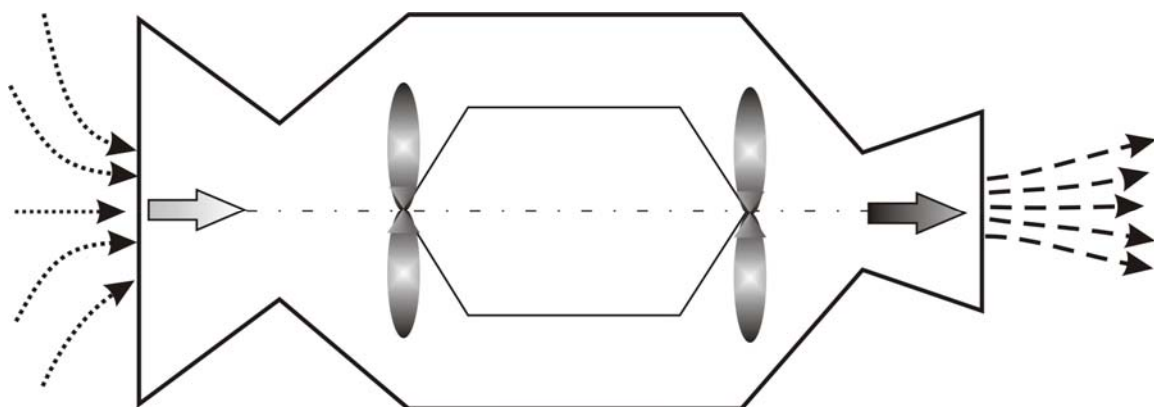


МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. М.В. ЛОМОНОСОВА  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Лабораторный практикум  
по молекулярной физике

**Компьютерное  
моделирование работы  
теплового двигателя**

***Задача № 233***



Москва – 2007

***Авторы:***

Булкин Петр Сергеевич,  
Захарцов Виктор Михайлович,  
Миронова Галина Александровна,  
Малова Тамара Иосифовна.

## Предисловие

Раздел физики, посвященный тепловым двигателям, является важной частью курса термодинамики. Однако реализация экспериментальных работ в практикуме по этой теме затруднена, т.к. тепловые машины, пригодные для использования в учебных лабораториях, достаточно сложны и дороги.

Поэтому для изучения работы теплового двигателя, обычно, используют модельные задачи с применением ЭВМ. Возможности ЭВМ позволяют имитировать сложные процессы и рассчитывать и изменять большое число разнообразных параметров для поиска оптимального режима работы теплового двигателя.

В настоящей работе используется программа, которая позволяет изучать работу тепловой машины, работающей по циклу **газотурбинного двигателя ГТД**. Обучающийся должен провести некоторый поиск, преследуя определенную цель, например, нахождение оптимального режима работы теплового двигателя, используя ЭВМ как исследовательский прибор. Программа позволяет иллюстрировать процессы, происходящие внутри двигателя, строить диаграммы  $P-V$  и  $S-T$ , а также вычислять параметры цикла. Здесь  $P$ ,  $V$ ,  $T$ ,  $S$ , соответственно, – давление, объем, температура и энтропия газа. Предоставляется возможность изменять исходные параметры цикла для поиска режима, при котором КПД и работа  $\Delta A$  за цикл достигают максимального значения. Тем самым находится оптимальный режим работы двигателя.

Компьютерное моделирование работы газотурбинного двигателя представляет собой наглядную иллюстрацию зависимости КПД тепловых двигателей от формы процессов, позволяет научиться вычислять характеристики циклических процессов ( $\Delta A_{ij}$ ,  $\Delta Q_{ij}$ ,  $\Delta U_{ij}$ ), знакомит с политропическими процессами.

## Теоретическое введение.

### *Принцип действия ГТД*

Газотурбинные двигатели (ГТД) широко применяются в авиации. Основными элементами ГТД являются (см. рис.1): входное сопло, компрессор (система, нагнетающая воздух из входного сопла в камеру сгорания), камера сгорания, газовая турбина и выходное сопло.

