



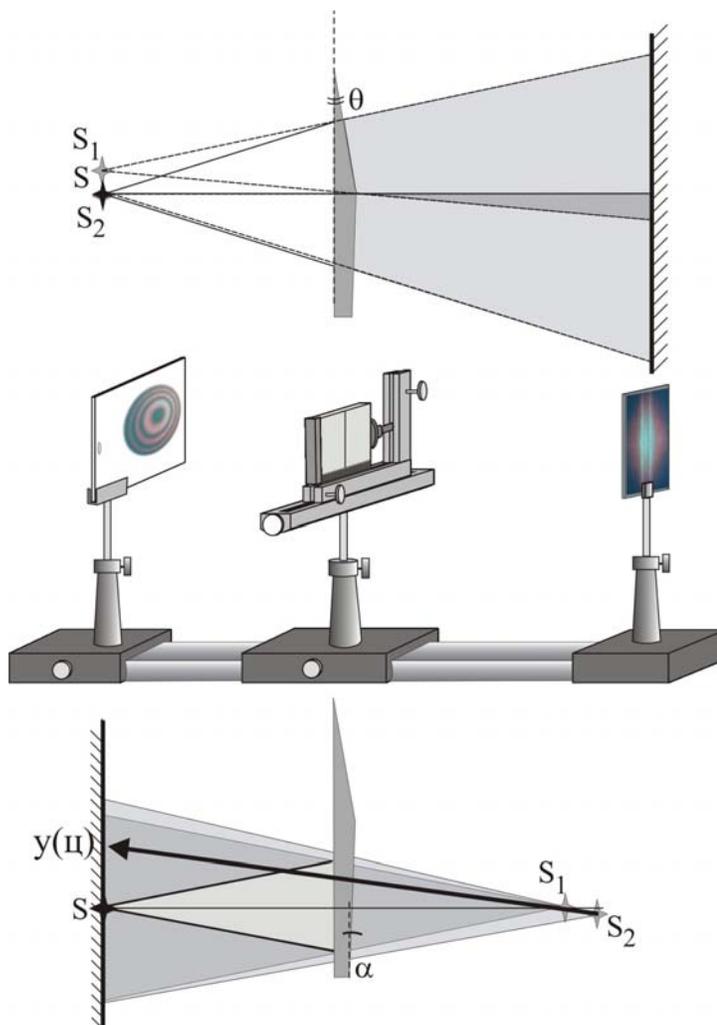
Лабораторный практикум  
по ФИЗИКЕ

ОПТИКА

Вишнякова Е.А., Митин И.В., Слабкая Н.В.

ЗАДАЧА № 419

*Изучение интерференционных явлений  
с помощью несимметричной бипризмы*



МОСКВА 2009

## Изучение интерференционных явлений с помощью несимметричной бипризмы

Под **интерференцией** понимают круг явлений, в которых при наложении двух или более световых пучков происходит пространственное перераспределение энергии излучения, при этом возникают устойчивые во времени чередующиеся светлые и темные участки – **интерференционные полосы**.

Пусть в некоторую точку приходят две гармонические волны, напряженности поля которых изменяются по закону:

$$\vec{E}_1(t) = \vec{E}_{10} \cdot \cos(\omega_1 t); \quad \vec{E}_2(t) = \vec{E}_{20} \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi).$$

В соответствии с принципом суперпозиции напряженность результирующей волны будет равна сумме напряженностей исходных волн. Для интенсивности результирующей волны, пропорциональной усредненному по времени квадрату напряженности, имеем<sup>1</sup>:

$$I \sim \langle (\vec{E}_1(t) + \vec{E}_2(t))^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2 \cdot \langle (\vec{E}_1(t) \cdot \vec{E}_2(t)) \rangle.$$

Слагаемое  $2 \cdot \langle (\vec{E}_1(t) \cdot \vec{E}_2(t)) \rangle$  называют **интерференционным членом**. Он обращается в нуль, если:

- 1) направления колебаний векторов  $\vec{E}_1(t)$  и  $\vec{E}_2(t)$  взаимно перпендикулярны;
- 2) частоты колебаний  $\omega_1$  и  $\omega_2$  не равны друг другу.

Пусть обе волны одинаково поляризованы и имеют одинаковые частоты  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ . Используем для волн комплексную форму записи:

$$E_1(t) = A_1 \cdot e^{i\omega t}; \quad E_2(t) = A_2 \cdot e^{i(\omega t + \varphi)} = A_2 \cdot e^{i\varphi} \cdot e^{i\omega t},$$

---

<sup>1</sup> Угловые скобки означают, что величина, стоящая между ними, усредняется по временному промежутку, превышающему периоды колебаний каждой из волн.

где  $A_1$  и  $A_2 \cdot e^{i\varphi}$  - комплексные амплитуды волн,  $\varphi$  - разность фаз между волнами. Для нахождения амплитуды результирующей волны изобразим векторную диаграмму (рис. 1) и применим теорему косинусов:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \varphi,$$

или

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \varphi \quad (1)$$

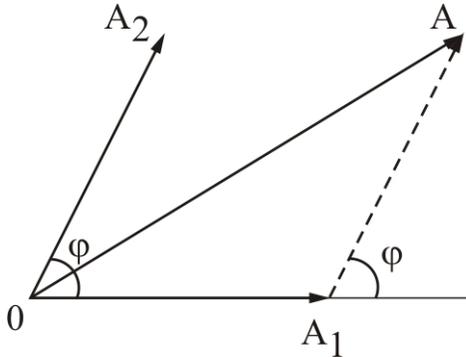


Рис. 1. Сложение комплексных амплитуд двух гармонических волн

Если интенсивности исходных волн одинаковы  $I_1 = I_2 = I_0$ , то формула (1) переписывается в виде:

$$I = 2I_0 \cdot (1 + \cos \varphi) \quad (1a)$$

Таким образом, интенсивность в точке наблюдения зависит исключительно от разности фаз между волнами.

### **Связь между разностью хода и разностью фаз.**

Пусть вдоль направления  $s$  распространяется монохроматическая волна

$$E(s, t) = E_0 \cos(ks - \omega t + \psi_0).$$

Для двух точек с координатами  $s_1$  и  $s_2$ , находящихся на расстоянии  $\Delta s = s_2 - s_1$  друг от друга, разность фаз, зафиксированная в один момент времени, равна

$$\varphi = \Phi_2 - \Phi_1 = (ks_2 - \omega t + \psi_0) - (ks_1 - \omega t + \psi_0) = k(s_2 - s_1) = k \cdot \Delta s.$$

Если две монохроматические волны прошли до точки встречи разные пути  $s_1$  и  $s_2$ , то между ними возникла разность хода  $\Delta s = s_2 - s_1$  (не зависящая от частоты и длины волны), а появившаяся разность фаз равна

$$\varphi = k \cdot \Delta s \quad (2)$$

(зависит от частоты и длины волны, т.к.  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c}$ ,  $c$ -скорость света).

### Интерференция монохроматического света. Схема Юнга.

Два точечных монохроматических источника (длина волны  $\lambda$ , интенсивность каждого  $I_0$ ) расположены на расстоянии  $d$  друг от друга. Найдем, как будет выглядеть интерференционная картина при различных положениях экрана для наблюдений, удаленного от источников на расстояние  $L \gg d$ .

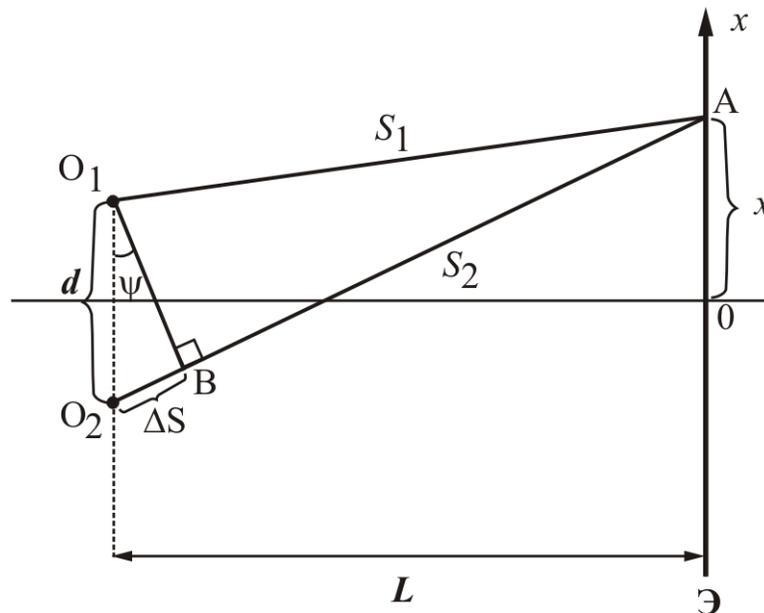


Рис. 2. Интерференционная схема Юнга

1. Плоскость экрана  $\mathcal{E}$  параллельна линии  $O_1O_2$ , соединяющей источники (рис.2). Данное расположение принято называть **схемой Юнга**. Найдем разность хода  $\Delta s = s_2 - s_1$  между лучами, идущими от источников  $O_1$  и  $O_2$  в точку  $A$  с координатой  $x$ :

$$s_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2;$$

$$s_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2;$$

Тогда

$$s_2^2 - s_1^2 = \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 = 2x \cdot d.$$

С другой стороны,

$$s_2^2 - s_1^2 = (s_2 + s_1)(s_2 - s_1) \approx 2L \cdot \Delta s.$$

Отсюда получаем, что разность хода равна

$$\Delta s = \frac{x \cdot d}{L}, \quad (3)$$

а разность фаз:

$$\varphi = k \cdot \Delta s = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{x \cdot d}{L} = 2\pi \cdot \frac{x \cdot d}{\lambda \cdot L}. \quad (4)$$

Интенсивность, задаваемая формулой (1), будет равна

$$I(x) = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0} \cdot \cos \varphi = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(2\pi \cdot \frac{x \cdot d}{\lambda \cdot L}\right)\right). \quad (5)$$

Максимум интенсивности:  $I_{\max}(x) = 4I_0$  при разности фаз  $\varphi = 2\pi m$ ;

разности хода  $\Delta s = \lambda m$ ,

Минимум интенсивности:  $I_{\min}(x) = 0$  при разности фаз  $\varphi = 2\pi\left(m + \frac{1}{2}\right)$ ;

разности хода  $\Delta s = \lambda\left(m + \frac{1}{2}\right)$ ,

где  $m = \frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{\varphi}{2\pi} = 0, 1, 2, \dots$  - **порядок интерференции**.

