

Задача 226М.

Изучение распределения термоэлектронов по энергиям и скоростям.

Целью настоящей работы является экспериментальное получение распределения термоэлектронов по энергиям и скоростям и изучение зависимости распределения от температуры.

Теоретическое введение.

Понятие плотности распределения вероятности. Для описания поведения систем, состоящих из большого числа частиц, обычно применяется статистический подход, одним из основных понятий которого является понятие плотности распределения вероятности. Пусть, например, в некотором объеме содержится N молекул газа, находящихся в состоянии непрерывного хаотического движения. Положение в пространстве и скорость каждой из молекул с течением времени изменяются случайным образом, такие величины принято называть *случайными*. Предположим, что нам удалось измерить скорости V_i всех молекул в некоторый момент времени. Тогда для любого бесконечно малого интервала скоростей dv можно найти число dN молекул, для которых значение скорости находится в интервале от v до $v + dv$, причем dN будет пропорционально величине интервала dv и общему числу молекул N :

$$dN = N \cdot f(v) \cdot dv. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности $f(v)$ называют **плотностью распределения вероятности**¹ скорости V молекул.

При $N \rightarrow \infty$ отношение dN/N стремится к вероятности P того, что для любой частицы значение случайной величины V попадет в соответствующий интервал, т.е.

$$P(v \leq V \leq v + dv) = f(v) \cdot dv. \quad (2)$$

В дальнейшем для краткости вместо $P(v \leq V \leq v + dv)$ будем писать $dP(v)$, т.е.

$$dP(v) = f(v) \cdot dv. \quad (3)$$

Так как вероятность любого события лежит в интервале от нуля до единицы, плотность распределения удовлетворяет условиям:

$$1) f(v) \geq 0; \quad 2) \int_0^{\infty} f(v) dv = 1 - \text{условие нормировки}^2.$$

¹ Иногда в литературе эту величину ошибочно называют функцией распределения.

² Интегрирование ведется по всем возможным значениям случайной величины, например, для x -компоненты вектора скорости условие нормировки запишется в виде $\int_{-\infty}^{\infty} f(v_x) dv_x = 1$.

Для нахождения вероятности того, что значение случайной величины V попадет в произвольный интервал (v_1, v_2) , необходимо вычислить интеграл

$$P(v_1 \leq V \leq v_2) = \int_{v_1}^{v_2} f(v) \cdot dv. \quad (4)$$

Наивероятнейшим значением случайной величины называют значение, соответствующее максимуму плотности распределения вероятности:

$$f(v_{\text{наиб}}) = \max f(v); \quad (0 < v < \infty).$$

Среднее значение $\langle V \rangle$ случайной величины V можно найти по формуле:

$$\langle V \rangle = \int_0^{\infty} v \cdot f(v) \cdot dv. \quad (5)$$

Аналогичным образом находится и среднее значение какой-либо функции от случайной величины. Например, среднее значение кинетической энергии $E_{\text{кин}} = mv^2/2$ молекул равно:

$$\langle E_{\text{кин}} \rangle = \int_0^{\infty} \frac{mv^2}{2} \cdot f(v) \cdot dv. \quad (6)$$

Случайной величиной является не только модуль скорости V , но и ее проекции V_x, V_y, V_z на оси координат, в этом случае можно записать:

$$dP(v_x, v_y, v_z) = f(v_x, v_y, v_z) \cdot dv_x dv_y dv_z,$$

где $dP(v_x, v_y, v_z)$ - вероятность того, что x -компонента V_x скорости электрона лежит в интервале от v_x до $v_x + dv_x$, y -компонента V_y скорости электрона лежит в интервале от v_y до $v_y + dv_y$, z -компонента V_z скорости электрона лежит в интервале от v_z до $v_z + dv_z$:

$$dP(v_x, v_y, v_z) = P(v_x \leq V_x \leq v_x + dv_x, v_y \leq V_y \leq v_y + dv_y, v_z \leq V_z \leq v_z + dv_z).$$

Для реальных физических ансамблей информацию о плотности распределения получают как результат обобщения большого числа экспериментальных данных, на базе которых строятся математические модели явления. В настоящей работе изучается распределение по скоростям и по энергиям термоэлектронов, вылетающих из нагретой нити накала электронной лампы.