Набегающий воздушный поток попадает во входное сопло и сжимается компрессором. При этом температура воздуха достигает  $(150 - 200)^\circ\text{C}$ , а скорость –  $(100 - 150)\text{м/с}$ . В камеру сгорания впрыскивается топливо, которое, сгорая, увеличивает температуру газа до  $(800 - 900)^\circ\text{C}$ . Скорость потока газа возрастает до  $400\text{ м/с}$ . Поэтому давление газа, несмотря на увеличение температуры, остается прибли-

зительно неизменным. Далее газ попадает в рабочую турбину, где расширяется и приводит в движение лопасти турбины. При этом давление и температура газа уменьшаются. Однако в выходном сопле скорость потока может возрасть до  $(500 - 600)\text{ м/с}$ . За счет такой большой скорости возникает реактивная тяга двигателя, используемая для движения самолета.

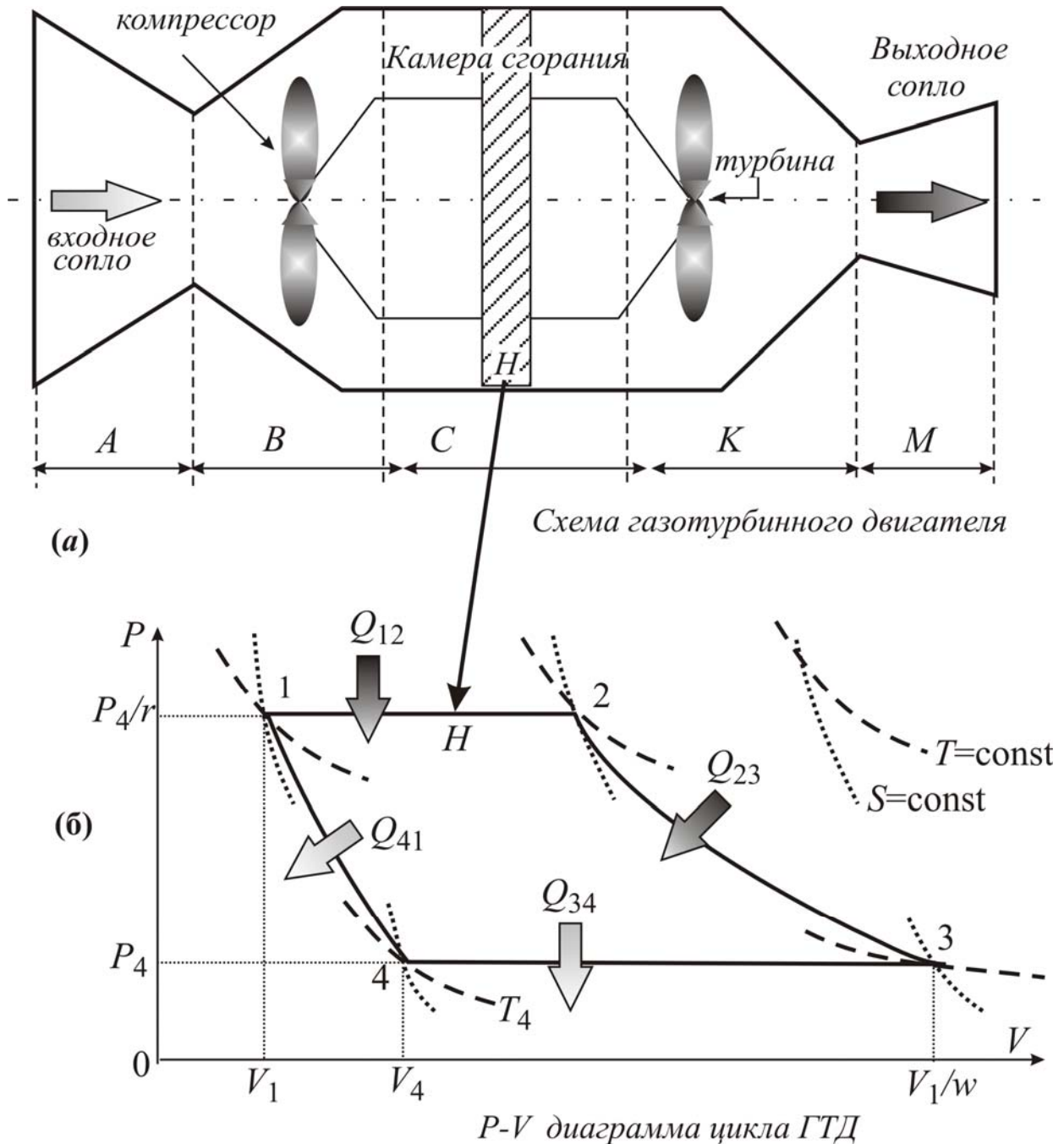


Рис.1. (а) – схема газотурбинного двигателя; (б) – P-V диаграмма цикла ГТД.