На экране будет наблюдаться система параллельных **интерференционных полос**, расстояние между которыми  $\Delta x$  можно найти из соотношения  $\frac{\Delta x \cdot d}{L} = \lambda$

(изменение разности хода при переходе от любого максимума к соседнему равно  $\lambda$ ):

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot L}{d}. \quad (6)$$

В схеме Юнга в центре экрана находится максимум (полоса) **нулевого** порядка, затем следуют максимумы **первого, второго, третьего** и т.д. порядков (рис. 3).

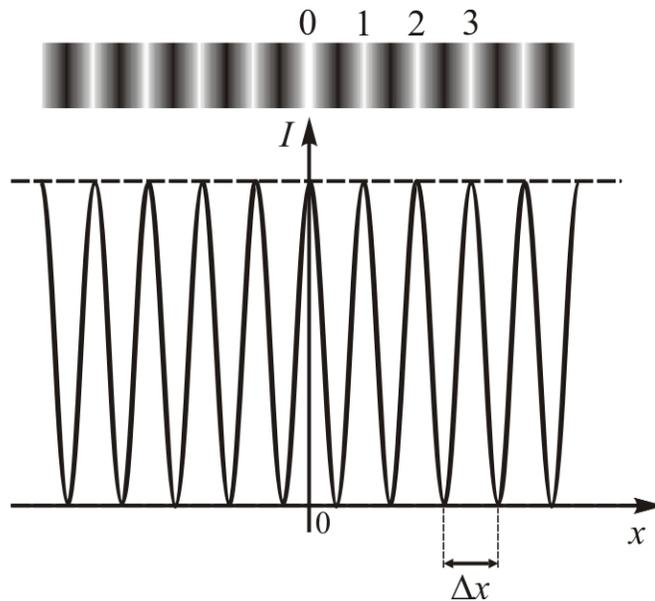


Рис. 3. Интерференционная картина при интерференции двух монохроматических волн

Формулу (3) для разности хода можно получить и из других соображений. Так как  $d \ll L$ , то углы, образованные лучами  $s_1$  и  $s_2$  с горизонтальной осью (рис. 2), примерно одинаковы и равны:

$$\psi \approx \sin \psi \approx \operatorname{tg} \psi = \frac{x}{L}.$$

Опустим из точки  $O_1$  перпендикуляр на луч  $s_2$ . Тогда для длины отрезка  $O_2B$  получим:

$$O_2B \approx d \cdot \sin \psi \approx \frac{d \cdot x}{L} = \Delta s,$$

что совпадает с формулой (3) для разности хода. Такой подход позволяет довольно просто находить разность хода для любой точки интерференционной картины.

2. Плоскость экрана Э перпендикулярна линии  $O_1O_2$ , соединяющей источники (рис.4) и расположена на расстоянии  $L \gg d$  от них. Найдем разность хода  $\Delta s = s_2 - s_1$  между лучами, идущими от источников  $O_1$  и  $O_2$  в точку А с координатой  $y$ :

$$\Delta s \approx d \cdot \cos \chi,$$

где  $\chi \ll 1$  - угол, образованный лучами  $s_1$  и  $s_2$  с линией, соединяющей источники.

Используя разложение косинуса в ряд, получим:

$$\Delta s \approx d \cdot \left(1 - \frac{\chi^2}{2}\right) \approx d \cdot \left(1 - \frac{y^2}{2L^2}\right). \quad (7)$$

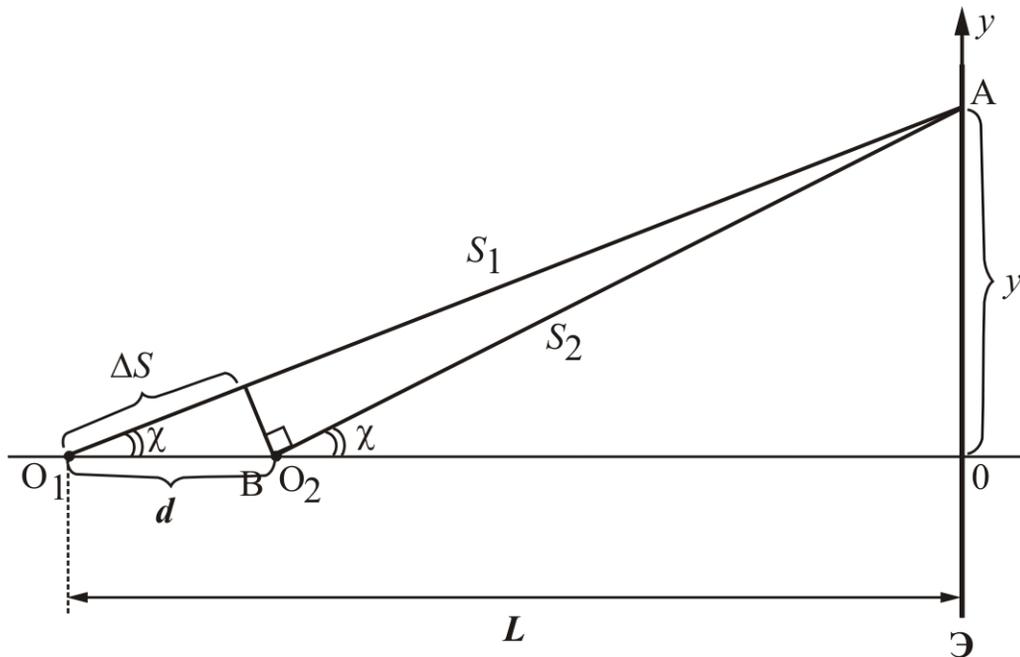


Рис. 4. Интерференционная схема для наблюдения интерференционных колец

Так как схема симметрична относительно поворота вокруг линии  $O_1O_2$ , то интерференционная картина на экране будет представлять собой систему концентрических окружностей (**интерференционных колец**). Максимальный порядок интерференции будет в центре картины и равен:

$$m_{\max} = \frac{d}{\lambda},$$

по мере удаления от центра порядок интерференции уменьшается.

Так как  $m_{\max}$  может принимать любые значения, то в центре может наблюдаться как темное, так и светлое пятно. Найдем выражение для радиусов колец. Пусть, к примеру, в центре картины темное пятно, т.е.:

$$d = \left(m_0 + \frac{1}{2}\right)\lambda = \Delta s_0, \text{ где } m_0 - \text{целое число.}$$

Для  $i$ -го темного кольца ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) имеем:

$$\Delta s_i = \Delta s_0 - i \cdot \lambda = d \cdot \left(1 - \frac{y_i^2}{2L^2}\right);$$

$$i \cdot \lambda = d \cdot \frac{y_i^2}{2L^2};$$

$$y_i^2 = \frac{2\lambda L^2}{d} i. \quad (8)$$

Данное выражение позволяет найти радиусы колец, порядок интерференции которых равен  $(m_{\max} - i)$ , причем с ростом  $i$  расстояние между кольцами уменьшается.

**3.** В общем случае при произвольном расположении экрана относительно точечных монохроматических источников интерференционная картина будет представлять собой систему дуг окружностей (рис. 5).

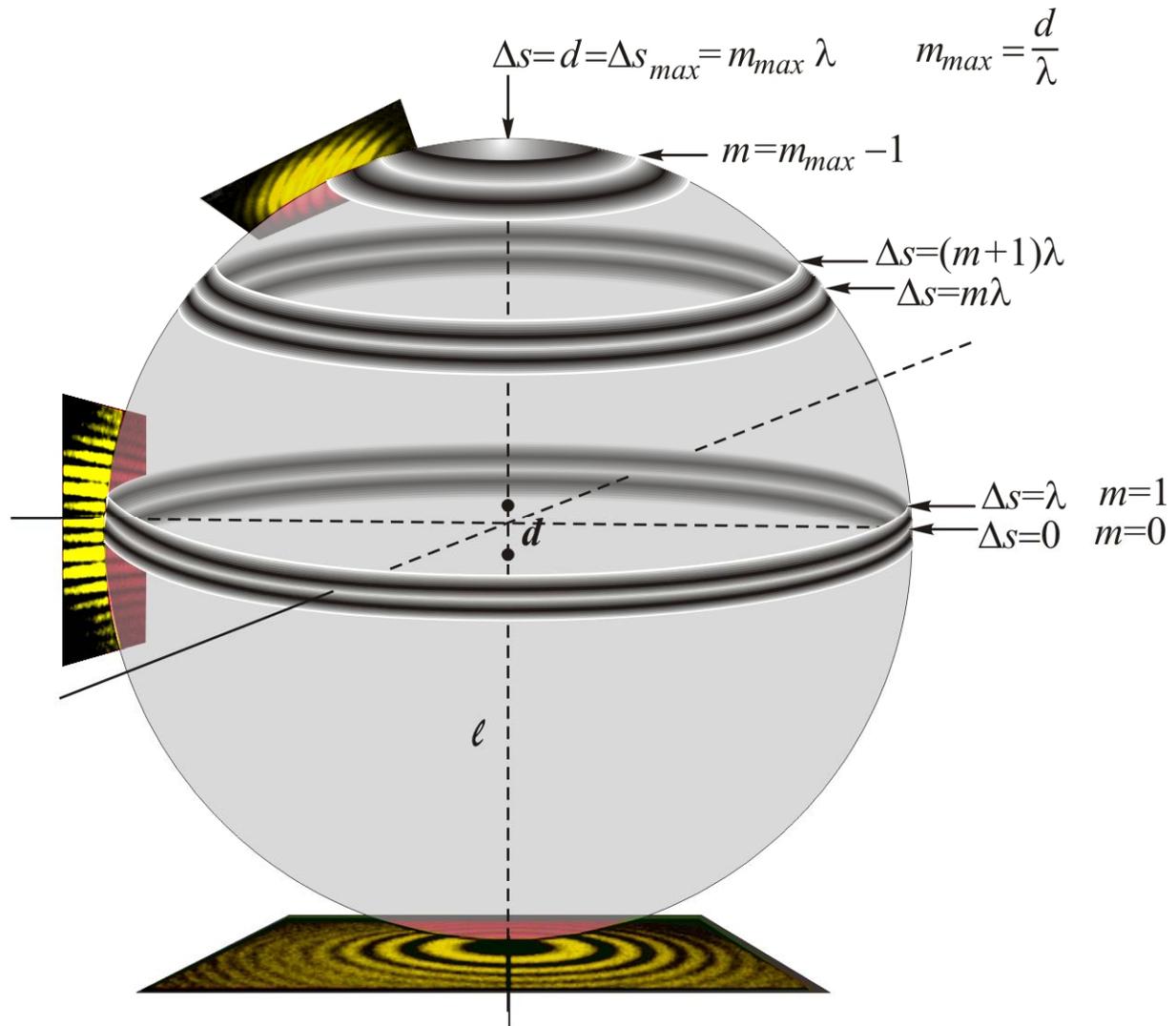


Рис. 5. Интерференционные картины при различных положениях экрана относительно двух точечных монохроматических источников