Статистическое описание поведения электронов в металле. В соответствии с электронной теорией металлов их отличительные свойства объясняются наличием в них оторванных от атомов электронов, хаотически перемещающихся по всему объему металла. Когда электрон подлетает к границе между металлом и вакуумом, равнодействующая всех сил, действующих на электрон, направлена вглубь металла и мешает ему покинуть металл. Однако, если скорость движения и, следовательно, кинетическая энергия электрона достаточно велика, то он способен вылететь из металла. Энергия, затрачиваемая на отрыв электрона от металла, называется работой выхода. Чем выше

температура металла, тем больше доля электронов, обладающих энергией, превышающей работу выхода, и, следовательно, тем больше число вылетающих электронов. Это явление носит название термоэлектронной эмиссии.

Можно показать (см. **Приложение**), что распределение по скоростям вылетевших из металла электронов имеет вид:

$$dP(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT} \right) \cdot dv_x dv_y dv_z \quad (7)$$

где m – масса электрона; T – температура электронного газа.

В данном случае плотность распределения $f(v_x, v_y, v_z)$ является трехмерной функцией в декартовых координатах v_x, v_y, v_z :

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT} \right).$$

Эта формула совпадает с формулой для распределения Максвелла, которое описывает распределение молекул по скоростям в идеальном газе при температуре T . Таким образом, можно утверждать, что вылетевшие электроны у поверхности металла подчиняются распределению Максвелла.

Чтобы найти распределение электронов по модулю скорости $dP(v)$, необходимо перейти в (7) к сферическим координатам v, φ, θ , заменив элемент "объема" $dv_x dv_y dv_z$ в декартовых координатах на соответствующий элемент $v^2 \sin\theta dv d\varphi d\theta$ в сферических координатах:

$$dP(v, \varphi, \theta) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \cdot v^2 \sin\theta \cdot dv d\varphi d\theta.$$

Интеграл по "не интересующим" переменным φ и θ дает:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta \cdot d\theta = 4\pi,$$

в результате получим

$$dP(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \cdot v^2 dv \quad (8)$$

Распределение электронов по энергии можно получить, сделав замену переменных

$$E_{кин} = mv^2/2,$$

при этом

$$dE_{кин} = mv dv; \quad v^2 dv = \sqrt{2E_{кин}/m^3} dE_{кин}.$$

В итоге получаем:

$$dP(E_{кин}) = \frac{2}{\sqrt{\pi kT}} \cdot \sqrt{E_{кин}/kT} \cdot \exp\left(-E_{кин}/kT \right) dE_{кин}.$$

Таким образом, плотность распределения по энергии $f(E_{кин})$ равна

$$f(E_{кин}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}kT} \cdot \sqrt{E_{кин}/kT} \cdot \exp\left(-E_{кин}/kT\right) \quad (9)$$

Можно найти среднее значение кинетической энергии электрона $\langle E_{кин} \rangle$, вылетевшего из катода:

$$\langle E_{кин} \rangle = \int_0^{\infty} E_{кин} \cdot f(E_{кин}) \cdot dE_{кин} = \frac{3}{2} kT$$

(такой же результат можно получить и при вычислениях по формуле (6)).

Для температуры катода порядка 1000 K средняя энергия термоэлектронов составляет доли электронвольта. В свою очередь, энергия электронов внутри металла примерно составляет $5-10\text{ эВ}$. Однако термодинамическая температура электронов внутри и вне металла одна и та же и равна температуре катода, так как система находится в термодинамическом равновесии. Это связано с различной статистикой распределения электронов внутри и вне металла.

Экспериментальное изучение распределения термоэлектронов.

Для изучения распределения термоэлектронов, вылетающих из металла, необходимо провести эксперимент, схема которого позволяла бы каким-либо способом сортировать термоэлектроны по скорости. Рассмотрим процессы, происходящие в диоде - электронной лампе, представляющей собой цилиндрический анод, на оси которого расположена тонкая нить - катод. При нагревании катода начинается процесс термоэлектронной эмиссии. Электроны от катода устремляются к аноду, и, если анод и катод замкнуть в цепь через амперметр, то прибор зафиксирует появление тока.