**Упрощенная схема газотурбинного двигателя** приведена на рис. 1а. ГТД включает в себя всасывающее сопло  $A$ , компрессор  $B$ , камеру сгорания  $C$ , турбину  $K$  и выходное сопло  $M$ . Диаграмма  $P-V$  (давление – объем) процессов в цикле приведена на рис. 1 б.

Из входного сопла  $A$  поток газа (воздух) засасывается и сжимается компрессором  $B$  (участок диаграммы 4–1). При этом температура газа увеличивается. Затем идет сгорание топлива (масса топлива в расчетах не учитывается), впрыскиваемого в камеру  $C$  (участок 1–2). Температура газа возрастает и газ расширяется. Проходя турбину  $K$  газ совершает работу. В выходном сопле скорость потока возрастает, а температура газа падает (участок 2–3). Участок 3–4 условно изображает процесс, который происходит вне двигателя – охлаждение и сжатие газа в окружающей атмосфере.

Рассмотрим **идеализированный цикл работы ГТД**, совершаемый **одним моле идеального газа**. Будем считать, что он состоит из обратимых процессов: двух изобар (1–2 и 3–4) и двух одинаковых политропических процессов (4–1 и 2–3) с показателем политропы  $n$ .

Диапазон показателей политропы  $n$  выбирается в интервале от 1 до 1,4. Для двухатомного газа (воздуха) молярная теплоемкость при изохорическом процессе равна  $C_v = 2,5R$ , тогда  $C_p = C_v + R = 3,5R$  и

$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ . Поскольку  $n \leq \gamma$ , то теплоемкость политропы

$$C_n = C_v \frac{n - \gamma}{n - 1} \quad (1)$$

отрицательна. Это значит, что работа газа на участке 2-3 цикла производится не только за счет подводимого тепла, но и за счет уменьшения внутренней энергии газа.

Для анализа тепловых процессов в двигателе **будем считать известными** давление и температуру в состоянии 4 ( $P_4 = 1$  атм,  $T_4 = 300$  К, а следовательно и  $V_4 = RT_4 / P_4$ ), а также безразмерный параметр

$$w = \frac{V_{\min}}{V_{\max}} = \frac{V_1}{V_3} \quad (2)$$

зависящий только от размеров входного сопла и камеры сгорания.

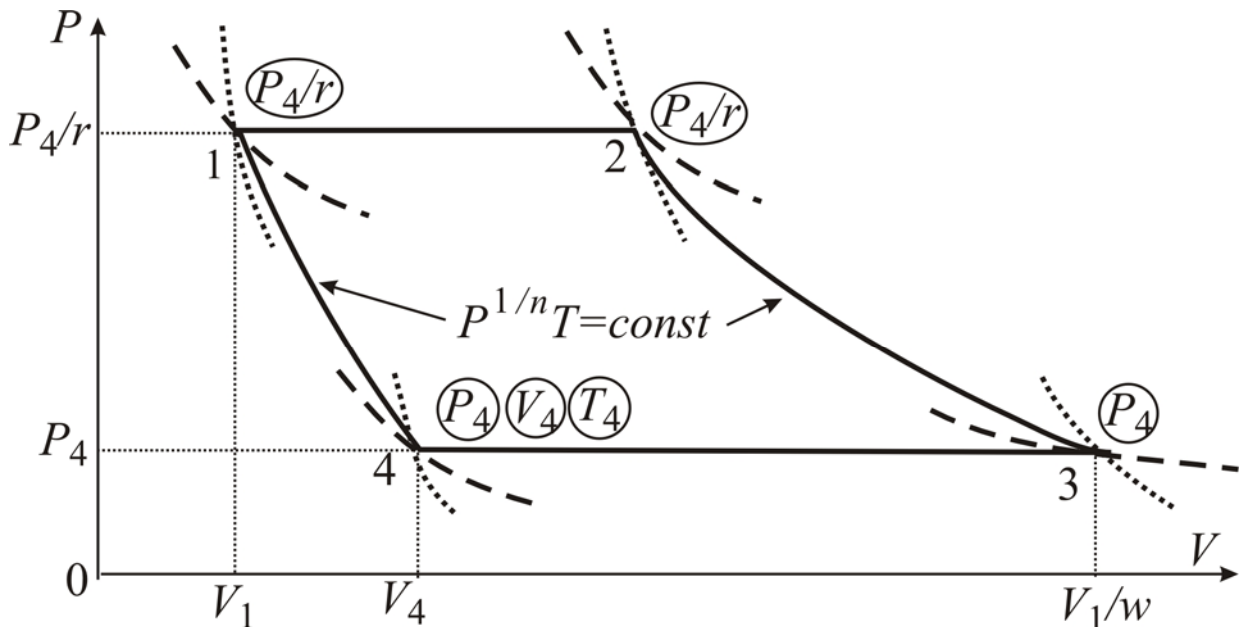
При этом удобным варьируемым параметром для анализа процессов являются показатель политропы и коэффициент  $r$ , обратный степени сжатия