### Реальные схемы наблюдения интерференции.

В оптическом диапазоне вследствие высокой частоты излучения ( $\nu \approx 10^{15}$  Гц) практически невозможно создать два монохроматических источника, излучающих на одной и той же частоте. Поэтому для получения интерференции используют **один** монохроматический источник, излучение которого сначала (с помощью различных оптических схем) разделяют на **две** волны, а затем вновь соединяют. При этом между волнами возникает разность хода, что и приводит к появлению интерференционной картины.

Разделение света от источника можно осуществить двумя способами:

1) **методом деления волнового фронта** (билинза, бипризма, бизеркало, схема Юнга);

2) **методом деления амплитуды** (кольца Ньютона, плоскопараллельная пластинка, клин, тонкие пленки, интерферометры Майкельсона, Жамена и др.).

Если источник света **точечный**, то в результате применения оптической схемы любого из методов деления (волнового фронта или амплитуды) возникнут **два точечных изображения источника**, которые станут новыми **когерентными** источниками. Излучение от этих новых источников будет распространяться, вообще говоря, не во всех направлениях (это зависит от оптической схемы). Интерференция будет наблюдаться в области наложения световых пучков от обоих источников (**в области интерференции**) при любом расположении экрана. В этом случае говорят, что интерференционная картина **не локализована**. Как уже отмечалось выше, вид интерференционной картины зависит от взаимного расположения **линии**, соединяющей источники, **и плоскости** экрана. Если линия **параллельна** плоскости экрана (схема Юнга), то наблюдаются полосы. Если линия **перпендикулярна** плоскости экрана, то наблюдается система колец, при этом для центрального (светлого или темного) пятна порядок интерференции будет максимальным и равным  $m_{\max} = d/\lambda$ , где  $d$  - расстояние между источниками.

Рассмотрим схемы разделения света от источника, применяемые в настоящей задаче.

1. **Бипризма Френеля** (метод деления волнового фронта).

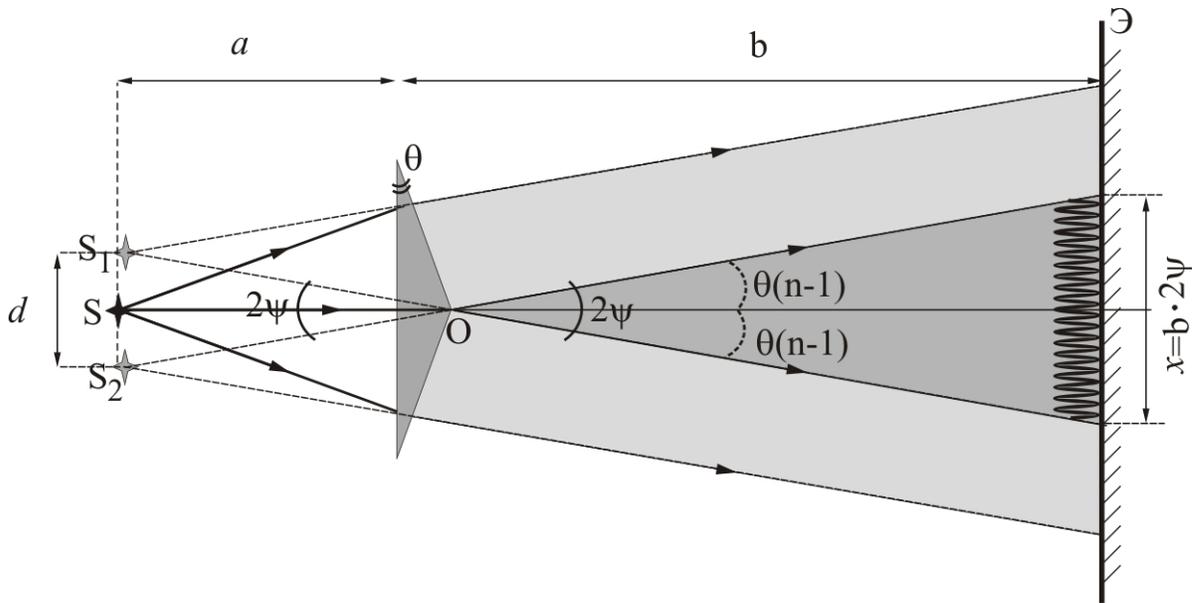


Рис. 6. Формирование интерференционной картины на бипризме Френеля.

Схема получения интерференции приведена на рис. 6. Бипризма Френеля представляет собой треугольную призму (обычно симметричную) с малым преломляющим углом  $\theta \ll 1$ . Точечный источник света  $S$  и экран  $\mathcal{E}$  для наблюдения расположены от бипризмы на расстояниях  $a$  и  $b$  соответственно. Произвольный луч от источника падает на плоскую поверхность бипризмы практически нормально и не преломляется (поперечный размер бипризмы много меньше  $a$  и  $b$ ). Тогда на вторую поверхность этот луч попадет под углом  $\theta$ , преломится и выйдет под углом  $\psi = (n - 1)\theta$  к первоначальному направлению распространения. При этом лучи, прошедшие через верхнюю половину, отклоняются вниз, а через нижнюю – соответственно, вверх. Таким образом, формируются две сферические волны, которые, как можно показать, «выходят» из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$  (угол  $S_1OS_2$  равен  $2\psi$ ), находящихся на том же расстоянии  $a$  от бипризмы, что и источник  $S$ . Таким образом, мы приходим к разобранной выше схеме Юнга, в которой  $d = 2\psi \cdot a$ ,  $L = a + b$ . На экране будет наблюдаться система параллельных интерференционных полос, расстояние  $\Delta x$  между которыми задается формулой (6):

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot L}{d} = \frac{\lambda}{2(n-1)\theta} \cdot \frac{(a+b)}{a}. \quad (6a)$$

Зная расстояния  $a$  и  $b$ , и измерив ширину полос  $\Delta x$ , можно найти преломляющий угол призмы  $\theta$ .

## 2. Оптический клин (метод деления амплитуды).

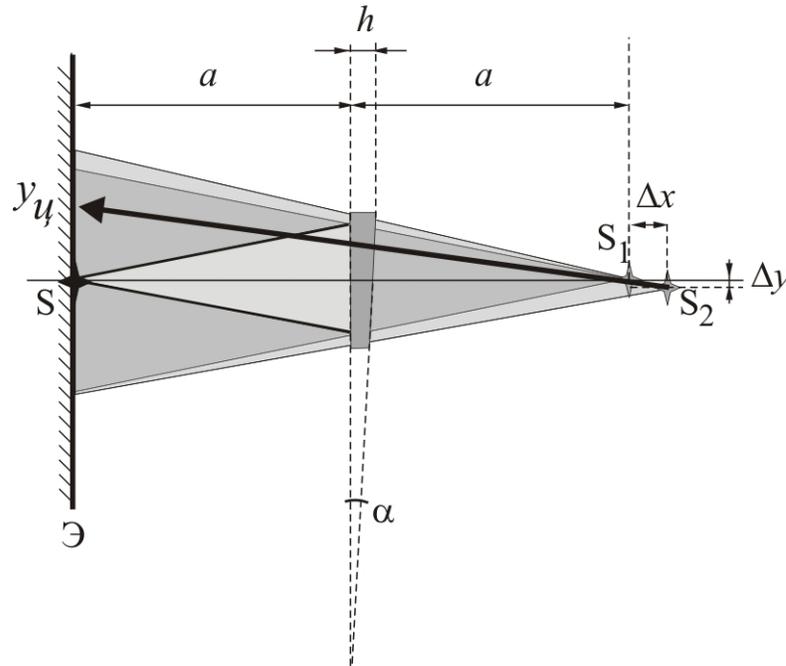


Рис. 7. Формирование интерференционной картины при отражении от клина.