Включим в цепь между анодом и катодом регулируемый источник напряжения. Если на анод подать отрицательное напряжение $U < 0$ относительно катода, то до анода смогут долететь только те электроны, для которых величина $E_r = \frac{mv_r^2}{2} = \frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2}$ больше $e|U| > 0$. По мере увеличения напряжения число электронов, долетающих до анода, и, следовательно, ток в цепи будут возрастать, и если бы электроны не взаимодействовали друг с другом, то при $U=0$ они все долетали бы до анода, ток достиг бы максимального значения и не изменялся бы при дальнейшем увеличении напряжения.

Найдем зависимость анодного тока от величины приложенного напряжения $U < 0$ при условии, что термоэлектроны вылетают из катода в соответствии с распределением Максвелла и по пути к аноду не взаимодействуют. Сначала получим формулу, описывающую распределение электронов по радиальной компоненте скорости v_r . Для этого в (7) перейдем к цилиндрическим координатам, заменив $dv_x dv_y dv_z$ на $v_r dv_r d\varphi dv_z$, тогда:

$$dP(v_r, \varphi, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot \exp\left(-m(v_r^2 + v_z^2)/2kT\right) v_r dv_r d\varphi dv_z.$$

Интегрируя по $d\varphi dv_z$, получим:

$$dP(v_r) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right) \cdot \exp(-mv_r^2/2kT) \cdot 2\pi v_r dv_r = \frac{m}{kT} \cdot \exp(-mv_r^2/2kT) \cdot v_r dv_r. \quad (10)$$

Плотность тока $dj(v_r)$ в поперечном сечении S , примыкающем к катоду, создаваемая электронами, радиальная компонента скорости которых лежит в интервале от v_r до v_r+dv_r , задается формулой:

$$dj(v_r) = \frac{dq(v_r)}{S \cdot dt} = \frac{e \cdot v_r \cdot S \cdot dt \cdot dn(v_r)}{S \cdot dt} = e \cdot v_r \cdot dn(v_r) = e \cdot v_r \cdot n_0 \cdot dP(v_r) \quad (11)$$

где $dn(v_r)$ - концентрация электронов с соответствующими скоростями; e - заряд электрона; S - площадь поперечного сечения; n_0 - концентрация электронов вблизи катода.

Чтобы найти плотность тока $j(U)$ в зависимости от анодного напряжения $U < 0$, необходимо проинтегрировать выражение (11) по v_r , удовлетворяющим условию $mv_r^2/2 > e|U|$:

$$j(U) = en_0 \cdot \int_{\sqrt{2e|U|/m}}^{\infty} \left(\frac{m}{kT} \right) \cdot \exp(-mv_r^2/2kT) \cdot v_r^2 dv_r.$$

Интегрируя по частям, получим окончательно для плотности тока при $U < 0$:

$$j_a(U) = j_0 \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\left(\frac{e|U|}{kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{e|U|}{kT}\right) + \int_{\left(\frac{e|U|}{kT}\right)^{1/2}}^{\infty} \exp(-x^2) dx \right], \quad (12)$$

где j_0 - плотность тока насыщения, устанавливающаяся в лампе при $U > 0$:

$$j_0 = \frac{en_0}{2} \sqrt{\frac{2\pi kT}{m}}.$$

Зависимость анодного тока I_a , равного произведению плотности тока (12) на площадь катода, изображена на рис.1.

Продифференцировав выражение (12) по U , получим зависимость производной dI_a/dU от $U < 0$ в виде (рис.2) :

$$dI_a/dU = C'' \cdot \left[\sqrt{\frac{e|U|}{kT}} \cdot \exp\left(-\frac{e|U|}{kT}\right) \right] \quad (13)$$

Можно заметить, что формула (13) совпадает с точностью до нормировочного коэффициента в формулой распределения Максвелла по энергии (9), в которой вместо энергии E стоит $e|U|$. Таким образом, измеряя вольтамперную характеристику диода и дифференцируя полученный результат, можно из сопоставления экспериментально найденной зависимости и