$$r = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{P_4}{P_1}, \quad (3)$$

который на практике регулируется путем изменения числа оборотов компрессора.

Главной целью работы является исследование зависимости от  $r$  формы цикла ГТД, работы за цикл  $\oint \delta A \equiv \Delta A$ , совершаемой рабочим веществом, и коэффициента полезного действия КПД двигателя  $\eta$ .

Поскольку теплоемкости всех процессов известны, то для вычисления  $\Delta A$  и КПД двигателя удобно сначала определить количества теплоты  $Q_{ij}$ , получаемое рабочим веществом на каждом участке цикла, выражая их через известные характеристики ( $P_4$ ,  $T_4$ ,  $w$ ,  $n$ ) и параметр  $r$ . Для этого сначала определим температуры в состояниях 1, 2, 3 и 4.



Определение параметров состояний 1, 2, 3 и 4

Рис.2.

На рис.2 кружочком обведены известные параметры состояний в этих точках. Температуру в точке 1 находим, используя уравнение политропического процесса 4–1, записанного в  $P$ – $T$  параметрах  $P^{(1-n)/n}T = const.$ :

$$P_4^{(1-n)/n}T_4 = (P_4/r)^{(1-n)/n}T_1.$$

Получаем

$$T_1 = T_4 \cdot r^{(1-n)/n}. \quad (4)$$

Зная давление и температуру в состоянии 1, можно найти объемы  $V_1$  и  $V_3$ :

$$V_1 = RT_1 / P_1 = r^{1/n} RT_4 / P_4, \quad (5)$$

$$V_3 = V_1 / w = w^{-1} r^{1/n} RT_4 / P_4$$

Температура в точке 3 определяется из уравнения состояния идеального газа:

$$T_3 = P_3 V_3 / R = T_4 \cdot w^{-1} r^{1/n} \quad (6)$$

Связывая параметры состояний 2 и 3 уравнением политропы:

$$(P_4 / r)^{(1-n)/n} T_2 = P_4^{(1-n)/n} T_3, \quad (7)$$

находим

$$T_2 = T_4 \cdot w^{-1} r^{(2-n)/n}. \quad (8)$$

Используя выражения для температур (4), (6) и (8), количества теплоты в каждом процессе цикла записываются в виде:

$$Q_{12} = C_p (T_2 - T_1) = C_p T_4 (w^{-1} r^{(2-n)/n} - r^{(1-n)/n}) \quad (9)$$

$$Q_{23} = C_n (T_3 - T_2) = C_n T_4 w^{-1} r^{1/n} (1 - r^{(1-n)/n}) \quad (10)$$

$$Q_{34} = C_p (T_4 - T_3) = C_p T_4 (1 - w^{-1} r^{1/n}) \quad (11)$$

$$Q_{41} = C_n (T_1 - T_4) = C_n T_4 (r^{(1-n)/n} - 1) \quad (12)$$

Поскольку суммарное изменение внутренней энергии за цикл равно нулю  $\oint dU = 0$ , то из I-го начала термодинамики следует, что  $\oint \delta Q = \oint \delta A$ , то есть

$$\Delta A = \sum Q_{ij} = T_4 [C_p - C_n] (w^{-1} r^{1/n} - 1) (r^{(1-n)/n} - 1). \quad (13)$$

