

Задача 219m (m2)

Явления переноса в воздухе

Теоретическое введение	с.1
Эксперимент (установка 219m)	с.7
Обработка результатов	с.13
Эксперимент (установка 219m2)	с.25

Цель работы

Изучение процессов переноса (теплопроводности и вязкости) в газе. Изучение физических основ измерения теплопроводности методом цилиндрического слоя, и вязкости – методом капиллярного вискозиметра. Измерение коэффициента теплопроводности и вязкости воздуха.

Идея эксперимента

Коэффициент теплопроводности газа измеряется по зависимости теплового потока через газ между двумя концентрическими цилиндрами от разности температур цилиндров. Коэффициент вязкости рассчитывается с помощью формулы Пуазейля по зависимости потока газа по капиллярной трубке от разности давлений на ее концах.

Замечание

Данная задача имеет 2 варианта, полностью совпадающих по теории и обработке результатов, но немного отличающихся по оборудованию – 219m и 219m2. Экспериментальная часть задачи 219m2 приведена отдельно в конце данного описания в Приложении 4.

Теоретическое введение

Теплопроводность

Теплопроводность в газе – процесс переноса тепла при наличии градиента температур, обусловленный передачей энергии от молекулы к молекуле при их столкновениях. Плотность потока тепловой энергии \mathbf{j} (Вт/м²) выражается соотношением:

$$\mathbf{j} = -\kappa \operatorname{grad} T, \quad (1)$$

где κ – коэффициент теплопроводности с размерностью Вт/(м·К). Кинетическая теория газов дает для коэффициента теплопроводности к следующее выражение [1, 2]:

$$\kappa = \frac{1}{3} n v \lambda \frac{C_V}{N_A} = \frac{1}{3} \rho v \lambda c_V, \quad (2)$$

где C_V – молярная теплоемкость, N_A – число Авогадро, ρ – плотность, c_V – удельная теплоёмкость газа,

$$v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

– средняя скорость молекул,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{kT}{\sigma p}$$

– средняя длина свободного пробега молекул, n – концентрация молекул, $\sigma = \pi d^2$ – эффективное сечение молекулы, d – газокинетический диаметр молекулы, p – давление.

Нужно отметить, что модель, рассматривающая молекулы газа как жесткие невзаимодействующие шарики, слишком груба. Эффективное сечение и газокинетический диаметр молекулы не являются строго определяемыми величинами, а зависят от метода измерения. Обычно они рассчитываются из макроскопических параметров газа – коэффициентов вязкости или теплопроводности, которые можно экспериментально измерить достаточно точно.

Взаимное притяжение молекул способствует их сближению и столкновению, то есть увеличивает эффективное сечение рассеяния σ . В первом приближении это увеличение σ зависит от соотношения характерной энергии взаимодействия молекул и их кинетической тепловой энергии, то есть от температуры. Приблизительно эта зависимость описывается формулой Сазерленда (Sutherland, 1893)

$$\sigma(T) = \sigma_0 \left(1 + \frac{S}{T} \right),$$

где S – параметр, свой для каждого газа ([2], §87). Например, для воздуха $S \approx 120$ К. Постоянная Сазерленда связана с температурой кипения приближенной формулой $S \approx 1,47 T_{\text{кип}}$.

Исходя из (2), для воздуха при температуре 20°C длину свободного пробега можно с достаточной точностью найти по формуле:

$$\lambda \approx \frac{6.28}{p} \cdot 10^{-3} (\text{м}),$$

где p – давление в паскалях.

При постоянной температуре величина κ остается постоянной в широких пределах изменения давления p , так как для идеального газа $\rho \sim p$, а $\lambda \sim 1/n \sim 1/p$, так что входящее в (2) произведение $\rho\lambda$

не зависит от давления. Однако для малых давлений и концентраций, при которых длина свободного пробега становится больше, чем размеры сосуда, теплопроводность, как результат передачи энергии от молекулы к молекуле, теряет смысл. В этом случае теплопередача между стенками сосуда осуществляется молекулами, летающими без столкновений между стенками, и она пропорциональна концентрации молекул, т.е. уменьшается с уменьшением давления. Такая ситуация называется физическим вакуумом.

Похожий эффект, связанный с длиной свободного пробега, получается в случае теплопередачи от тонкой нагретой нити в окружающий газ. Тепловой поток от нее начнет зависеть от давления, когда длина пробега станет соизмерима или больше диаметра нити

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{kT}{\sigma p} \geq d, \quad (3)$$

то есть **независимо от размеров сосуда**, окружающего эту нить.

Метод измерения теплопроводности

Для измерения коэффициента теплопроводности в данной задаче используется метод цилиндрического слоя, основанный на измерении теплового потока через газ между двумя концентрическими цилиндрами (рис.1). Найдем теоретически величину теплового потока между цилиндрами, считая, что $T_1 > T_2$.

Для рассматриваемого цилиндрически симметричного случая вектор плотности потока энергии (1) имеет только радиальную составляющую

$$j = j_r = -\kappa \frac{dT}{dr}.$$

Полный поток через боковую поверхность цилиндра произвольно го радиуса r в интервале $r_1 < r < r_2$ равен

$$W = j_r S = -\kappa \frac{dT}{dr} 2\pi r L,$$

где L – высота цилиндров. Поскольку в промежутке $r_1 < r < r_2$ нет источников тепла, то тепловой поток W должен быть постоянной величиной. Учитывая это, разделим переменные в этом уравнении и проинтегрируем в указанных пределах

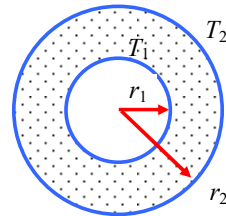


Рис.1. Геометрия измерения теплопроводности

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{2\pi L}{W} \int_{T_1}^{T_2} \kappa dT .$$

Получаем

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = -\frac{2\pi L}{W} \int_{T_1}^{T_2} \kappa dT . \quad (4)$$

Далее возможны разные варианты измерения и обработки экспериментальных данных.

I. Приближение $\kappa = \text{const}$

Введем средний коэффициент теплопроводности по интервалу температур $T_1 < T < T_2$, равный

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{T_1 - T_2} \int_{T_1}^{T_2} \kappa dT .$$

Тогда из (4) получается

$$\bar{\kappa} = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi L} \frac{W}{T_1 - T_2} . \quad (5)$$

Таким образом, для измерения среднего коэффициента теплопроводности данным методом достаточно знать только температуры обоих цилиндров и величину теплового потока между ними. Поскольку коэффициент теплопроводности κ слабо зависит от температуры, а именно (2):

$$\kappa \sim v \sim \sqrt{T} , \quad (6)$$

то при небольшой разности температур измеренный средний коэффициент $\bar{\kappa}$ будет близок к своему точному значению $\kappa(\bar{T})$ при средней температуре \bar{T} на этом интервале. Из (6) следует, что относительное изменение коэффициента κ на температурном интервале ΔT в первом приближении равно $\frac{\Delta \kappa}{\bar{\kappa}} \approx \frac{\Delta T}{2T}$. Например, для получения относительной точности измерения κ в 5% относительное изменение температуры не должно превышать 10%, т.е. величины порядка 30 К.