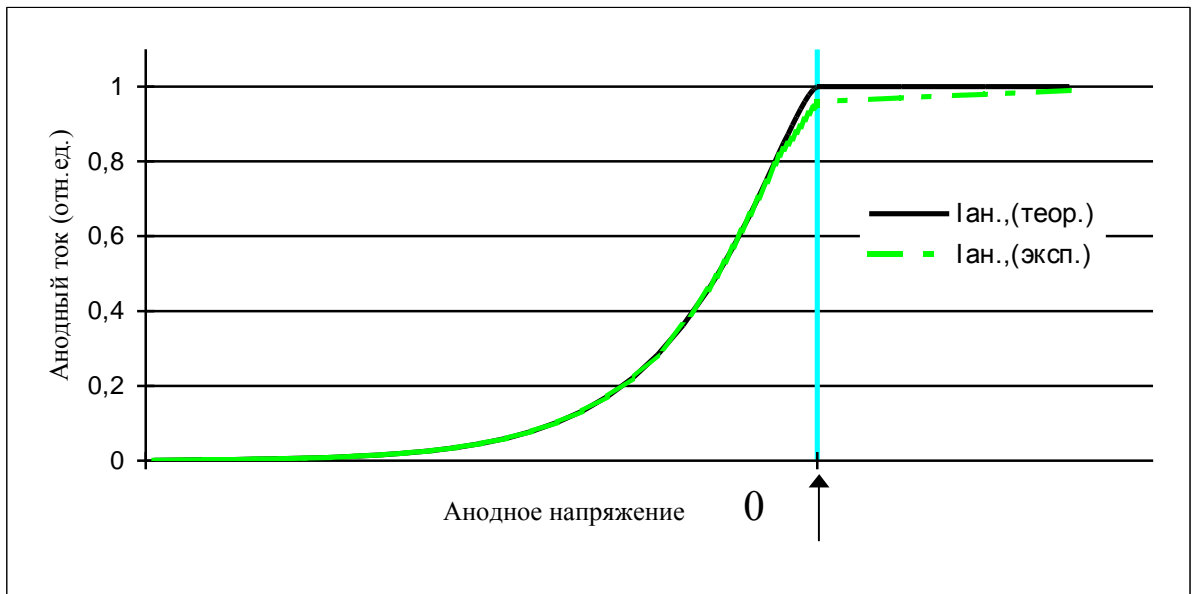


Рис. 1. Зависимость анодного тока диода от напряжения между анодом и катодом в вакуумном диоде (теория и эксперимент).

теоретической плотности распределения по энергии получить значение температуры электронов T .

Следует учесть два важных обстоятельства.

Во-первых, вследствие взаимодействия электронов друг с другом при большом числе вылетающих электронов вблизи катода образуется отрицательно заряженное электронное облако, поэтому распределение будет изменяться. Электроны с большой энергией достаточно быстро будут проходить через облако и практически не "замечают" его, медленные же электроны могут существенно изменить свою скорость и даже вернуться назад в металл. Поэтому при постепенном увеличении анодного напряжения анодный ток сначала будет возрастать в соответствии с формулой (12), так как при больших значениях $|U|$ анодный ток обусловлен именно быстрыми электронами. Но, начиная с некоторого напряжения $U_{гр}$, часть медленных электронов, которая в отсутствие электронного облака долетала бы до анода и давала бы вклад в анодный ток, теперь будет задерживаться в облаке и перестанет долетать до анода. Поэтому экспериментальная кривая зависимости тока от напряжения пойдет ниже, чем теоретическая (рис.1).