Схема получения интерференции приведена на рис. 7. Оптический клин представляет собой почти плоскопараллельную пластину толщиной  $h$  с малым углом  $\alpha$  между гранями. Угол  $\alpha$  таков, что в границах пластины изменение ее толщины  $\Delta h$  составляет несколько длин волн ( $\Delta h \ll h$ ) и при дальнейших расчетах не учитывается. Точечный источник света  $S$  и экран  $\text{Э}$  для наблюдения расположены от первой поверхности клина на одном и том же расстоянии  $a$ . Первая интерферирующая волна формируется при частичном отражении света от первой поверхности клина. В соответствии с законом отражения источником этой волны является точка  $S_1$ , расположенная на расстоянии  $L = 2a$  от экрана. Волна, прошедшая через первую поверхность клина, отражается от второй,

вновь преломляется на первой и падает на экран, формируя вторую интерферирующую волну. Можно показать (см. **Приложение**), что мнимый источник  $S_2$  второй волны смещен от первого на расстояния

$$\Delta x = \frac{2h}{n} ; \quad \Delta y = 2\alpha \cdot na . \quad (9)$$

При угле клина  $\alpha \ll 1$  справедливо соотношение  $\Delta x \gg \Delta y$ , в итоге линия, соединяющая источники  $S_1$  и  $S_2$ , будет практически перпендикулярна экрану Э, а расстояние между источниками примерно равно

$$d \approx \Delta x = \frac{2h}{n} . \quad (10)$$

Таким образом, на экране будет наблюдаться система концентрических темных и светлых колец, центр которой будет смещен относительно источника  $S$  на расстояние (см. **Приложение**)

$$y(y) \approx \frac{2\alpha n^2 a^2}{h} . \quad (11)$$

Если в центре наблюдается темное пятно, то радиусы темных колец можно найти по формуле (8), в которой  $L \approx 2a$ ,  $d \approx \Delta x = \frac{2h}{n}$ :

$$R_i^2 = \frac{2\lambda L^2}{d} i = \frac{4\lambda na^2}{h} i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (8a)$$

Таким образом, измеряя радиусы темных колец  $R_i$ , можно определить толщину клина  $h$ . А, сняв зависимость положения центра интерференционных колец  $y(y)$  от расстояния  $a$ , можно найти угол клина  $\alpha$ .

Можно предложить еще один способ нахождения угла клина  $\alpha$ . Будем перемещать клин в направлении, перпендикулярном лучу  $SS_1$  так, чтобы первая поверхность клина оставалась параллельной экрану Э. В этом случае толщина клина будет изменяться на величину  $\Delta h$  порядка нескольких длин волн, причем  $\Delta h \ll h$ . Это не приведет к существенным изменениям положения центра

картины, задаваемым формулой (11), однако разность хода между волнами, пропорциональная  $h$ , будет изменяться. Это приведет к тому, что интерференционные кольца «побегут» (к центру, если толщина клина уменьшается, и от центра, если увеличивается). Подсчитав число «пробежавших» колец, можно определить угол клина  $\alpha$ .

Пусть при перемещении клина в поперечном направлении на расстояние  $s$  на экране «пробежит»  $N$  колец, при этом толщина клина изменится на  $\Delta h = s \cdot \operatorname{tg} \alpha \approx s \cdot \alpha$ . Это приведет к появлению дополнительной оптической разности хода  $2n\Delta h$ , равной в свою очередь  $N\lambda$ :

$$2n\Delta h = 2ns \cdot \alpha = N\lambda,$$

В итоге для угла клина  $\alpha$  получим:

$$\alpha = \frac{N\lambda}{2ns} \quad (12)$$

Таким образом, перемещая клин на расстояние  $s$  и подсчитывая число  $N$  пробежавших колец, также можно найти угол клина  $\alpha$ .

### Описание установки.

На рисунке 8 показана схема экспериментальной установки, все узлы которой расположены на оптическом рельсе длиной около полутора метров.

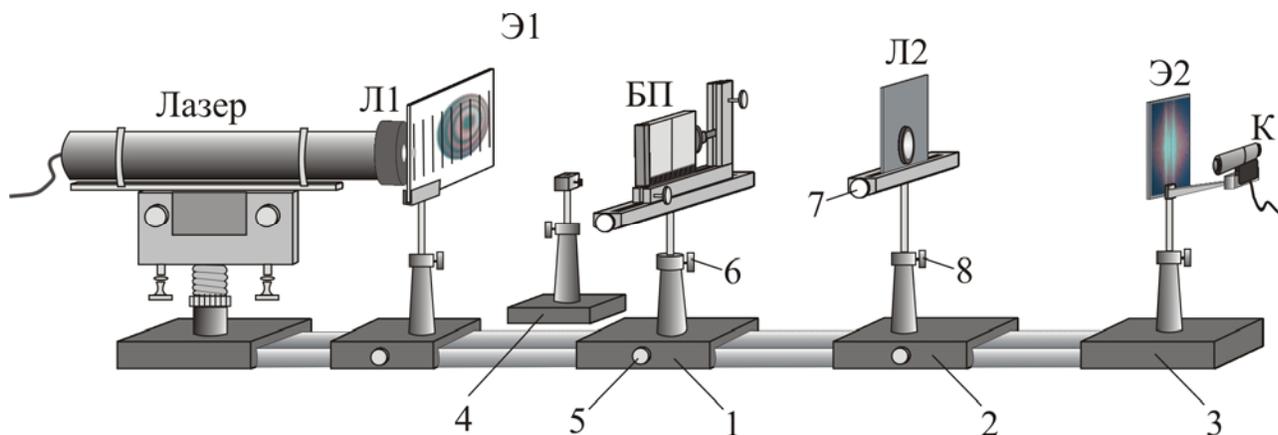


Рис. 8. Схема экспериментальной установки.

В качестве источника монохроматического излучения используется гелий-неоновый ЛАЗЕР (длина волны  $\lambda=632,8$  нм), размещенный на специальной юстировочной подставке. На выходном окне лазера закреплена собирающая линза Л1 (фокусное расстояние  $\approx 1$  см), формирующая точечный источник света. В фокальной плоскости линзы располагается экран Э1 для наблюдения интерференционной картины при отражении света от граней оптического клина. Для прохождения излучения лазера в экране сделано небольшое отверстие. Все перечисленные объекты предварительно отъюстированы так, чтобы ось излучения лазера была строго параллельна оптическому рельсу.

***Внимание! Запрещается осуществлять какие-либо регулировки положения лазера!***

На некотором расстоянии от экрана Э1 установлена бипризма БП. Порядок юстировки БП приведен ниже. Расстояние от Э1 до БП можно изменять при перемещении подставки 1 БП вдоль оптического рельса.

Для наблюдения интерференционной картины при прохождении света через бипризму на конце оптического рельса стационарно установлен специальный акриловый экран Э2 на подставке 3. Особенностью этого экрана является то, что более ярко интерференционная картина видна с противоположной стороны экрана.

Между БП и Э2 установлена еще одна собирающая линза Л2 на подставке 2, предназначенная для увеличения размера интерференционной картины. Данный процесс проиллюстрирован на рис. 9. В отсутствии Л2 ширина области интерференции (рис. 9а) равна  $x = b \cdot 2\psi$ , что при характерных размерах  $b \approx 0,5$  м,  $\psi \approx 0,01$  составляет не более 10 миллиметров.

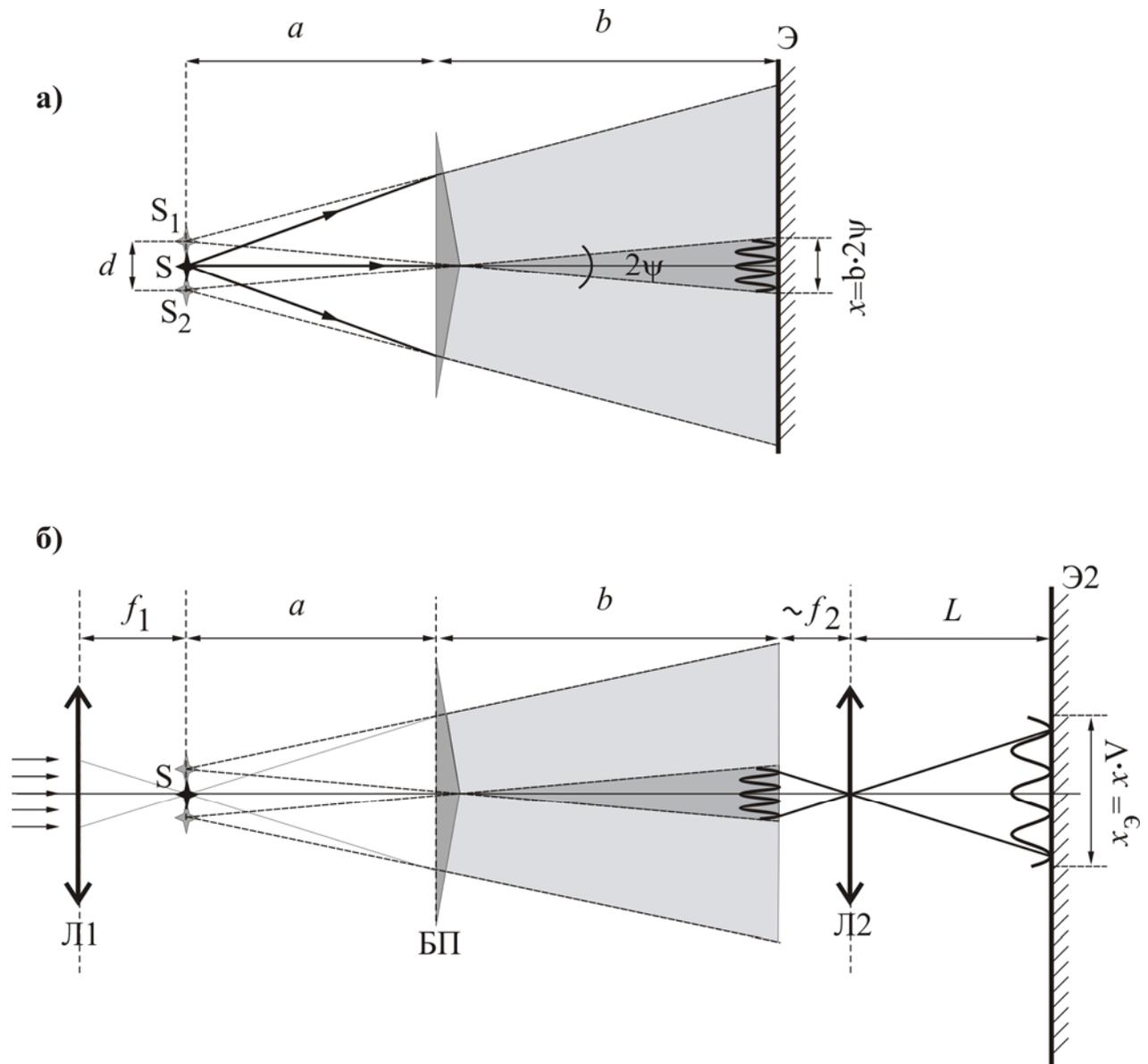


Рис. 9. Использование линз Л1 и Л2 для наблюдения интерференции.