II. Приближение $\kappa \sim T^{1/2}$

Если при обработке результатов сразу учесть предполагаемую теоретическую зависимость (6), то есть положить $\kappa = \beta T^{1/2}$, то

точность измерения κ можно увеличить. Такой расчет рассмотрен в Приложении 1.

III. Точное измерение $\kappa(T)$

Точное значение коэффициента теплопроводности в зависимости от температуры без всяких дополнительных предположений можно найти следующим образом. Перепишем (4) в виде

$$W = -\frac{2\pi L}{\ln(r_2 / r_1)} \int_{T_1}^{T_2} \kappa(T) dT .$$

Предполагается, что T_2 – постоянная температура внешнего цилиндра. Проинтегрировав это соотношение по T_1 , получим

$$\frac{dW}{dT_1} = \frac{2\pi L}{\ln(r_2 / r_1)} \kappa(T_1) ,$$

откуда следует

$$\kappa(T) = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi L} \left. \frac{dW}{dT_1} \right|_{T_1=T} . \quad (7)$$

Для нахождения зависимости $\kappa(T)$ нужно измерить экспериментальную зависимость мощности теплового потока W от температуры нити T_1 и найти ее производную dW/dT_1 при разных температурах T .

Вязкость

Внутреннее трение в газах, или вязкость, состоит в переносе импульса в направлении, перпендикулярном относительной скорости граничащих слоёв газа. Пусть газ движется вдоль оси x , а скорость слоев газа меняется по оси y . Из-за переходов молекул между слоями за счет теплового движения, более быстрый слой, получая медленные молекулы из соседнего слоя, будет испытывать торможение, а медленный слой – наоборот, получать дополнительный импульс по оси x от попадающих в него быстрых молекул (рис.2). Плотность потока передаваемого таким образом импульса j_y равна касательному напряжению τ , т.е. отношению силы вязкого трения ΔF_x , к площади ΔS_y площадки на границе двух соседних слоёв газа, перпендикулярной к оси y . Это напряжение определяется формулой Ньютона [1, 3]:

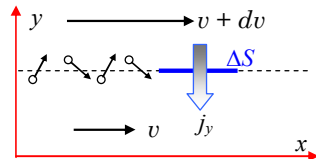


Рис.2. Иллюстрация к механизму вязкого трения в газе.

$$\tau_{yx} = \frac{\Delta F_x}{\Delta S_y} = -\eta \frac{dv_x}{dy},$$

где η – коэффициент динамической вязкости размерности Па·с. Кинетическая теория газов дает выражение для коэффициента вязкости [1,2]:

$$\eta = \frac{1}{3} n m v \lambda = \frac{1}{3} \rho v \lambda, \quad (8)$$

где m – масса молекулы. Поведение η в зависимости от температуры и давления аналогично рассмотренному выше коэффициенту теплопроводности (2). Из выражений (2) и (8) видно, что отношение коэффициентов теплопроводности и вязкости равно удельной теплоёмкости газа при постоянном объёме c_V .

Более точный и сложный расчёт с учетом формы молекул и распределения по скоростям приводит к соотношению ([2], §89):

$$\frac{\kappa}{\eta} = A c_V, \quad (9)$$

Для воздуха коэффициент $A \approx 1.9$.

Теоретические основы метода измерения вязкости

Коэффициент вязкости в данной работе определяется из известных закономерностей протекания воздуха через измерительный капилляр. Объемный расход при изотермическом ламинарном течении несжимаемой вязкой среды по круглой трубе-капилляру определяется формулой Пуазейля [3, §97]

$$I_V = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{l}, \quad (10)$$

где η – коэффициент динамической вязкости среды, p_1 , p_2 – давления на концах капилляра, l – его длина, R – радиус капилляра.

При течении сжимаемой среды – газа – надо учитывать изменение его плотности вдоль трубы из-за уменьшения давления, а также изменение его температуры, если труба термоизолирована. В нашем случае разность давлений на концах капилляра мала $\Delta p = p_1 - p_2 \ll p_1$, объемные потоки на входе и выходе капилляра почти равны, температуру можно считать постоянной и равной комнатной, поэтому формулой Пуазейля (10) можно пользоваться с достаточной точностью.

Таким образом, для нахождения коэффициента динамической вязкости газа, надо экспериментально измерить объемный поток I_V через капилляр и разность давлений p_1, p_2 на его концах

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8l} \frac{\Delta p}{I_V} . \quad (11)$$

Более точно найти η можно, если построить зависимость $I_V(\Delta p)$, и с помощью МНК аппроксимировать ее линейной зависимостью $I_V = A \cdot \Delta p$. Величина η будет равна

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8l} \frac{1}{A} . \quad (12)$$

Эксперимент (вариант 219m)

Экспериментальная установка

Принципиальная схема установки показана на рис.5аб, Общий вид установки показан ниже на рис.6.

Измерение вязкости

Принципиальная схема части установки, предназначенной для

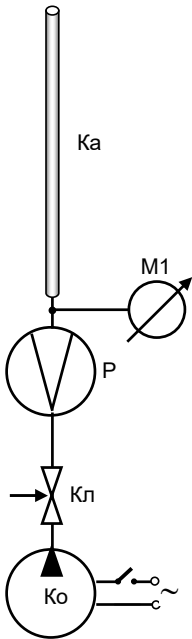


Рис.5а. Принципиальная схема установки для измерения вязкости (обозначения элементов даны в тексте)

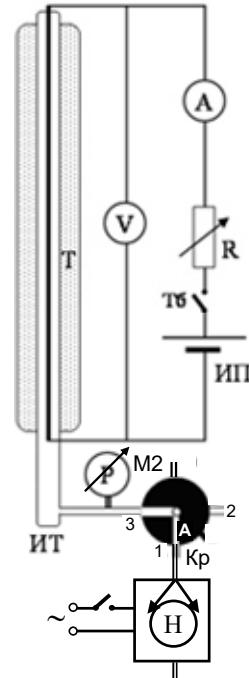


Рис.5б. Принципиальная схема установки для измерения теплопроводности (обозначения элементов даны в тексте).

измерения вязкости, показана на рис.5а. Воздух от компрессора Ко подается в измерительной капилляр Ка, величина объемного потока воздуха измеряется ротаметром Р. Принцип работы ротаметра рассмотрен в Приложении 2.

Поток через капилляр плавно регулируется ручкой, расположенной на самом компрессоре, а также клапаном Кл, находящемся на ротаметре. Разность давлений на концах капилляра измеряется дифференциальным цифровым манометром М1.