Используя выражение (1) для теплоемкости политропического процесса и  $\gamma = C_p / C_v$ , получаем

$$C_p - C_n = \frac{Rn}{n-1}. \quad (14)$$

Тогда выражение (13) для работы газа за цикл приобретает вид:

$$\Delta A = \sum Q_{ij} = \frac{Rn}{(n-1)} T_4 w^{-1} (r^{1/n} - w) (r^{(1-n)/n} - 1). \quad (15)$$

Тепло, поступающее в систему на участках 1–2 и 2–3, с учетом (9)-(10) и (14), запишется в виде:

$$Q^+ = Q_{12} + Q_{23} = \frac{nR}{n-1} T_4 w^{-1} r^{1/n} \left[ \frac{C_p(n-1)}{Rn} (1 - wr^{-1}) + (r^{(1-n)/n} - 1) \right],$$

Тогда КПД двигателя получаем равным

$$\eta = \frac{\Delta A}{Q^+} = \frac{(r^{1/n} - w)(r^{(1-n)/n} - 1)}{r^{1/n} \left[ \frac{C_p(n-1)}{Rn} (1 - wr^{-1}) + (r^{(1-n)/n} - 1) \right]}. \quad (16)$$

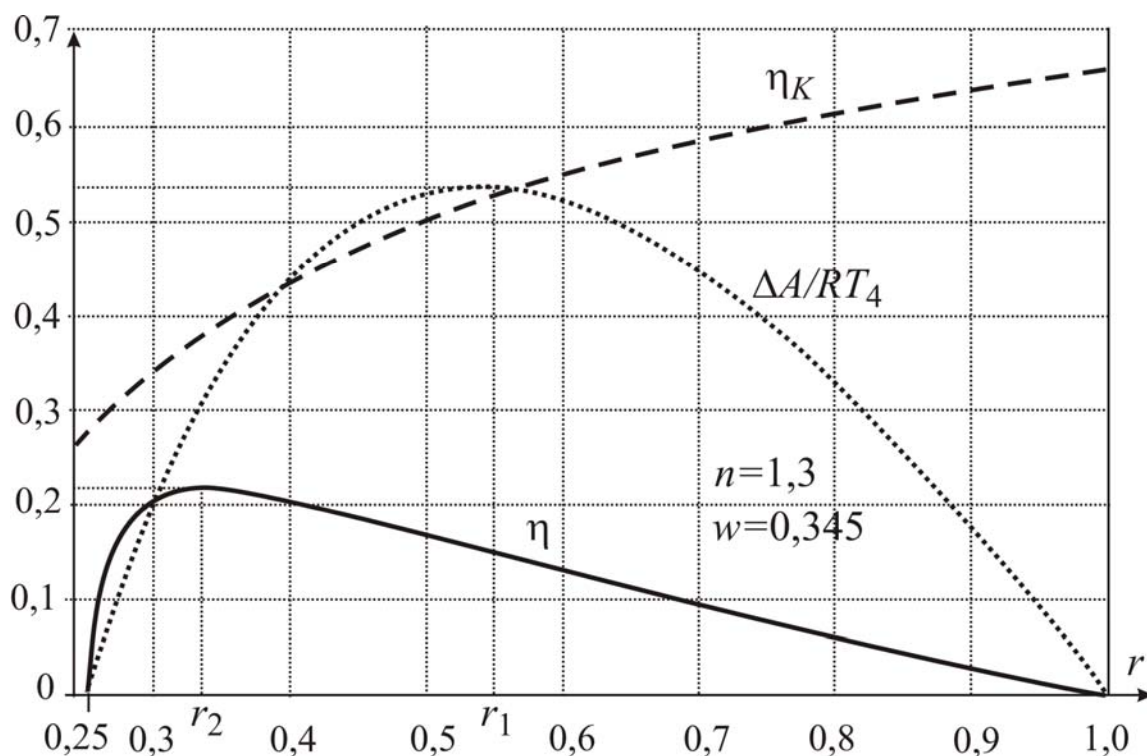


Рис. 3. Зависимость от параметра  $r$  КПД теплового двигателя ГТД  $\eta$ , КПД двигателя Карно  $\eta_K$ , работы ГТД за цикл  $\Delta A/(RT_4)$ .