Установив линзу Л2 так, как показано на рис. 9б, получим на Э2 увеличенную интерференционную картину. Так как фокусное расстояние  $f_2$  линзы Л2 много меньше расстояния  $L$  от Л2 до Э2, то можно считать, что Л2 переводит интерференционную картину из плоскости Э (рис. 9а), совпадающей с фокальной плоскостью Л2, на экран Э2. При этом размеры картины увеличиваются в  $V$  раз:

$$V = \frac{L}{f_2}$$

(см. рис 9б). На данной установке коэффициент  $V$  увеличения картины принимает значения от 20 до 40, что позволяет наблюдать на Э2 хорошо различимые глазом интерференционные полосы. При этом ширина области интерференции  $x_{\text{Э}}$  на экране Э2 становится равной

$$x_{\text{Э}} = x \cdot V$$

и даже может превысить ширину экрана.

Для наблюдения интерференционных картин на экранах Э1 и Э2 в задаче используется веб-камера К, подсоединенная к *USB*-порту компьютера. Для крепления веб-камеры на подставках 3 и 4 (рис. 8) сделаны специальные гнезда, в которых камера находится на одинаковом расстоянии от экранов. Это позволяет не прибегать к изменению настройки камеры на резкость при ее перемещении от одного экрана к другому. Для изменения положения камеры следует слегка ослабить винт, закрепляющий ее в гнезде, и аккуратно перенести на другую подставку, где закрепить аналогичным винтом. Изображение, фиксируемое веб-камерой, отображается на экране монитора. Порядок работы с программой для веб-камеры приводится непосредственно на рабочем месте.

### ***Определение истинных размеров интерференционной картины***

Веб-камера, считывающая картину с экрана Э2, имеет собственное увеличение. Для того, чтобы определить суммарное увеличение, даваемое и Л2, и веб-камерой, необходимо сделать снимок объекта, имеющего известный размер. Таким объектом в данной задаче является прозрачная пленка с миллиметровой шкалой, установленная в нижней части БП в непосредственном контакте с ребром.

Другой дополнительной программой для обработки изображений является программа «Screen Ruler» (Экранная линейка), ярлык для запуска которой размещен на рабочем столе компьютера.

На рисунке 10 представлена фотография миллиметровой шкалы пленки (порядок получения данного снимка будет приведен ниже) и результаты считывания показаний экранной линейки. Темные широкие вертикальные полосы есть штрихи шкалы на пленке, расстояние между которыми равно 1 миллиметру.

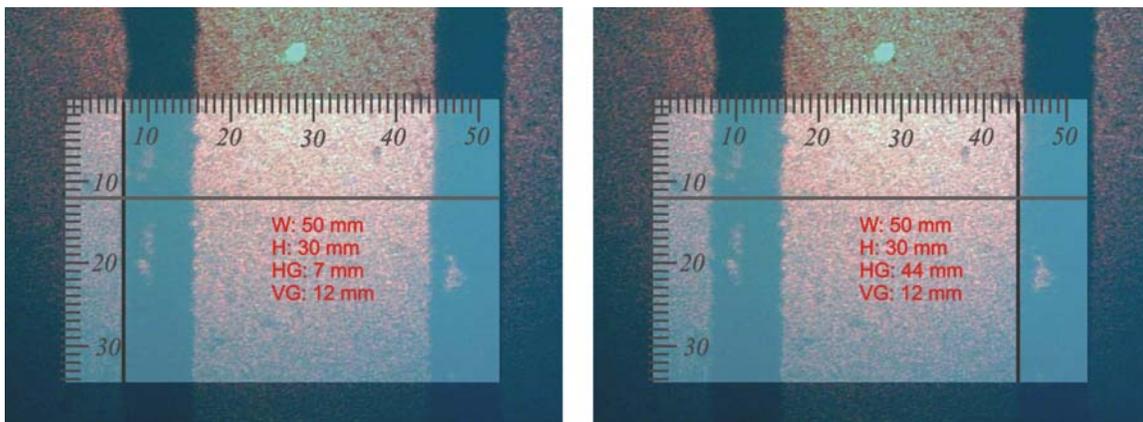


Рис. 10. Определение увеличения системы.

Показания вертикального репера линейки: на левом снимке для левого края миллиметрового деления 7 мм; на правом снимке для левого края соседнего миллиметрового деления 44 мм. Суммарное увеличение Л2 и веб-камеры:

$$V = \frac{44 - 7}{1} = 37.$$

### ***Объект исследования.***

В данной задаче используется несимметричная стеклянная бипризма<sup>2</sup>: один из углов бипризмы (обозначим его  $\theta$ ) порядка одного градуса, другой (угол  $\alpha$ ) – порядка нескольких минут.

Подобное сочетание углов бипризмы позволяет наблюдать:

<sup>2</sup> Специально для данной задачи несимметричная бипризма была изготовлена в оптической лаборатории физического факультета МГУ оптиком высшей квалификации Слабкой Ниной Владимировной

- при геометрии оптической системы на прохождение светового пучка через бипризму (рис. 11а) - **интерференционные полосы**:
- при геометрии оптической системы на отражение светового пучка от плоскопараллельной части бипризмы – (рис. 11б) - **интерференционные кольца**.

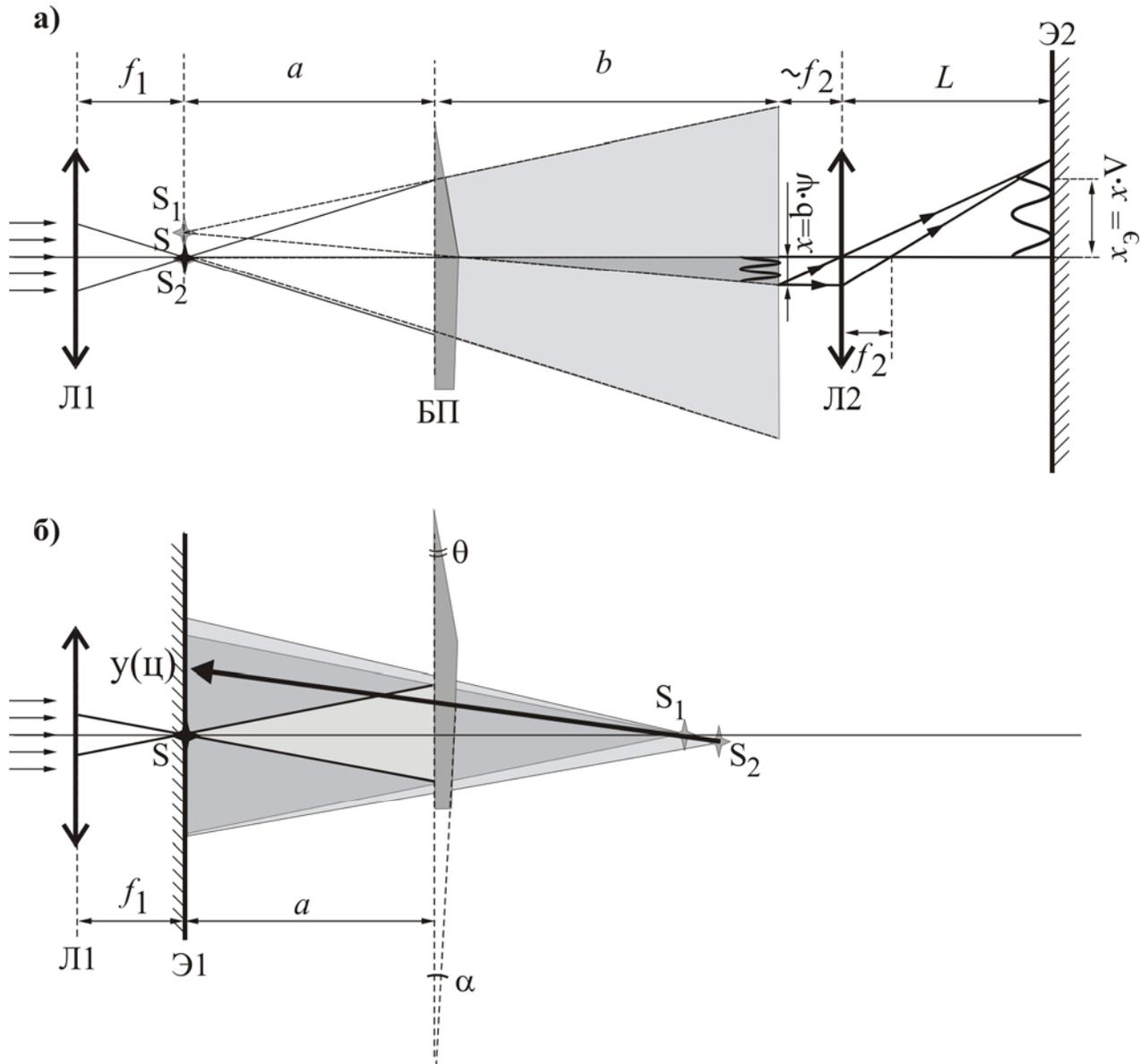


Рис. 11. Схема наблюдения интерференционных картин на несимметричной бипризме.

Бипризма установлена на специальной подставке (рис. 12), которая позволяет изменять ее положение в пространстве в зависимости от характера проводимых исследований.

Наклон БП (относительно вертикальной и горизонтальной осей) можно менять с помощью двух юстировочных винтов 2 и 3. При вращении винта 1 БП перемещается в поперечном направлении, для измерения величины перемещения на неподвижной части подставки размещена шкала (на рисунке не показана).