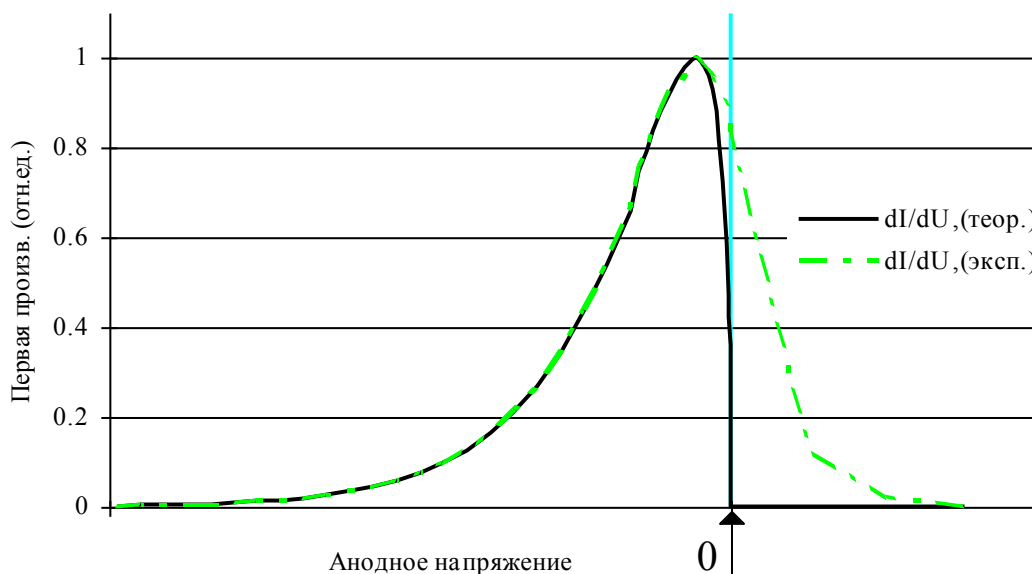


Рис. 2. Зависимость первой производной анодного тока по анодному напряжению $dI_{ан}/dU_{ан}$ от напряжения между анодом и катодом в вакуумном диоде (теория и эксперимент).

Чем больше температура катода, тем больше размер возникающего электронного облака, и тем раньше начнется отклонение от теоретической зависимости. Понятно, что и значение производной тока по напряжению (рис.2) будет отличаться от зависимости, указанной в формуле (13). Таким образом, предложенный способ проверки распределения термоэлектронов по энергии позволяет надеяться, что для больших значений $|U|$ формула (13) будет хорошо описывать экспериментально полученные результаты. Однако для малых значений $|U|$ сопоставление теории с экспериментом не совсем корректно.

Во-вторых, анод и катод сделаны из различных материалов, имеющих разную работу выхода. В соответствии с электронной теорией твердых тел, если два материала привести в соприкосновение, то тела начнут обмениваться электронами, причем более интенсивным будет переход электронов от тела с меньшей работой выхода к телу с большей работой выхода. В результате первое тело будет заряжаться положительно, а второе - отрицательно, и возникнет так называемая контактная разность потенциалов $U_{крп}$ ([3], §195), равная, как показывает теория, разности работ выхода.

В электронной лампе анод и катод соединены друг с другом через источник питания, “минус” которого подсоединен к катоду, а “плюс” - к аноду. Так как $\Phi_{кат} < \Phi_{ан}$, то реально потенциалы анода и катода сравниваются, если на анод подать положительное напряжение $U_{крп}$, равное $\Phi_{ан} - \Phi_{кат}$. Таким образом, на рис.1 и рис.2 нулевому значению анодного напряжения будет соответствовать напряжение $U_{крп}$. Кроме этого, в формуле (13) вместо $|U|$ должно стоять $U_{крп} - U$, т.е.

$$dI_a/dU = C'' \left[\sqrt{\frac{e(U_{крп} - U)}{kT}} \cdot \exp\left(-\frac{e(U_{крп} - U)}{kT}\right) \right] \quad (13a)$$

(напоминаем, что эта формула справедлива при $U \leq U_{крп}$; при напряжениях U , больших $U_{крп}$, сила тока постоянна, следовательно, производная dI_a/dU равна нулю).

Таким образом, в формулу (13a) входят две неизвестные величины: температура термоэлектронов T и контактная разность потенциалов $U_{крп}$. Для нахождения этих значений воспользуемся следующим алгоритмом.

Формулу (13a) можно представить в виде

$$dI_a/dU = C'' \cdot \left(\sqrt{x} \cdot e^{-x} \right) = C'' \cdot \psi(x),$$

где $x = e/U - U_{крп} / kT$. Функция $\psi(x) = \sqrt{x} \cdot e^{-x}$ имеет экстремум при $x_1 = 1/2$. Вычислим значения x_α , большие чем x_1 , при которых $\psi(x_\alpha) = \alpha \cdot \psi(x_1)$, где α принимает значения, меньшие единицы, например, 0.95, 0.9, 0.85, 0.8, ... 0.2 и т.д. Т.е. координаты x_α есть координаты точек пересечения графика функции $\psi(x)$ с горизонтальными линиями, соответствующими уровню $\alpha = 0.95, 0.9, 0.85, 0.8, \dots$ от максимального значения. Аналогичным образом поступим и с экспериментальным графиком $\frac{dI_a}{dU}(U)$ (здесь U в скобках есть аргумент функции $\frac{dI_a}{dU}$). Найдем значение U_1 , при котором функция $\frac{dI_a}{dU}(U)$ принимает максимальное значение, затем определим соответствующие значения U_α , при которых $\frac{dI_a}{dU}(U_\alpha) = \alpha \cdot \frac{dI_a}{dU}(U_1)$. Так как при $(U_\alpha - U_{крп}) < 0$ значения x_α и U_α связаны уравнением