Из соотношений (15) и (16) следует, что и работа  $\Delta A$ , и КПД  $\eta$  не являются монотонными функциями параметра  $r = \frac{P_{\min}}{P_{\max}}$ . При увеличе-



нии  $r$ , начиная с  $r_0 = w^n$ , работа  $\Delta A$  растет, достигает максимума при некотором  $r_1$ , а при  $r = 1$  снова обращается в нуль.

Величина КПД также имеет максимальное значение при некотором  $r_2$  и убывает при  $r > r_2$ .

На рис.3 представлена зависимость  $\Delta A/(RT_4)$  и  $\eta$  от  $r$  для  $n = 1,3$  и  $w = 0,345$ :

$$r_0 \approx 0,25; \quad r_1 \approx 0,55; \quad \frac{\Delta A(r = r_1)}{RT_4} \approx 0,54;$$

$$r_2 \approx 0,33; \quad \eta(r = r_2) \approx 0,22.$$

Кроме того, на рис.3 приведена зависимость коэффициента полезного действия обратимой тепловой машины Карно  $\eta_K$  от коэффициента сжатия  $r$ , причем температуры нагревателя и холодильника в цикле Карно берутся равными, соответственно, минимальной и максимальной температурам в цикле ГТД:

$$\eta_K = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_4}{T_2} = 1 - wr^{(n-2)/n}.$$

В этих условиях согласно второй теореме Карно  $\eta \leq \eta_K$ , проверка данного неравенства является одной из задач настоящей работы.

Программа ЭВМ предусматривает вывод на дисплей следующих данных.

- Диаграммы цикла в относительных координатах  $p-v$  или  $t-s$ , где

$$p = P/P_{\max} = P/P_1, \quad (17)$$

$$v = V/V_{\max} = V/V_3, \quad (18)$$

$$t = T/T_{\max} = T/T_2, \quad (19)$$

$$s = S/S_{\max} = S/S_3. \quad (20)$$

Над диаграммой расположен условный разрез камеры двигателя. В динамическом режиме периодически (с частотой 0,1 Гц) показывается процесс прохождения выделенной порции рабочего вещества (заштриховано) от входного до выходного сопла. Перемещение порции газа сопровождается синхронным движением точки  $H$  вдоль графика цикла.

- Меняя значение  $r = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{P_4}{P_1}$  можно проследить изменение

формы диаграммы цикла. При  $r = 1$  диаграмма вырождается в горизонтальную прямую линию. При уменьшении  $r$  площадь диаграммы увеличивается, достигает максимума при  $r_1$  и затем вновь вырождается в диагональную линию. Это позволяет визуально качественно проследить изменение величины работы, совершаемой за цикл.

- ЭВМ выдает значения температур для четырех узловых точек цикла  $T_1, T_2, T_3, T_4$  в градусах Кельвина и величины КПД и работы за цикл  $\Delta A$  (в Дж).

- Пользуясь диаграммой  $p-v$  в относительных единицах можно оценить величину работы за цикл для оптимального режима. При вычислении можно приближенно принять форму диаграммы трапецеидальной. Тогда площадь цикла в относительных координатах выразится формулой

$$\Sigma^* \approx (p_1 - p_4) \frac{(v_2 - v_1) + (v_3 - v_4)}{2}, \quad (21)$$

а работа газа за цикл (площадь цикла в  $P-V$  параметрах) с учетом (17), (18) и (5) –

$$\Delta A^* = P_{\max} V_{\max} \Sigma^* = P_1 V_3 \Sigma^* = RT_4 w^{-1} r^{(1-n)/n} \Sigma. \quad (22)$$

## Порядок выполнения работы.

Работа выполняется на персональном компьютере.