Измерение теплопроводности

Принципиальная схема данной части установки показана на рис.5б, общий вид на рис.6. Используется описанный выше метод цилиндрического слоя. Роль внешнего цилиндра выполняет стеклянная измерительная трубка ИТ, температура которой в процессе измерений поддерживается постоянной и равной комнатной благодаря окружающему ее термостату T – резервуару, заполненному водой. По оси измерительной трубки натянута тонкая металлическая проволока (нить) из сплава на основе никеля, играющая роль внутреннего цилиндра. Для нагрева нити по ней пропускается постоянный ток от источника питания ИП. Сила тока I через нить ре-

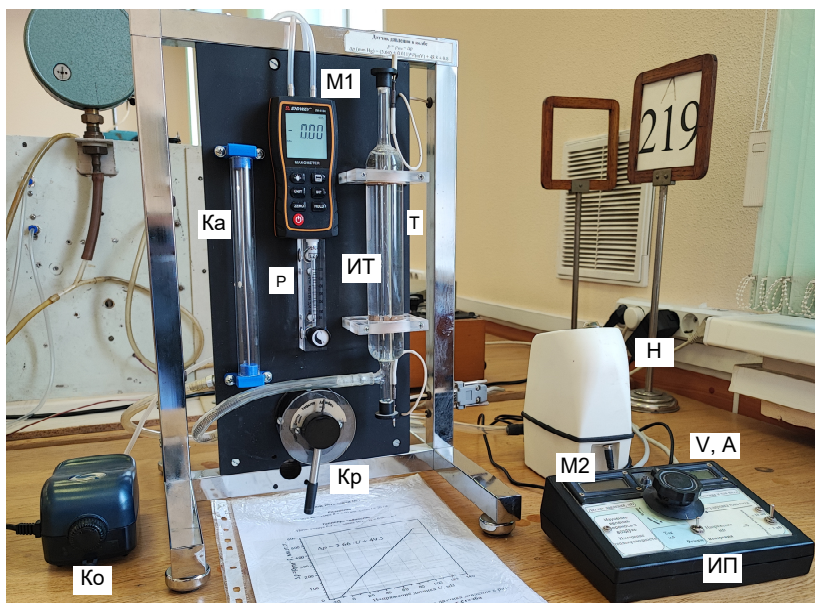


Рис.6 Общий вид установки. Обозначения как на рис.5

гулируется потенциометром R и измеряется амперметром A , напряжение U на ее концах измеряет вольтметр V .

Диаметры измерительной трубки ИТ и никелевой проволоки приведены на установке.

Из измерительной трубки можно откачивать воздух с помощью вакуумного насоса H . Трубка соединена с вакуумным краном Kp , который может соединять ее с насосом (выход крана точка A в положении 1 "Насос"), изолировать ее после откачки (положение 2 "Закрыто"), или соединять ее с атмосферой (положение 3 "Атмосфера").

Давление в трубке измеряется цифровым манометром $M2$, который показывает разность давлений в трубке и атмосфере в условных единицах.

Температура проволоки определяется косвенно по её электрическому сопротивлению.

Проведение эксперимента

Упражнение 1.

Измерение коэффициента вязкости воздуха

В соответствии с формулой (11), нужно измерить зависимость объемного потока воздуха через капилляр от разности давлений на его концах.

1) Включите электронный манометр $M1$ (рис.7, красная кнопка). Потом нажмите кнопку Zero для его калибровки.

Единицы измерений можно поставить в кПа. Но в интересующем нас диапазоне сравнительно низких давлений, кПа – слишком крупная единица, и число задействованных разрядов цифрового индикатора будет только два. Наибольшее число разрядов (3) получается при измерении в самых мелких единицах – для данного манометра это дюймы водяного столба (Inch H_2O). Поэтому целесообразно выставить единицы измерений на InH_2O и измерять в них, а уже затем перевести результат в паскали (1 дюйм H_2O = 248.843 Па).

2) Включите компрессор Ko (рис.8) выключателем на его сетевом шнуре и установите максимальную величину потока воздуха,



Рис.7 Электронный манометр ($M1$) и ротаметр (P)

для чего поверните регулировочную ручку 1 по часовой стрелке до конца.

- 3) Осторожно вращая ручку клапана Кл на ротаметре (рис.7), установите по его шкале величину потока воздуха чуть выше максимальной $N = 600$ мл/мин. Величина потока определяется по положению середины поплавка ротаметра. Затем ручкой 1 на компрессоре плавной регулировки потока установите его ровно на 600 мл/мин. Запишите в табл.1 показания по шкале ротаметра N и давление, показываемое манометром М1.



Рис.8 Компрессор и ручка 1 для точной регулировки потока

Табл.1 Данные измерения вязкости

N , мл/мин	600	550					100
p , Дюйм H_2O						
N , мл/с						
p , Па						

- 4) Продолжайте аналогичные измерения, уменьшая каждый раз поток воздуха на 50 мл/мин **ручкой на компрессоре**, не пользуясь клапаном Кл на ротаметре.

Для повышения точности визуального считывания результата целесообразно устанавливать середину поплавка точно на деления шкалы.

После достижения нижнего предела шкалы 100 мл/мин выключите манометр и компрессор.

Упражнение 2

Измерение теплопроводности

Как следует из формул (5),(7), нужно измерить зависимость температуры нити (T_1) от тепловой мощности ее нагрева протекающим током W . Измерения проводятся следующим образом, независимо от вариантов последующей обработки результатов.

◆ *Измерения при атмосферном давлении*

- 5) Соедините измерительную трубку с атмосферой, для чего на экспериментальной установке переведите кран Кр в положение *Атмосфера* (рис.9).
- 6) На блоке питания (рис.10) поставьте регулятор напряжения, подаваемого на нить, в положение минимума ручкой *R* против часовой стрелки до упора. Поставьте тумблер Т2 в положение *мА*, а тумблер Т3 в положение *1 мВ*.
- 7) Включите источник питания тумблером Т1 на его правой боковой стенке. Амперметр покажет небольшой ток через нагреваемую нить. Подождите 1 минуту для установления стационарной температуры нити.
- 8) Запишите в табл.2 величину силы тока в мА. Поставьте тумблер Т2 в положение *мВ* и запишите напряжение на нити в мВ. Добавляя силу тока каждый раз приблизительно на 50 мА, повторите аналогичные измерения до достижения максимально возможного тока (около 350 мА). После перехода к каждой следующей величине тока необходимо выждать 1 минуту для установления стационарного состояния. Все полученные данные запишите



Рис.9 Вакуумный кран (в положении "Атмосфера")

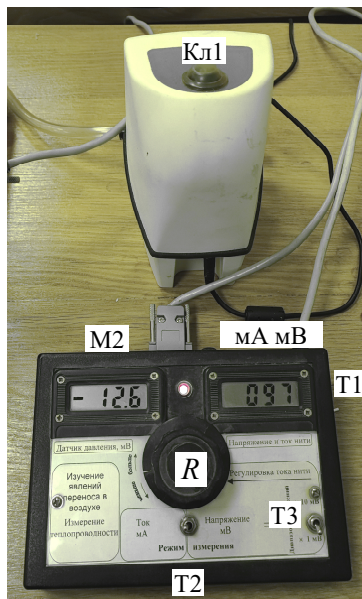


Рис.10 Измерительный блок и вакуумный насос

Табл.2 Результаты измерений теплопроводности

Δp , мм.рт. ст.	I мА	S_I мА	U мВ	S_U мВ	W Вт	S_W Вт	R Ом	S_R Ом	T °С	A, S_A Ом/В т	B, S_B Ом
0											
0											

в табл.2.