$$x_\alpha = e(U_{крп} - U_\alpha) / kT$$

то

$$U_\alpha = U_{крп} - kTx_\alpha / e \quad (14)$$

Зависимость U_α от x_α является линейной, при этом коэффициенты пропорциональности в (14) зависят от неизвестных величин T и $U_{крп}$. Используя метод наименьших квадратов, можно провести прямую линию по точкам (x_α, U_α) и получить оценки для величин T и $U_{крп}$. Таким образом, суть предлагаемого алгоритма заключается в наложении теоретической кривой $\psi(x)$ на экспериментальную кривую $\frac{dI_a}{dU}(U)$, при этом совмещаются только участки кривых от максимального значения функций до предельных значений при $x \rightarrow \infty$ и $U \rightarrow -\infty$ (напомним, что $U - U_{крп}$ принимает отрицательные значения).

Из приведенного выше алгоритма видно, что он основан на предположении, что полученное в ходе эксперимента распределение по энергии является правильным для участка значений энергии, больших, чем

наивероятнейшее значение энергии $E_{наив} = \frac{kT}{2}$, соответствующее максимальному значению плотности распределения по энергии. Применение предложенного алгоритма оправдано для случая малых температур, когда плотность электронного облака вблизи катода невелика, и искажения, связанные с его наличием, существенны только для низкоэнергетичных электронов. Однако по мере роста температуры область искажений в распределении растет и предложенный алгоритм может дать неточные значения искомых параметров.

В результате получаем, что, если вычислена производная $\frac{dI_a}{dU}(U)$ и найдено значение $U_{крп}$, то плотность распределения по энергии $f(E)$ равна

$$f(E) = C \frac{dI_a}{dU}(U) \quad (15)$$

где энергия $E = e|U - U_{крп}| = e \cdot (U_{крп} - U)$ выражается в электронвольтах, C - нормировочная константа.

Зная плотность распределения по энергии $f(E)$, можно найти плотность распределения по модулю скорости $f_v(v)$, воспользовавшись соотношениями:

$$f(E)dE = f_v(v)dv, \quad E = mv^2/2, \quad dE = mv dv,$$

Тогда

$$f_v(v) = f(E) \cdot dE/dv = f(E) \cdot mv = f(E) \cdot \sqrt{2mE} \quad (16)$$

Для распределения Максвелла $f_v(v)$ принимает максимальное значение для скорости $v_H = \sqrt{2kT/m}$, называемой наивероятнейшей скоростью. Таким образом, получив в ходе эксперимента функцию $f_v(v)$ и найдя по графику значение наивероятнейшей скорости v_H , можно найти значение температуры электронов

$$T = mv_H^2/2k \quad (17)$$

Значение температуры, найденное из формулы (17) будет, вообще говоря, отличаться от значения, найденного из формулы (14). Такой подход к определению температуры не лишен всех указанных выше недостатков для случая больших температур, так как при вычислении функции $f_v(v)$ используется "неправильная" функция $f(E)$. Но нетрудно заметить, что энергия, соответствующая наивероятнейшей скорости, равна $E = mv_H^2/2 = kT$, а наивероятнейшее значение энергии

$$E_{наив} = \frac{kT}{2} \quad (18)$$

Иными словами, при определении температуры по значению наивероятнейшей скорости мы, возможно, используем пока еще "правильный" участок распределения по энергии $f(E)$. Однако понятно, что такой подход позволяет только несколько уточнить результат, но его достоверность при больших накалах не слишком велика.

Экспериментальная установка.

Выполнение работы поводится на установке, в состав которой входят:

- 1) вакуумный диод (электронная лампа типа 6Х2П) с системой управления;
- 2) блок сопряжения установки с компьютером.
- 3) персональный компьютер.