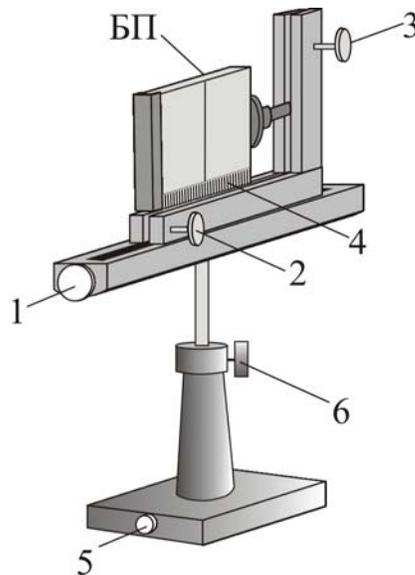


Рис. 12. Схема крепления бипризмы.

В нижней части БП расположена прозрачная миллиметровая шкала 4, применяемая для определения увеличения системы. В обычном положении шкала практически не освещается лазерным пучком и не видна на экране Э2. Для работы со шкалой следует, слегка ослабив винт 6, приподнять стойку с БП на 8-10 миллиметров, и вновь закрепить винт 6.

***Внимание! Обращаться с бипризмой следует предельно аккуратно! Данная бипризма является уникальным оптическим объектом!***

***Все действия с ней следует осуществлять строго по описанию!***

***Запрещается трогать бипризму руками!***

Для наблюдения интерференционных полос необходимо с помощью винта  $I$  установить БП так, чтобы пучок света падал на ребро бипризмы. При этом на экране Э2 появится интерференционная картина (полосы).

Для наблюдения интерференционных колец сначала с помощью винта  $I$  необходимо переместить бипризму так, чтобы пучок света падал только на одну ее половину (слева или справа от ребра). Каждая из этих половин представляет собой оптический клин. При большом угле клина  $\theta$  два отраженных от его граней пучка не будут перекрываться, и интерференционной картины в отраженном свете не будет. При малом угле клина  $\alpha$  на экране Э1 появится интерференционная картина – дуги, смещенные от отверстия в экране как по горизонтали, так и по вертикали. С помощью винтов 2 и 3 следует установить БП так, чтобы на экране Э1 наблюдался центр системы интерференционных колец.

### ***Порядок выполнения работы.***

*Предварительные замечания.*

1. В процессе работы вдоль рельса перемещаются только подставки с БП и Л2. На рельсе закреплена шкала, позволяющая определять координаты обеих подставок по любому краю (левому или правому). В дальнейшем координаты подставки БП обозначаются через  $x$ , а подставки Л2 – через  $y$ .

2. Для плавного перемещения подставок по рельсу фиксирующие винты следует ослаблять незначительно (на четверть оборота), а саму подставку при перемещении аккуратно прижимать к ребру рельса.

3. Положение интерференционной картины (полос) на Э2 можно изменять при перемещении Л2:

— влево-вправо, вращая винт 7 (рис. 8);

— вверх-вниз, ослабив винт 8 и поднимая-опуская Л2.

4. Для визуального наблюдения интерференционной картины на Э2 на него следует поместить временный экран из обычного листа белой бумаги. Этот же бумажный экран можно использовать для наблюдения картины в произвольном сечении светового пучка.

5. Обработка всех полученных в процессе работы фотографий производится по окончании всех измерений.

#### *Предварительные настройки.*

Для получения качественных результатов необходимо довольно точно определять расстояния  $a$  и  $b$ , а также увеличение  $V$  измерительной системы. Поэтому перед началом измерений следует выполнить некоторые действия.

1. Включить компьютер и активировать программу веб-камеры. Сама камера должна быть установлена за экраном Э2.
2. Включить лазер. Напоминаем, что никакой дополнительной настройки лазера не требуется.
3. Временно снять с рельса подставку 1 БП (рис. 8). Для этого ослабить винт 5, фиксирующий БП на рельсе, сделав 3-4 полных оборота. **Аккуратно** наклонив подставку в поперечном направлении, снять ее и установить на лабораторный стол.

4. Поместить на Э2 временный бумажный экран для визуального наблюдения. Переместив подставку 2 Л2 практически вплотную к Э1, получить на Э2 пятно минимального размера, диаметром 1-2 миллиметра (если пятно не попадает на Э2, следует изменить положение Л2). Это означает, что на Э2 наблюдается изображение точечного источника S, полученное линзой Л2 (рис. 13 и рисунок на лабораторном столе). Так как  $f_2 \ll L$ , то можно считать, что в этом случае фокальные плоскости линз Л1 и Л2 совпадают. Записать координату  $y_0$  подставки Л2.

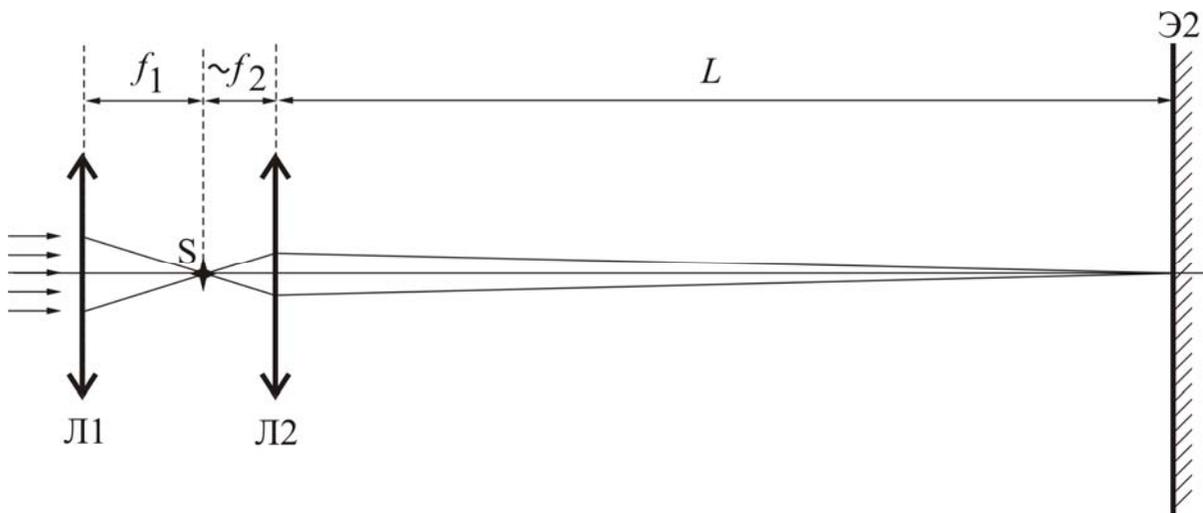


Рис. 13. Получение точечного изображения источника S на экране Э2.

5. Отодвинуть подставку Л2 от Э1 на расстояние  $a_0 = 50-60$  сантиметров и закрепить, в дальнейшем ее положение изменяться не будет. Записать координату  $y_1$  подставки с Л2. Неизменность разности координат  $(y_1 - y_0)$  означает, что в дальнейших экспериментах

$$(y_1 - y_0) = a + b = a_0 = \text{const}.$$

6. Вновь установить на рельс подставку 1 БП в произвольном месте между Э1 и Л2 и закрепить винтом 5. Получить на Э2 (на бумажном экране) интерференционные полосы. Для этого переместить БП с помощью винта 1 (рис. 12) в такое положение, при котором **центр** падающего пучка света

попадал бы на ребро бипризмы (контролируется по листку бумаги, помещенному за БП). Положение полос на Э2 регулируется положением линзы Л2.

7. Плавно перемещая подставку БП к Л2, обратить внимание на постепенное уменьшение числа интерференционных полос на Э2. Установить БП в положение, когда пропадает последняя полоса. Это означает, что ребро БП оказалось в фокальной плоскости Л2, и, следовательно

$$b = 0$$

(см. рисунок на рабочем столе). Записать координату  $x_0$  подставки БП. В дальнейших экспериментах расстояние  $b$  будет определяться по формуле

$$b = x_0 - x,$$

где  $x$  – текущая координата БП.

8. Слегка ослабив винт  $b$  (рис. 12), **аккуратно** приподнять стойку с БП на 8-10 миллиметров, при этом на Э2 появится четкое изображение шкалы 4 с миллиметровыми делениями, расположенной в нижней части БП. Закрепив БП винтом  $b$ , снять бумажный экран с Э2. Изображение шкалы появится на экране монитора. Сфотографировать наблюдаемую на Э2 картину. Данное фото позволит в дальнейшем рассчитать увеличение системы  $V$  в соответствии с методикой, описанной выше.
9. Ослабив винт  $b$ , **аккуратно** опустить БП в прежнее положение.
10. Все полученные результаты занести в табл.1

***Система подготовлена к проведению измерений:***

- 1) известно неизменное во всех последующих экспериментах расстояние  $(y_1 - y_0) = a + b = a_0 = const$ .
- 2) формула  $b = x_0 - x$  позволяет найти расстояние  $b$  для произвольного положения БП;



...													
...													
<b>Тангенс угла наклона зависимости:</b>				<b>Преломляющий угол бипризмы:</b>									
$\Delta x(1/a)$													
$\Delta x(b/a)$													
$d(a)$													

3. Для каждого  $i$ -го измерения вычислить значения  $b_i$ ,  $a_i$ ,  $1/a_i$  и  $b_i/a_i$  и заполнить соответствующие столбцы таблицы 2.

**Обработка фотографий.** (рекомендуется проводить по окончании всех экспериментов)

1. Активизировать программу «Экранная линейка». При ее вызове на экране появляется полупрозрачное окно с осями координат и вертикальной и горизонтальной линиями-реперами. Перемещение реперов осуществляется мышкой, при этом координаты реперов показываются в центре окна. Это позволяет определить координаты любой точки экрана монитора.
2. На рабочем столе компьютера расположен ярлык «Фотографии», являющийся ссылкой на папки с фотографиями, сделанные с помощью программы работы с веб-камерой. Названия папок соответствуют календарным дням, когда фото были сделаны (например, папка 20092501 – 25 января 2009 года). Названия файлов в папке соответствуют времени снимка (например, файл 140754 – в 14 часов 07 минут 54 секунды).
3. Войти в соответствующую папку с фотографиями и выбрать первую фотографию – миллиметровой шкалы. Вывести ее на экран монитора, используя стандартные средства просмотрщика Windows. Действуя так, как описано выше (рис. 10), определить суммарное увеличение  $V$  интерференционной картины. Занести полученное число в таблицу 2.