Необходимо, задав параметры ГТД, получить зависимость работы  $\Delta A$  (15), совершаемой двигателем, его КПД (16) и максимальной температуры  $T_{\max} = T_2$  (8) от степени сжатия  $r = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{P_4}{P_1}$  (3).

Программа загружается двойной фиксацией курсора мыши на пиктограмме «Тепловая машина». Далее следует:

- 1) задать параметры процессов в ГТД:  $n, w = \frac{V_{\min}}{V_{\max}} = \frac{V_1}{V_3}, T_{\min} = T_4,$

$C_p$  (пункт меню «Выполнение/Общие параметры»);

- 2) задать величину параметра  $r = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{P_4}{P_1}$  (пункт меню «Выпол-

нение/ $P_{\min} / P_{\max}$ »);

3) фиксацией курсора мыши на кнопке «ОК» запустить на счет программу вычисления работы  $\Delta A$  по формуле (15), КПД по формуле (16) и  $T_{\max} = T_2$  по формуле (8).

На экран монитора выводится *график циклического процесса* теплового двигателя в относительных  $p$ - $v$  координатах (17), (18), а также следующие величины: *работа в относительных единицах*

$$\Delta A_{\text{отн}} = \Delta A / (P_{\max} V_{\max}),$$

*полученная теплота в относительных единицах*

$$Q^+_{\text{отн}} = Q^+ / (P_{\max} V_{\max}), \quad (23)$$

**КПД и температуры в узловых точках** цикла  $T_{1, 2, 3, 4}$ .

Результаты этих вычислений следует перенести в таблицу в рабочей тетради.

Возвращаясь к пункту 2) необходимо повторить вычисления для других значений параметра  $r$ . Количество точек  $r$  необходимых для построения графиков  $\Delta A_{\text{отн}}(r)$ ,  $Q^+_{\text{отн}}(r)$ , КПД( $r$ ), определяется по согласованию с преподавателем.

Для точки  $r_2$ , соответствующей максимуму КПД и для точки  $r_1$ , соответствующей максимуму работы, совершаемый за цикл, записать значения температур в узловых точках циклов. Перерисовать указанные циклы. Используя шкалы, нанесенные на осях  $p$ - $v$  диаграммы, определить, с возможно большей точностью, значения  $P$  и  $V$  в узловых точках цикла.

С дополнительной информацией о задаче можно ознакомиться в разделе меню «Справка».

### Обработка результатов.

1. Построить график зависимости КПД цикла ГТД от параметра  $r$ :  $\eta(r)$ . На том же графике начертить зависимость КПД цикла Карно  $\eta_K(r)$ , вычисленную по формуле

$$\eta_K = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_4}{T_2}. \quad (24)$$

Сравнить графики  $\eta(r)$  и  $\eta_K(r)$ .

2. По данным, полученным в результате компьютерных вычислений, на одном и том же графике представить зависимости работы  $\Delta A_{\text{отн}}$  и теплоты  $Q^+_{\text{отн}}$  в относительных единицах, как функции параметра  $r$ .

3. Объяснить причину немонотонного поведения функций  $\Delta A(r)$  и  $\eta(r)$ .

4. Для точек  $r_1$  и  $r_2$ , соответствующих максимумам работы  $\Delta A$  и КПД соответственно (см. рис.3), сделать следующие вычисления.

Перерисовать с экрана дисплея диаграммы циклов в относительных  $p$ - $v$  координатах. Найти значения  $P$  и  $V$  в узловых точках цикла. Вычислить площади циклов  $\Sigma^*$  по формуле (21). Рассчитать работу за цикл по формуле  $\Delta A^*$  (22) в Дж/моль. Рассчитать теплоту  $Q^+$  в Дж/моль, используя формулу (23). Вычислить КПД цикла по формуле  $\eta = \Delta A / Q^+$  для значений коэффициентов сжатия  $r_1$  и  $r_2$ .

### *Литература*

1. Стечкин Б.С., Казанджан П.К. и др. Теория реактивных двигателей. с.130–145. М. Изд. оборон. пром. 1958.
2. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. гл. 2 с. 152-164. М. Изд. Высш. шк. 1981.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.2 гл. 3 с. 97–116. М. Изд. Наука 1975.