♦ *Изучение влияния давления на теплопроводность воздуха*

Из теории следует, что величина теплопроводности газов не должна зависеть от давления. Чтобы убедиться в этом, измерим теплопроводность при максимально достижимом в данной задаче вакууме и сравним с ее величиной при атмосферном давлении.

- 9) Для увеличения точности измерений установите максимальный ток нити и запишите величину тока и напряжения на ней.
- 10) Переведите кран Кр1 (рис.9) в положение *Насос*. Включите насос клавишей Кл1 (рис.10). Контролируя процесс откачки по манометру М2, откачайте воздух до максимального вакуума, затем переведите кран Кр1 в положение *Закртыо* и **выключите насос**.

Манометр М2 покажет разность давлений Δp в трубке и в атмосфере в условных единицах (мВ), которые сразу переведите в мм.рт.ст. по графику, имеющемуся на установке и в Приложении 3.

- 11) Запишите в табл.2 величину измеренной разности давлений Δp и значения тока I и напряжения U на нити. Если после откачки величины I и U не изменились, значит, теплопроводность воздуха при полученном низком давлении сохранила свое прежнее значение.

Ввиду неполной герметичности вакуумной системы давление в измерительной трубке начнет постепенно возрастать.

- 12) По мере увеличения давления до атмосферного контролируйте величину тока нити I и напряжения U . Если они не будут меняться, отметьте этот факт в отчете, иначе запишите в табл.2 для нескольких показаний Δp манометра М2 силу тока I и напряжение U .
- 13) Окончив измерения, уменьшите ток через нить до минимума ручкой R, выключите источник питания тумблером Т1 и за-

пустите воздух в измерительную трубку, переведя кран Кр1 в положение *Атмосфера*.

Результаты измерений в табл.1,2 предоставьте на подпись преподавателю.

Обработка результатов

Упражнение 1

Расчет коэффициента вязкости воздуха

Пользуясь результатами табл.1, заполните расчетную таблицу табл.3 с указанием погрешностей измерений S для каждой величины.

Табл.3 Расчетная таблица для нахождения вязкости

$I_V, \text{см}^3/\text{с}$	$S_V, \text{см}^3/\text{с}$	$p, \text{Па}$	$S_p, \text{Па}$	A, S_A $\text{см}^3/(\text{Па}\cdot\text{с})$	$\eta, S_\eta, \text{Па}\cdot\text{с}$

- 1) Постройте график $I_V(p)$ и с помощью МНК аппроксимируйте его линейной зависимостью $I_V = A \cdot \Delta p + B$. Рассчитайте η по формуле (12). Радиус капилляра и его длина указаны на каждой установке.
- 2) Для проверки предполагаемой ламинарности течения воздуха по капилляру оцените величину числа Рейнольдса [3] по формуле

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta},$$

где ρ – плотность воздуха, v – скорость потока воздуха, d – диаметр капилляра, η – коэффициент вязкости. Переход в турбулентный режим при течении по трубе соответствует критическому значению числа Рейнольдса около $2 \cdot 10^3$.

- 3) С помощью формулы (9) рассчитать величину теплоёмкости c_V . Запишите выводы о точности полученных результатов.

Упражнение 2. Коэффициент теплопроводности

- ◆ Измерение теплового потока в зависимости от температуры нити при атмосферном давлении

1) Для каждой силы тока рассчитайте сопротивление нити

$$R = \frac{U}{I}, \quad (13)$$

и тепловую мощность тока

$$W_I = UI. \quad (14)$$

Погрешность используемого цифрового вольтметра-мультиметра составляет $\pm 0.5\%$ от измеренной величины U и ± 2 младшие единицы индикатора. Для используемой шкалы 2000 мВ это $\Delta U = \pm 0.005 \cdot U \pm 2$ мВ. Погрешность амперметра на используемой шкале 2000 мА определяется аналогично. Результаты запишите в табл.2.

В области используемых температур сопротивление проволоки (нити) R меняется по линейному закону:

$$R = R_0(1 + \alpha(T_1 - T_0)), \quad (15)$$

где T_0 – исходная комнатная температура нити, T_1 – температура нагретой нити, R_0 – сопротивление проволоки при комнатной температуре T_0 , α – температурный коэффициент сопротивления материала проволоки, указанный на установке (в данном случае $\alpha = 0.0050 \text{ K}^{-1}$).

Из (15) следует

$$T_1 - T_0 = \frac{R - R_0}{\alpha R_0}. \quad (16)$$

I. Приближение $\kappa = \text{const}$

Подставляя (16) в полученную для данного приближения формулу (5), получаем

$$\bar{\kappa} = \frac{W \alpha \ln(r_2 / r_1)}{2\pi L} \frac{R_0}{R - R_0}. \quad (17)$$

Так как соотношение (17) содержит две неизвестных величины – $\bar{\kappa}$ и R_0 , то для нахождения $\bar{\kappa}$, в принципе, достаточно двух измерений при двух разных токах через нить. Однако для увеличения точности целесообразно провести измерения в большем числе точек, считая, что при небольших изменениях температуры коэффициент κ меняется мало, на величину, меньшую нашей погрешности измерений. Перепишем (17) в виде зависимости сопротивления нити от мощности ее нагрева

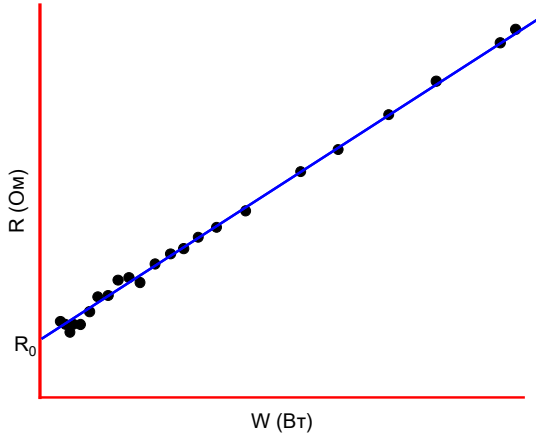


Рис.11 Типичный вид зависимости сопротивления нити от мощности нагрева (экспериментальные точки реальные). Погрешности измерений не показаны.

$$R = W \frac{\alpha R_0 \ln(r_2 / r_1)}{2\pi L \bar{\kappa}} + R_0. \quad (18)$$

Отсюда видно, что если пренебречь изменением $\bar{\kappa}$, то сопротивление нити R является линейной функцией тепловой мощности W .

2) Постройте график $R(W)$. С помощью МНК аппроксимируйте экспериментальный график $R(W)$ линейной функцией $R(W) = A \cdot W + B$, запишите в табл.2 параметры A и B и их погрешности.