4. Вывести на экран монитора следующую фотографию: полос интерференционной картины. Перемещая вертикальный репер линейки, определить ширину области  $x_{\text{Э}}$ , на которой находятся  $N$  полос интерференционной картины. Рассчитать ширину одной полосы  $\Delta x_{\text{Э}}$  на Э2:

$$\Delta x_{\text{Э}} = x_{\text{Э}} / N.$$

Записать показания в таблицу 2.

5. Зная суммарное увеличение  $V$ , найти ширину  $\Delta x$  интерференционной полосы на расстоянии  $b$  от БП, а также расстояние  $d$  между источниками  $S_1$  и  $S_2$ :

$$\Delta x = \Delta x_{\text{Э}} / V; \quad d = \frac{\lambda \cdot (a + b)}{\Delta x}$$

Записать показания в таблицу 2.

6. Аналогичную обработку произвести для всех остальных фотографий.

### Обработка экспериментальных данных.

1. По результатам измерений построить ТРИ графика следующих зависимостей:

1) ширины полосы  $dx$  от  $\frac{1}{a}$ ;

2) ширины полосы  $dx$  от  $\frac{b}{a}$ ;

3) расстояния между источниками  $d$  от  $a$ .

2. В случае симметричной БП зависимость ширины полосы от параметров эксперимента задается формулой (6а). Для несимметричной БП, считая, что для ее углов справедливо соотношение  $\theta \gg \alpha$ , формулы для ширины полосы  $\Delta x$  и расстояния между источниками  $d$  примут вид:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{(n-1)\theta} \cdot \frac{(a+b)}{a} = \frac{\lambda}{(n-1)\theta} \cdot \left(1 + \frac{b}{a}\right); \quad (13)$$

$$d = (n-1)\theta \cdot a. \quad (14)$$

По построенным графикам и формулам (13)-(14), используя метод наименьших квадратов (МНК), **определить преломляющий угол  $\theta$  бипризмы** тремя способами, оценить погрешность и сравнить полученные результаты.

**Результаты упражнения 1** представляются в виде сводной таблицы, трех графиков и трех значений преломляющего угла бипризмы, полученных тремя способами.

### *Упражнение 2. Определение малого угла клина.*

#### **Измерения.**

1. Винтом 1 (рис. 12) сместить БП так, чтобы выходящий после Л1 пучок света проходил только через половину БП с меньшим преломляющим углом  $\alpha$ . Данная половина является практически плоскопараллельной пластиной, подробно рассмотренной в **Приложении**. При этом на экране Э1 появится интерференционная картина (рис 11б) в виде системы колец или дуг (если расстояние между дугами мало, то ИК может восприниматься как пятно).
2. С помощью винтов 2, 3 (рис. 12) добиться такого положения интерференционной картины, чтобы был виден центр системы колец. Для используемой в задаче БП центр будет находиться примерно на одном горизонтальном уровне с отверстием в Э1. Чем ближе БП расположена к Э1, тем меньше расстояние между центром системы колец и отверстием. При этом при перемещении БП вдоль рельса центр системы колец смещается, и необходимо винтами 2 и 3 добиваться, чтобы на Э1 постоянно был виден именно центр системы колец.
3. На Э1 нарисован ряд вертикальных штрихов, расстояние между которыми фиксировано и равно 2 сантиметрам. При этом один из штрихов (нулевой) проходит точно через отверстие в Э1. Перемещая БП к Э1, найти такое

положение БП, что центр системы колец попал на штрих, ближайший к нулевому. В этом случае координата  $y_1(u)$  картины будет равна 2 сантиметрам. Запишите текущую координату  $x_1$  подставки БП в таблицу 3.

4. Удаляя БП от Э1, добиться, чтобы центр системы колец поочередно оказывался на 2-м, 3-м и последующем штрихах. Соответствующие координаты  $x_2, x_3, \dots$  занести в таблицу 3. Всего следует провести 5-6 измерений.

Таблица 3. Зависимость координаты  $y_1(u)$  от  $a_i$ .

Длина волны			632,8 нм			
$i$	$y_i(u)$ , см	$x_i$ см	$x_0$ см	$a_0 = a + b$ см	$a_i = x_i - (x_0 - a_0)$ , см	$a_i^2$ , см <sup>2</sup>
1	2					
2	4					
3	6					
Тангенс угла наклона зависимости $y(u)(a^2)$						
Угол $\alpha$ клина бипризмы						

5. Рассчитать расстояния  $a_1, a_2, a_3, \dots$  от БП до Э1, соответствующие координатам  $x_1, x_2, x_3, \dots$ . Для этого вспомним, что в первом упражнении при координате  $x_0$  подставки БП было найдено, что  $b = 0$ . Так как в ходе упражнения  $a + b = a_0 = const$ , то координате  $x_0$  соответствует значение  $a = a_0$ . Отсюда легко получить формулу для нахождения  $a_i$  по координате  $x_i$ :

$$a_i = x_i - (x_0 - a_0) = a_0 - (x_0 - x_i). \quad (15)$$

Рассчитанные по данной формуле значения записать в таблицу 3.

6. Установить БП так, чтобы на Э1 наблюдалась четкая интерференционная картина, имеющая 4-5 колец с темным пятном в центре. Центр картины должен располагаться на расстоянии 6-10 сантиметров от отверстия в Э1. Данную картину следует сфотографировать для последующего измерения радиусов колец. Для этого аккуратно освободить камеру из гнезда за Э2 и перенести ее в гнездо на подставке 4 (рис. 8) рядом с Э1. Найти такое положение подставки 4 и камеры, чтобы на экране монитора наблюдалась четкая картина колец. Сделать фотографию. Не забудьте записать координату  $x_N$  подставки БП в момент фотографирования и рассчитать по формуле (15) соответствующее значение  $a_N$ . Полученный результат запишите в табл.4. Обработка фотографии будет произведена позднее.

Таблица 4. Определение радиусов интерференционных колец.

Увеличение V:					
Номер кольца, m	Радиус кольца на фотографии, $r_i - r(u)$ , мм	Радиус кольца с учетом увеличения $R_i$ , мм	Квадрат радиуса, $R_i^2$ , мм <sup>2</sup>	$x_N$ , мм	$a_N = x_N - (x_0 - a_0)$ , мм
центр					
1					
2					
3					
4					
5					
Тангенс угла наклона зависимости $R_i^2(i)$					
Толщина бипризмы, h, мм					

7. Если винтом 1 подставки БП перемещать БП в поперечном направлении, то центр системы колец будет оставаться на месте, но сами кольца будут

«схлопываться» в центре или «бежать» из центра (в зависимости от направления перемещения). Как уже отмечалось, подсчет числа «пробежавших» колец также позволяет найти угол  $\alpha$  БП.

8. Получить на Э1 систему интерференционных колец. По шкале, расположенной на боковой поверхности неподвижной части подставки БП, определить текущую координату БП. Медленно вращая винт  $l$ , перемещать БП в поперечном направлении по горизонтали, при этом подсчитывать число изменяющихся порядков интерференции (число «схлопывающихся» или «разбегающихся» колец). Подсчет закончить, когда БП переместится на 10мм.
9. Таким образом, при перемещении БП на расстояние  $s=10\text{мм}$  порядок интерференции в центре изменится на число  $N$  «пробежавших» колец. Данные занести в ячейки таблицы 5.

*Таблица 5. Определение угла клина БП по изменению порядка интерференции.*

Перемещение БП $s$ , мм	$N$ , число порядков	Угол $\alpha$ клина бипризмы, мин

10. На этом все измерения в настоящей задаче закончены, следует закрыть окно программы работы с веб-камерой и приступить к обработке *всех* фотографий.

### **Обработка фотографии интерференционных колец.**

1. С помощью программы «Экранная линейка», вызвав на экран фото системы колец, измерить радиусы  $r_i$  всех колец на экране монитора. Результаты занести в табл.4.

2. Измерив на экране монитора расстояние  $\Delta l$  между двумя вертикальными штрихами (напомним, что расстояние на Э1 между ними равно  $l_0=2$  сантиметра), определить увеличение системы по формуле  $V = \frac{\Delta l}{l_0}$ .

3. Рассчитать радиусы  $R_i$  колец на Э1 по формуле:

$$R_i = r_i / V.$$

Полученные результаты занести в таблицу 4.

### Обработка экспериментальных данных.

1. По результатам измерений построить два графика следующих зависимостей:

1) квадрата радиусов колец  $R_i^2$  от номера кольца  $i$ ;

2) величины смещения  $y_i(u)$  центра ИК от квадрата  $a_i^2$  расстояния от БП до Э1.

2. В соответствии с формулой

$$R_i^2 = \frac{2\lambda L^2}{d} i = \frac{4\lambda n a^2}{h} i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (8a)$$

по построенному графику  $R_i^2(i)$ , используя МНК, **определить толщину  $h$  бипризмы** и оценить погрешность. Результаты записать в табл.4.

3. В соответствии с формулой

$$y(u) \approx \frac{2\alpha n^2 a^2}{h}. \quad (11)$$

по построенному графику  $y(u)$  от  $a^2$ , используя МНК и рассчитанное значение толщины  $h$ , **определить угол  $\alpha$  клина бипризмы** и оценить погрешность. Результаты записать в табл.3.

4. В соответствии с формулой

$$\alpha = \frac{N\lambda}{2ns} \quad (12)$$

по известным значениям  $s$  и  $N$  **определить угол  $\alpha$  клина бипризмы** и оценить погрешность. Результаты записать в табл.5.

Сравнить с результатом, полученным в п.3.

**Результаты упражнения 2** представляются в виде таблиц 3-5, двух графиков, значения толщины  $h$  БП и значения угла клина  $\alpha$ , полученного двумя способами.

### **Литература.**

1. Бутиков Е.И. Оптика. – СПб.: Невский диалект, 2003. §5.1, 5.2.
2. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. §4.1, 4.3.

