. Идеальным спектральным прибором можно считать ДР, на которую падает строго параллельный пучок света, который потом собирается идеальной линзой в совокупность пространственно разделенных точек разных цветов, интенсивность излучения в которых можно измерить

фоточувствительным прибором. К сожалению, даже идеальная линза из-за дифракционных эффектов собирает излучение не в точку, а в фокальное пятно ненулевого размера, и, если разница длин волн будет мала, соседние пятна могут перекрываться так, что мы не сможем идентифицировать наличие двух колебаний близкой частоты. (В реальных спектральных приборах источником излучения является узкая щель, параллельная штрихам решетки, поэтому в фокальной плоскости мы будем наблюдать линии, а в расчетах будем рассматривать дифракцию только перпендикулярно штрихам).

Как было показано ранее, параллельный пучок света, падающий на ДР размера L , будет иметь угловую ширину (угол между нулями интенсивности) в главных максимумах

$$\Delta \sin \varphi = \frac{2\lambda}{L}.$$

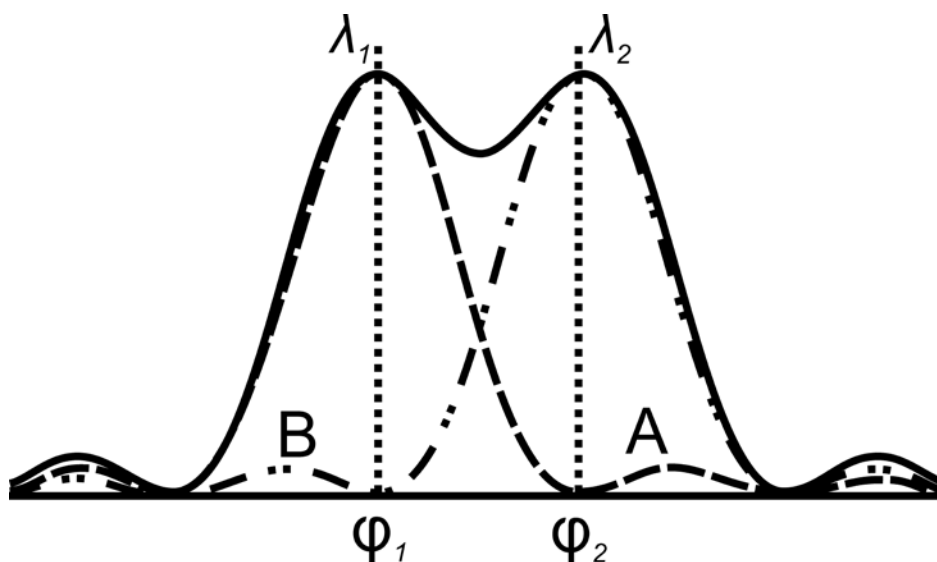


Рис. 13. Критерий Рэлея разрешающей способности.

Если в плоскости приемника излучение с длиной волны λ_1 дает линию А, а излучение с близкой длиной волны $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ линию В, то, в зависимости от ширины линий и расстояния между ними, суммарная кривая может разделиться на два отдельных пика или слиться в один «горб». Если форма кривой обусловлена только дифракционными явлениями, то, согласно расчетам, произведенным Рэлеем, при попадании максимума одной кривой на минимум другой между ними образуется провал в 20% от величины интенсивности каждой кривой, и в этом случае такую картину визуально можно интерпретировать как две отдельные линии. Этот принцип получил название «критерия Рэлея». В соответствии с ним, разрешающей способностью спектрального прибора называется отношение $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, где $\Delta\lambda$ – разность длин волн,

различаемых по критерию Рэлея, а λ – их средняя длина волны. Другими словами, линии считаются разрешаемыми, если угловое расстояние между ними не менее половины угловой ширины линии. Современная техника фотометрии и обработки информации позволяет различить гораздо более тонкие эффекты, но определение разрешающей способности решетки исходит из этого принципа, поэтому ниже мы попытаемся определить, от каких параметров решетки она зависит.

В соответствии с Рис.10, пусть мы имеем два главных максимума m -го порядка для двух близких линий λ_1 и λ_2 ($\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda$), причем λ_1 и λ_2 такие, что максимум линии λ_1 совпадает с минимумом линии λ_2 , и наоборот. Разрешающая способность решетки, определяемая как $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, зависит от ширины этих линий: чем уже угловая ширина линии, тем выше разрешающая способность решетки.

Рассмотрим решетку размера D с периодом d и найдем $\Delta\lambda$. Направление на максимум m -го порядка для линий λ_1 и λ_2 определяется формулами:

$$\text{Max}\lambda_1 : \sin \varphi_1 = m \frac{\lambda_1}{d},$$

$$\text{Max}\lambda_2 : \sin \varphi_2 = m \frac{\lambda_2}{d},$$

Соответственно,

$$\sin \varphi_1 = m \frac{\lambda_1}{d},$$

$$\sin \varphi_2 = m \frac{\lambda_2}{d},$$

и $\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 = \frac{m}{d} \Delta\lambda$, откуда

$$\Delta\lambda = \frac{d(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)}{m}.$$

С другой стороны, мы знаем, что угловая ширина главного максимума равна $\frac{2\lambda}{L}$, а

угловое расстояние между максимумом и минимумом λ/L , т.е. $\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{L}$.

$$\text{Значит, } \Delta\lambda = \frac{d \Delta \sin \varphi}{m} = \frac{d\lambda}{mD},$$

откуда разрешающая способность в порядке с номером m порядке равна:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{mD}{d} = \frac{m \cdot (Nd)}{d} = mN.$$

Результат: **численное значение разрешающей способности решетки (в 1 порядке) равно числу штрихов решетки.** (Важно понимать, что здесь имеется в виду число штрихов, освещенных пучком света. Неосвещенная часть решетки не оказывает влияния на ширину линии и разрешающую способность).

Формально разрешающая способность не зависит от периода решетки и, казалось бы, нет смысла стремиться уменьшать его. Но, если учитывать реальные геометрические размеры прибора, то понятно, что при больших периодах для высокой разрешающей способности прибора решетку пришлось бы увеличивать до неприемлемых размеров. В реальных спектральных приборах решетки с периодом порядка 1 мкм имеют размеры более 10 см и, следовательно, разрешающую способность более 100000.

Заметим в заключение, что разрешающая способность – это некоторая условная величина, характеризующая дифракционную решетку, в то время, как обратная ей величина $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ имеет смысл относительной погрешности измерения длины волны с помощью дифракционной решетки.

Кроме того, важно различать разрешающую способность дифракционной решетки и разрешающую способность спектрального прибора, использующего решетку в качестве диспергирующего элемента. Последняя определяется геометрическими характеристиками оптического тракта прибора и, главным образом, – угловой шириной входной щели, изображение которой наблюдается через окуляр или фиксируется фотоприемником.

Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова, кафедра общей физики,