Примерный вид графика показан на рис.11. Погрешности экспериментальных точек на этом демонстрационном графике не показаны, но их надо обязательно учесть при использовании МНК и изобразить на графике.

Параметр B , равный отрезку, отсекаемому графиком от оси ординат R , равен начальному сопротивлению нити при комнатной температуре

$$R_0 = B. \quad (19)$$

В эту величину аддитивно входит также сопротивление подводящих проводов, но оно мало по сравнению с сопротивлением нити.

Коэффициент наклона прямой (18) равен

$$A = \frac{\alpha R_0}{2\pi L \bar{\kappa}} \ln(r_2 / r_1), \quad (20)$$

Откуда следует

$$\bar{\kappa} = \frac{\alpha}{2\pi L} \frac{B}{A} \ln(r_2 / r_1). \quad (21)$$

- 3) Рассчитайте величину среднего коэффициента теплопроводности $\bar{\kappa}$ по формуле (21) и его погрешность, используя известные геометрические параметры установки.
- 4) Используя полученные значения $R(W)$ и R_0 , рассчитайте по формуле (16) и постройте график зависимости температуры нити $T_1(W)$ от мощности нагрева.

II. Приближение $\kappa \sim T^{1/2}$

Выполняется согласно Приложению 1 только по указанию преподавателя.

III. Точное измерение $\kappa(T)$

Для этого варианта

$$\kappa(T) \sim \frac{1}{A(T)}; \quad A(T) = \frac{dW}{dT_1}.$$

Ввиду невысокой точности наших измерений зависимость $W(T_1)$ будет близка к линейной, величина $A \approx \text{const}$ и рассчитать более точную зависимость $\kappa(T)$ не получится.

♦ Измерение теплового потока в зависимости от давления воздуха

- 1) Сравните между собой данные измерений тока и напряжения на нити I и U , полученные при разных значениях p . Запишите выводы об обнаруженном (не)влиянии давления на коэффициент теплопроводности воздуха.
- 2) Пользуясь формулой (3), оцените давление p_d , при котором средняя длина пробега молекул λ сравняется с диаметром проволоки d и теплопередача от проволоки в окружающую среду должна начать зависеть от давления (уменьшаться с уменьшением давления). Запишите выводы.

Оценка мощности излучения и конвекции

Излучение

Рассчитайте величину теплового потока излучения при максимальной температуре нити, пользуясь законом Стефана-Больцмана:

$$W_{\text{изл}} = \varepsilon \sigma (T_1^4 - T_0^4) S, \quad (22)$$

где S – площадь поверхности нити, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К), коэффициент серости для никеля равен $\varepsilon = 0,35$. В случае малой разности

температур $\Delta T = T_1 - T_0$ можно воспользоваться формулой, аналогичной формуле Ньютона-Рихмана для теплоотдачи с поверхности

$$W_{\text{изл}} \approx 4\epsilon\sigma T_1^3 \Delta T \cdot S = \alpha_{\text{изл}} \Delta T \cdot S. \quad (23)$$

Конвекция

Перенос тепла конвекцией зависит от многих факторов и является сложным гидродинамическим процессом, не имеющим точных аналитических решений.

Конвективные потери тепла с поверхности тоже можно приблизительно описать формулой Ньютона-Рихмана

$$W_{\text{кон}} = \alpha_{\text{конв}} \Delta T \cdot S, \quad (24)$$

где $\Delta T = T_1 - T_0$, S – площадь нагретой поверхности. Приблизительные оценки параметра $\alpha_{\text{конв}}$ базируются на экспериментальных данных, полученных для ряда типовых вариантов расположения и формы нагретых тел, которые затем уже пересчитываются к нужным размерам с помощью результатов теории подобия.

При свободной конвекции, когда движение осуществляется только за счет разности плотностей, вызванной неравномерностью температурного поля (т.е. за счет силы Архимеда), критерием подобия, определяющим распространение теплоты в среде, является безразмерный параметр – число Грасгофа (Gr) [4]. Он равен произведению числа Рейнольдса на отношение архимедовой подъемной силы к силе вязкости

$$Gr = \frac{g\beta L^3 \Delta T}{\nu^2}, \quad (25)$$

где $g = 9.8 \text{ м/с}^2$, $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT} \right)_p$ – коэффициент изобарической сжимаемости (для идеального газа $\beta = 1/T$), ν – кинематическая вязкость (для воздуха при комнатной температуре $\nu \approx 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$), L – длина цилиндра (нити), ΔT – разность температур нагретой нити и окружающей среды.

Для случая вертикального цилиндра (в нашем случае, нити) при $Gr < 10^9$ течение газа при конвекции ламинарно, и $\alpha_{\text{конв}}$ можно оценить по формуле [4, §3-3].

$$\alpha_{\text{конв}} \approx 0.75 \frac{\kappa}{L} (0.7 \cdot Gr)^{1/4}, \quad (26)$$

где κ – коэффициент теплопроводности газа. Формулы (25, 26) является обобщением полуэмпирических законов конвективного теплообмена. Оно отражает тот факт, что конвекция в гравитационном

поле тем больше, чем меньше вязкость среды (которая сопротивляется относительному движению слоев) и чем больше коэффициент изобарической сжимаемости, поскольку он определяет плотность сил Архимеда, которые и вызывают вертикальную конвекцию.

- 4) Оцените по формулам (24-26) тепловую мощность конвекции $W_{\text{конв}}$ для случая максимальной температуры нити.
- 5) Сравните величину $W_{\text{изл}}$ и $W_{\text{конв}}$ с погрешностями измеренной тепловой мощности нагрева нити, запишите выводы.

Итоги работы

В результате выполнения работы должны быть изучены физические основы измерения коэффициентов теплопроводности и вязкости, найдены их значения для воздуха с указанием погрешностей и с оценкой влияния ряда дополнительных факторов, не учтенных использованной теорией.

Контрольные вопросы

1. Что такое процессы переноса, в каких случаях возникают процессы переноса?
2. Что такое длина свободного пробега молекулы?
3. Что такое эффективный диаметр молекулы?
4. Как длина свободного пробега молекулы зависит от температуры газа (при постоянном давлении)?
5. Какой из процессов переноса лежит в основе явления вязкости?
6. Какой из процессов переноса лежит в основе явления теплопроводности?
7. Охарактеризуйте различные способы переноса теплоты между телами.
8. Что такое коэффициент теплопроводности среды? Его размерность.
9. Как коэффициент теплопроводности газа зависит от давления и температуры?
10. Физические основы измерения теплопроводности методом коаксиальных цилиндров.
11. Каким образом измеряется температура нити в данной работе?
12. Как измеряется мощность теплового потока в газе в данной работе?

13. Что такое конвекция?
14. Что такое тепловое излучение?
15. Что такое коэффициент вязкости? Его размерность.
16. Как зависит коэффициент вязкости газа от давления и температуры?
17. Физические основы измерения вязкости методом капилляра.
18. Как вывести формулу Пуазейля?
19. Что такое число Рейнольдса и его физический смысл?