## Приложение

### Расчет изображений точечного источника в клине.

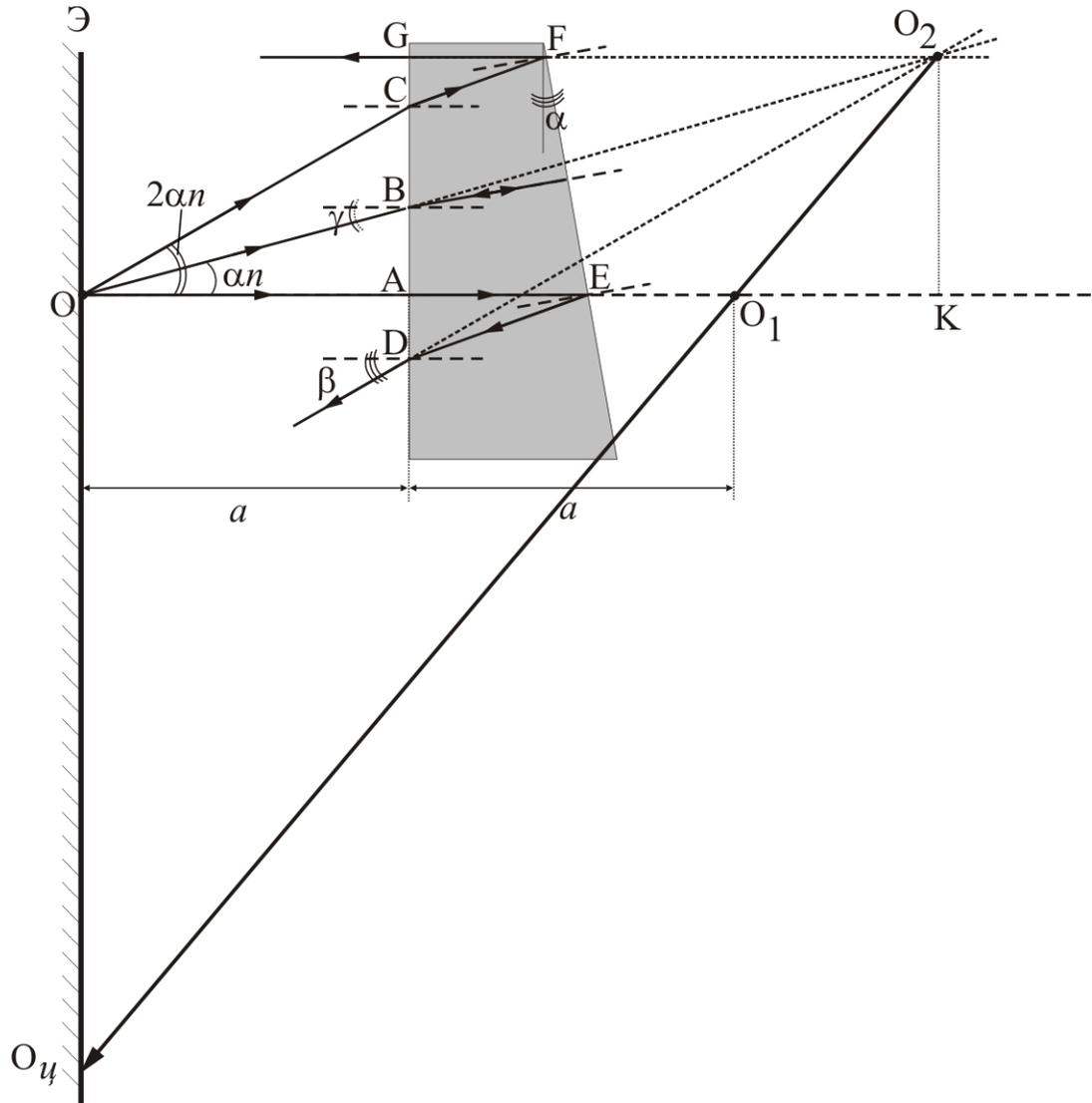


Рис. 1.

В точке O экрана Э (рис. 1) находится монохроматический источник (длина волны  $\lambda$ ). На расстоянии  $a$  от экрана расположен оптический клин (толщина  $h$ , угол клина  $\alpha$ ). На экране наблюдается интерференционная картина в виде системы колец, возникающей при наложении двух отраженных волн. Первая волна появляется при частичном отражении от ближайшей к источнику

поверхности клина. Вторая волна формируется после преломления на первой границе клина, отражении от второй и повторного преломления на первой (рис. 7 Описания) .

Для нахождения характеристик интерференционной картины необходимо определить координаты двух мнимых точечных источников  $O_1$  и  $O_2$ , которые и дают интерферирующие волны. Для этого выполним следующие построения.

1. Луч  $OA$  падает на первую поверхность перпендикулярно. Тогда преломленный луч  $AE$  падает на вторую поверхность под углом  $\alpha$ . Отраженный от второй поверхности луч  $ED$  падает на первую поверхность под углом  $2\alpha$ . Преломленный на первой поверхности луч выходит в точке  $D$  под углом  $\beta = 2\alpha n$ , где  $n$  - показатель преломления клина.

2. Луч  $OB$  падает на первую поверхность под углом  $\gamma = \alpha n$ . Тогда преломленный луч (угол преломления равен  $\alpha$ ) падает на вторую поверхность перпендикулярно, и, отражаясь от нее, идет назад тем же самым путем к первой поверхности. После преломления на первой поверхности луч выходит в точке  $B$  под углом  $\gamma$ .

3. Луч  $OC$  падает на первую поверхность под углом  $2\alpha n$ . Тогда преломленный луч  $CF$  (угол преломления  $2\alpha$ ) падает на вторую поверхность под углом  $\alpha$ . Отраженный от второй поверхности луч  $FG$  падает на первую поверхность перпендикулярно и выходит в точке  $G$  перпендикулярно к поверхности.

Найдем теперь точку  $O_2$ , в которой пересекаются продолжения трех вышедших после прохождения клина лучей.

Выразим длины отрезков:

$$AB = a \cdot \operatorname{tg}(\alpha n) \approx a \cdot \alpha n, \quad AC = a \cdot \operatorname{tg}(2\alpha n) \approx a \cdot 2\alpha n.$$

1. Т.к.  $AE = h$ , а угол  $AED = 2\alpha$ , то  $AD = AE \cdot \operatorname{tg}AED = h \cdot 2\alpha$ . Отраженный луч выходит в точке  $D$ , угол выхода равен  $\beta \approx 2\alpha n$ .

2. Отраженный луч выходит в точке  $B$ , угол выхода равен  $\gamma \approx \alpha n$ .

3. Т.к.  $FG = h$ , а угол  $CFG = 2\alpha$ , то  $CG = FG \cdot \operatorname{tg}CFG = h \cdot 2\alpha$ . Отраженный луч выходит в точке  $G$ , угол выхода равен нулю.

Точка пересечения первого и третьего отраженных лучей (мнимое изображение  $O_2$ ) лежит на продолжении линии  $FG$ , параллельной  $OA$  и перпендикулярной первой поверхности клина. Длина отрезка  $DG$  равна:

$$DG = DA + AC + CG = h \cdot 2\alpha + a \cdot 2\alpha n + h \cdot 2\alpha = 2\alpha \cdot (2h + \alpha n).$$

Расстояние от мнимого изображения  $O_2$  до первой поверхности клина равно

$$O_2G = DG / \operatorname{tg}\beta = \frac{2\alpha \cdot (2h + \alpha n)}{2\alpha n} = a + \frac{2h}{n}.$$

Расстояние от мнимого изображения  $O_2$  до линии  $OA$  равно:

$$AG = AC + CG = a \cdot 2\alpha n + h \cdot 2\alpha = 2\alpha \cdot (h + \alpha n) \approx 2\alpha \alpha n.$$

В свою очередь, мнимый источник  $O_1$  будет находиться на продолжении линии  $OA$  на расстоянии  $a$  от первой поверхности клина (отражение от плоской поверхности).

Таким образом, вид интерференционной картины можно найти, зная координаты двух мнимых источников  $O_1$  и  $O_2$ . Центр картины будет находиться в точке пересечения плоскости экрана и линии, соединяющей мнимые источники  $O_1$  и  $O_2$ . Обозначим эту точку  $O_y$ . Из подобных треугольников  $O_1O_2K$  и  $O_1O_yO$  следует:

$$\frac{O_yO}{O_1K} = \frac{O_1O}{O_2K},$$

$$O_4O = \frac{O_1O}{O_2K} \cdot O_1K = \frac{2a}{2h/n} \cdot 2\alpha \cdot an \approx \frac{2\alpha \cdot a^2 n^2}{h}.$$

$$O_4O \approx \frac{2\alpha \cdot a^2 n^2}{h} \quad (1)$$

Таким образом, расстояние от центра системы колец на экране до источника света пропорционально квадрату расстояния  $a$  и углу клина  $\alpha$  и обратно пропорционально толщине клина  $h$ .

Пусть угол клина таков, что  $O_4O \ll a$ , тогда  $\frac{h}{n} \gg 2\alpha \cdot an$ . В этом случае расстояние между мнимыми источниками равно

$$O_1O_2 = \sqrt{(O_1K)^2 + (O_2K)^2} = \sqrt{(2\alpha \cdot an)^2 + \left(\frac{2h}{n}\right)^2} \approx \frac{2h}{n},$$

$$O_1O_2 \approx \frac{2h}{n}$$

Теперь приведем формулу для нахождения радиуса колец. Так как два мнимых источника находятся на расстоянии  $\frac{2h}{n}$  друг от друга, то максимальный порядок интерференции равен

$$m_{\max} = \frac{2h}{\lambda n},$$

причем в центре может наблюдаться как светлое, так и темное пятно. Вывод формулы для радиуса колец полностью совпадает с приведенным в Описании задачи (см. формулы (7), (8) и (8a)).

Радиус  $i$ -го кольца равен

$$R_i^2 = \frac{4\lambda na^2}{h} i \quad (2)$$

Таким образом, экспериментально измеряя зависимости радиуса кольца  $R_i^2$  от его номера  $i$  и положения центра системы колец  $O_y O$  от расстояния  $a$  от экрана до клина по формулам (1) и (2), можно рассчитать толщину клина  $h$  и его угол  $\alpha$ .