Литература

Основная

1. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Оникс, 2006, §50-52.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 2. Термодинамика и молекулярная физика М.: Физматлит, 2006. §89.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 1. Механика. М.: Физматлит, 2005. §96-98.

Дополнительная

4. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977, Гл.3, §3-3.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Нахождение коэффициента теплопроводности с учетом его предполагаемой теоретической зависимости от температуры

Выполняется по указанию преподавателя.

Учитывая, что согласно кинетической теории коэффициент теплопроводности газа пропорционален средней скорости молекул $\kappa(T) \sim v \sim \sqrt{T}$, положим

$$\kappa(T) = \beta\sqrt{T}.$$

где множитель β не зависит от температуры. Подставив это соотношение в (4) и проинтегрировав его, получим

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{4\pi L\beta}{3W} (T_1^{3/2} - T_2^{3/2}). \quad (26)$$

Температуру внутреннего цилиндра (нити) можно рассчитать из (16)

$$T_1 = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} + T_0,$$

где T_0 – комнатная температура. Необходимую для данного расчета величину R_0 можно взять из результатов Упражнения 1. Для расчетов заполните следующую таблицу табл.4, взяв данные для первых 4 столбцов из табл.2.

Табл.4 Расчет коэффициента теплопроводности

I, A	U, B	$R, Ом$	$W, Вт$	T_1, K	$x, K^{3/2}$	$A, Вт \cdot K^{-3/2}$	$\beta, Вт \cdot м \cdot K^{-3/2}$

Введем новую переменную

$$x = T_1^{3/2}.$$

Соотношение (27) можно переписать в виде линейной зависимости W от переменной x

$$W(x) = \frac{4\pi L\beta}{3 \ln(r_2 / r_1)} (x - T_0^{3/2}). \quad (27)$$

Коэффициент наклона этой прямой $A = \frac{4\pi L\beta}{3 \ln(r_2 / r_1)}$ можно найти с

помощью МНК по экспериментальному графику $W(x)$. Отсюда можно рассчитать величину коэффициента β

$$\beta = \frac{4\pi L}{3A \ln(r_2 / r_1)}.$$

Замечание. Если относительные погрешности параметра x больше, чем у W , то для увеличения точности результата целесообразно построить обратную зависимость

$$x(W) = W \frac{3 \ln(r_2 / r_1)}{4\pi L \beta} + T_0^{3/2},$$

так как стандартные программы расчета МНК учитывают погрешности только по оси ординат. В этом случае коэффициент наклона будет равен β^{-1} .

Рассчитайте коэффициент теплопроводности при комнатной температуре

$$\kappa(T_0) = \beta \sqrt{T_0} = \frac{3 \ln(r_2 / r_1) A}{4\pi L} \sqrt{T_0} \quad (28)$$

и постройте график теоретической зависимости $\kappa(T) = \beta \sqrt{T}$. *Нанесите на график также среднюю величину $\bar{\kappa}$, найденную выше в первом варианте расчета.*

Запишите выводы.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Ротаметр

При ламинарном протекании газа по расширяющейся конической трубке его скорость уменьшается. На находящийся в трубке шарик (поплавок), помимо пренебрежимо малой силы Архимеда, действует вверх сила сопротивления воздуха, зависящая от скорости потока газа и от расстояния между шариком стенками конуса (рис.П2-1). Эта сила уменьшается с ростом высоты подъема шарика. В результате шарик останавливается на высоте, на которой сила тяжести будет равна силе вязкого трения воздуха. При правильном выборе формы трубки может быть получена линейная зависимость равновесной высоты от величины потока.

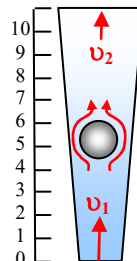


Рис.П2-1.
Устройство ротаметра

Датчик давления

В качестве дифференциального датчика давления в экспериментальной установке используется сенсор 26PC15SMT фирмы Honeywell.

Основой датчиков давления является чувствительный элемент, состоящий из четырех пьезорезисторов, образующих измерительный мост, внедренных в тонкую кремниевую диафрагму (рис.П2-2). Диафрагма сформирована путем вытравливания квадратной площадки с обратной стороны пьезорезистивного моста (см. верхнюю часть рис. П2-2). Невытравленная часть пластины является жесткой несущей для диафрагмы и одновременно участком для реализации схем калибровки, термокомпенсации и усиления.

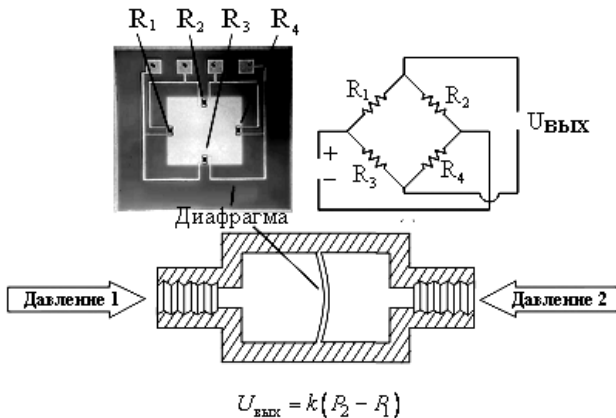


Рис.П2-2. Устройство дифференциального датчика давления

Мостовая резистивная структура сформирована так, что одно из плеч моста находится в зоне наибольшей деформации мембраны. Напряжение разбалансировки моста, которое пропорционально разности давлений, поступает на схему обработки сигнала.

Внешний вид дифференциального датчика представлен на рис.П2-3. Корпус датчика выполнен из пластмассы с двумя портами для воздуха.

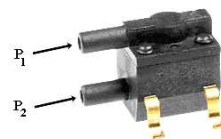


Рис.П2-3. Внешний вид датчика давления

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

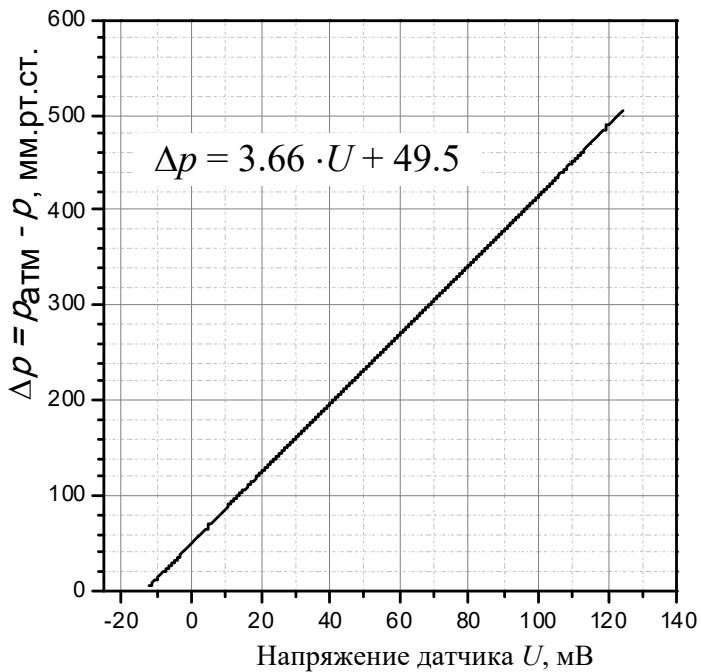


График для перевода напряжения с датчика давления в разность давлений на его входах в **мм.рт.столба**

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Эксперимент (установка 219m2)

Экспериментальная установка

Ввиду того, что данный раздел заменяет собой раздел **Эксперимент (установка 219m)**, в нем сохранена та же нумерация рисунков.

Принципиальная схема установки показана на рис.5аб, Общий вид установки показан ниже на рис. 6.

Измерение вязкости

Принципиальная схема части установки, предназначенной для измерения вязкости, показана на рис.5а. Воздух от компрессора Ко подается в измерительной капилляр Ка, величина объемного пото-

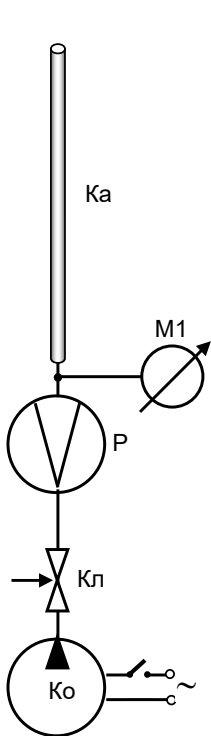


Рис. 5а. Принципиальная схема установки для измерения вязкости (обозначения элементов даны в тексте)

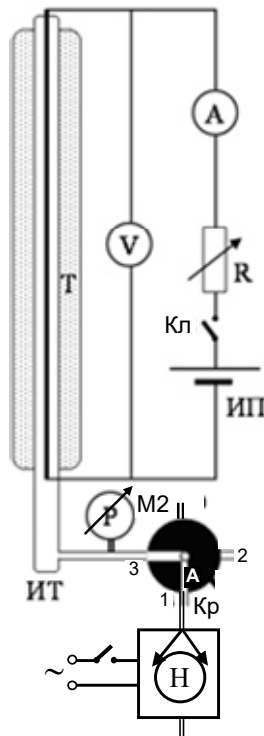


Рис. 5б. Принципиальная схема установки для измерения теплопроводности (обозначения элементов даны в тексте).

ка воздуха измеряется ротаметром Р. Принцип работы ротаметра рассмотрен в Приложении 2.

Поток воздуха через капилляр плавно регулируется ручкой, расположенной на самом компрессоре, а также клапаном Кл, находящемся на ротаметре. Разность давлений на концах капилляра измеряется дифференциальным цифровым манометром М1.

Измерение теплопроводности

Принципиальная схема данной части установки показана на рис.56. Используется описанный выше метод цилиндрического слоя. Роль внешнего цилиндра выполняет стеклянная измерительная трубка ИТ, температура которой в процессе измерений поддерживается постоянной и равной комнатной благодаря окружающему ее термостату T – резервуару, заполненному водой. По оси измерительной трубки натянута тонкая металлическая проволока (нить) из сплава на основе никеля, играющая роль внутреннего ци-

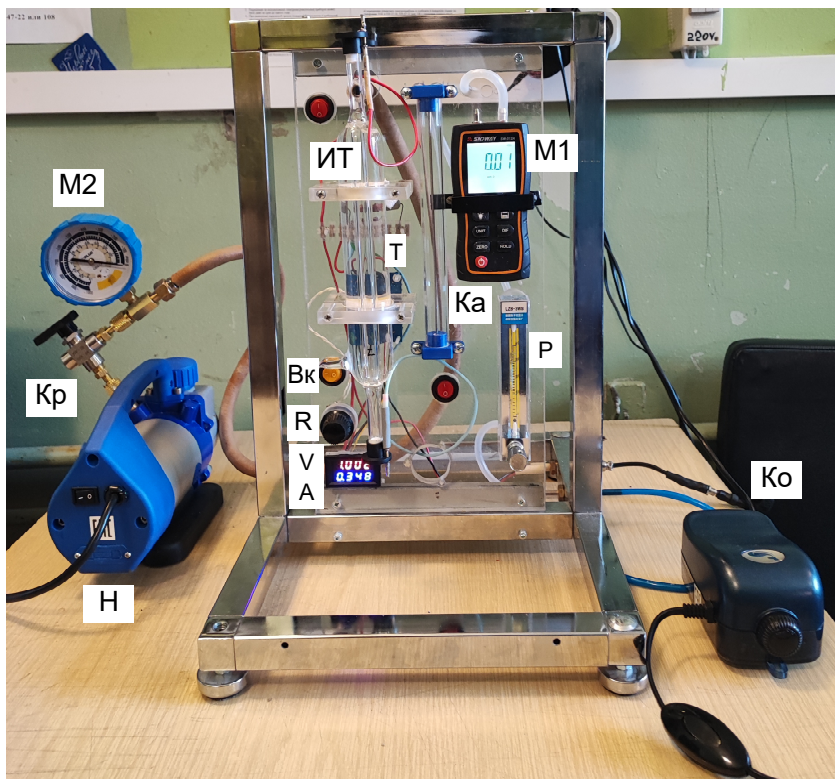


Рис.6 Общий вид установки. Обозначения как на рис.5

линдра. Для нагрева нити по ней пропускается постоянный ток от источника питания, подключаемого выключателем Вк. Сила тока I через нить регулируется многооборотным потенциометром R и измеряется амперметром A (нижний синий индикатор на рис.6), напряжение U на ее концах измеряет вольтметр V (верхний красный индикатор).

Диаметры измерительной трубки ИТ и никелевой проволоки приведены на установке.

Из измерительной трубки можно откачивать воздух с помощью вакуумного насоса H . Насос соединен с вакуумным краном Кр, который может соединять его с измерительной колбой (выход крана точка А в положении 1 "Насос"), изолировать его (положение 2 "Закрыто"), или соединять его с атмосферой (положение 3 "Атмосфера").

Давление в трубке измеряется механическим манометром $M2$, который показывает разность давлений в трубке и атмосфере в мБар.

Температура проволоки определяется косвенно по её электрическому сопротивлению.

Проведение эксперимента

Упражнение 1.

Измерение коэффициента вязкости воздуха

В соответствии с формулой (11), нужно измерить зависимость объемного потока воздуха через капилляр от разности давлений на его концах.

1) Включите электронный манометр $M1$ (рис.6, красная кнопка). Потом нажмите кнопку Zero для его калибровки.

Единицы измерений можно поставить в кПа. Но в интересующем нас диапазоне сравнительно низких давлений, кПа – слишком крупная единица, и число задействованных разрядов цифрового индикатора будет только два. Наибольшее число разрядов (до 3) получается при измерении в самых мелких единицах – для данного манометра это дюймы водяного столба (Inch H_2O). Поэтому целесообразно выставить единицы измерений на InH_2O и измерять в них, а уже затем перевести результат в паскали

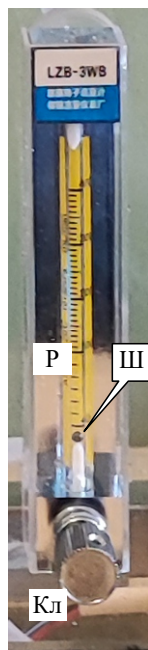


Рис.7 Ротаметр (Р), клапан Кл, шарик-поплавок (Ш)

(1 дюйм $H_2O = 248.843$ Па).

2) Включите компрессор Ко (рис.6) выключателем на его сетевом шнуре и установите максимальную величину потока воздуха, для чего поверните ручку 1 по часовой стрелке до конца (рис.8).



Рис.8
Компрессор и ручка плавной регулировки потока 1

3) Осторожно вращая ручку клапана Кл на ротаметре (рис.7), установите по его шкале величину потока воздуха чуть выше максимальной (на данной установке это $N = 400$ мл/мин). Величина потока определяется по положению середины поплавка ротаметра. Затем ручкой 1 плавной регулировки установите поток ровно на 400 мл/мин. Запишите в табл.1 показания по шкале ротаметра N и давление, показываемое манометром М1.

Табл.1 Данные измерения вязкости

N , мл/мин	400	350	300	250	200	150	100
p , Дюйм H_2O							
N , мл/с							
p , Па							

4) Продолжайте аналогичные измерения, уменьшая каждый раз поток воздуха на 50 мл/мин **ручкой 1 на компрессоре**, не пользуясь клапаном Кл.

Для повышения точности визуального считывания результата целесообразно устанавливать середину поплавка ротаметра точно на деления шкалы.

После достижения нижнего предела шкалы 100 мл/мин выключите манометр (красной кнопкой) и компрессор.

Упражнение 2 Измерение теплопроводности

Как следует из формул (5),(7), нужно измерить зависимость температуры нити (T_1) от тепловой мощности ее нагрева протекающим током W . Измерения проводятся следующим образом, независимо от вариантов последующей обработки результатов.

◆ *Измерения при атмосферном давлении*

- 5) Проверьте, что манометр М2 показывает давление 0. Краном Кр нельзя соединить измерительную трубку непосредственно с атмосферой. Выравнивание давления в трубке с атмосферой происходит постепенно только за счет не полной герметичности вакуумной системы.
- 6) Подключите источник питания для нагрева нити выключателем Вк (рис.6). Поставьте регулятор напряжения, подаваемого на нить, в положение минимума ручкой R против часовой стрелки до упора.
- Ввиду особенностей вольтметра V, он начинает индикацию напряжения не с нуля, а приблизительно с 300 мВ.
- 7) Вращая ручку R по часовой стрелке, добейтесь появления индикации этого минимального напряжения. Подождите 1 минуту для установления стационарной температуры нити.
- 8) Запишите в табл.2 величину напряжения в мВ и силы тока в мА.
- 9) Добавляя силу тока каждый раз приблизительно на 50 мА, повторите аналогичные измерения до достижения максимально возможного тока (около 350 мА). После перехода к каждой следующей величине тока необходимо выждать 1 минуту для установления стационарного состояния. Все полученные данные запишите в табл.2.

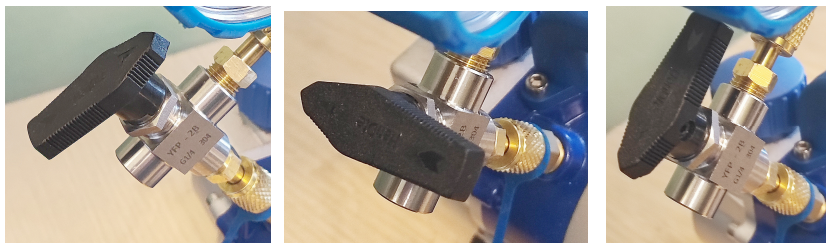
Табл.2 Результаты измерений теплопроводности

Δp , мБар	I мА	S_I мА	U мВ	S_U мВ	W Вт	S_W Вт	R Ом	S_R Ом	T °C	$A \pm S_A$ Ом/Вт	$B \pm S_B$ Ом
0											
0											

◆ *Влияние давления на теплопроводность воздуха*

Из теории следует, что величина теплопроводности газов не должна зависеть от давления. Чтобы убедиться в этом, измерим теплопроводность при максимально достижимом в данной задаче вакууме и сравним с ее величиной при атмосферном давлении.

- 10) Для увеличения точности измерений установите максимальный ток нити и запишите величину тока и напряжения на ней.



а) Откачка

б) Закрыто

в) Атмосфера

Рис.9 Положения ручки вакуумного крана

- 11) Убедившись, что манометр М2 показывает разность давлений $\Delta p = 0$, переведите вакуумный кран Кр в положение **Откачка** (рис.9).
- 12) Включите вакуумный насос клавишей 1 (рис.10). Откачайте установку до максимального вакуума. Манометр М2 покажет разность давлений Δp в трубке и в атмосфере в мБар (наружная шкала).
- 13) Запишите в табл.2 величину измеренной максимальной разности давлений Δp и значения тока I и напряжения U на нити.

Если после откачки воздуха величины I и U не изменились, значит, теплопроводность воздуха при полученном низком давлении сохранила свое прежнее значение. Отметьте это в отчете.

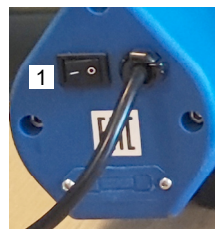


Рис.10 Клавиша 1 включения насоса

Выключение насоса

Категорически нельзя останавливать масляный форвакуумный насос H , когда он еще подключен к сосуду с вакуумом, то есть при нахождении ручки крана Kp в положении **Откачка**. За счет разности давлений на входе и выходе выключенного насоса это приведет к выдавливанию масла из насоса в шланг и в измерительную трубку. Установка выйдет из строя. Чтобы избежать этого:

- 14) При **работающем** насосе поверните кран Кр против часовой стрелки на 180° из положения **Откачка** в положение **Атмосфера** (рис.9). Только после этого можно (и нужно) сразу выключить насос клавишей 1.

Ввиду неполной герметичности вакуумной системы давление в измерительной трубке начнет постепенно возрастать.

- 15) По мере увеличения давления до атмосферного контролируйте величину тока нити I и напряжения U . Если они не будут меняться, отметьте этот факт в отчете, иначе запишите в табл.2 для нескольких показаний Δp манометра М2 силу тока I и напряжение U .
- 16) Окончив измерения, уменьшите ток через нить до минимума ручкой R и выключите источник питания клавишей Вк.

Результаты измерений в табл.1,2 предоставьте на подпись преподавателю.

Дальнейшая обработка результатов аналогична описанной выше в разделе

Обработка результатов (стр.13)