Вакуумный диод представляет собой двойной диод с подогревным оксидным катодом (в цепь включен один из диодов). Питание установки осуществляется от напряжения, поступающего от компьютера через блок сопряжения. Регулировка подаваемых напряжений и управление экспериментом осуществляется из программы, запускаемой на персональном компьютере.

Описание работы программы.

Основным принципом построения программы является работа в режиме "МЕНЮ", когда на экране монитора предлагается список возможных действий, из которых надо выбрать одно для продолжения работы. Меню состоит из нескольких "окошек", одно из которых окрашено другим цветом (т.н. "активное окно"). При нажатии клавиши ENTER будет выполняться директива именно этого окна. Смена активного окна осуществляется клавишами СТРЕЛКА ВВЕРХ и СТРЕЛКА ВНИЗ. При отказе от работы с данным меню надо нажать клавишу ESC, при этом программа возвращается на предыдущий уровень работы. Простейшие подсказки по режиму работы, отвечающему активному окну, содержатся в выделенной строке внизу экрана.

Кроме таких "командных" окон, в некоторых меню встречаются "числовые" окна, в которых указаны значения некоторых параметров, влияющих на работу. Для изменения какого-либо значения необходимо сделать соответствующее окно активным и перейти в режим редактирования текста этого окна. Для этого надо нажать любую цифровую клавишу, после чего в данном окне можно работать как в обычном текстовом редакторе. Выход из режима редактирования осуществляется нажатием клавиши ENTER.

После загрузки программы на экране монитора появляется основное меню, содержащее следующие команды:

ЭКСПЕРИМЕНТ
ОБРАБОТКА
АНАЛИЗ
ВЫХОД

Рассмотрим более подробно каждый из возможных режимов работы программы.

ЭКСПЕРИМЕНТ. В этом режиме осуществляется подготовка к выполнению эксперимента и сам эксперимент. В ходе подготовки необходимо выбрать некоторое значение напряжения накала катода, подать это напряжение на катод, и подождать, когда катод прогреется и установится стационарный режим работы. Только после этого дается команда на выполнение эксперимента.

Сначала на экране появляется окно с указанием величины напряжения накала, значения в окне изменяются при нажатии на клавиши СТРЕЛКА ВПРАВО (ВЛЕВО), при этом само напряжение на катоде не изменяется. После выбора значения следует нажать ENTER, только после этого на катод подается соответствующее напряжение. Выход из режима без изменения осуществляется клавишей ESC.

Если напряжение на катоде изменилось, то нить накала начинает нагреваться или охлаждаться (в зависимости от знака изменения), при этом меняется ее сопротивление и, следовательно, ток накала. На экране монитора появляются два окна, в которых представлены значения тока накала катода и анодного тока, протекающего через лампу при подаче некоторого анодного напряжения. Это напряжение подобрано таким образом, чтобы обеспечить наибольшую изменчивость анодного тока по мере изменения тока накала. Информация в окнах периодически изменяется при поступлении сигнала с системы считывания. Так как интерес представляет стационарный режим работы диода, то необходимо выждать 2-3 минуты (а при больших изменениях накала до 5-7 минут), пока значения токов не установятся. Значения анодного тока невелики, поэтому при работе наблюдаются флуктуации тока, и режим можно считать установившимся, если в течение 30-40 секунд среднее значение тока не будет изменяться. Для начала эксперимента следует нажать ENTER, при отказе от эксперимента - ESC.

При запуске эксперимента на анод лампы подается постепенно увеличивающееся напряжение (в диапазоне от 0.5 до 1.5 вольта), система считывания определяет значения анодного напряжения и анодного тока, на мониторе появляется график вольтамперной характеристики диода. Для уменьшения ошибок, связанных со случайными факторами, измерения в каждой точке проводятся 20-30 раз, появляющаяся на экране экспериментальная точка соответствует усредненным значениям.

Существует несколько возможностей для управления ходом эксперимента. При нажатии на клавишу "P" (латинское, от слова PAUSE) работа системы приостанавливается, на экране появляются два окна, в которых показываются значения анодного напряжения и анодного тока, измерения которых не прекращаются, а выполняются в течение всего режима паузы. Выход из режима паузы осуществляется при нажатии любой клавиши.

Если значение тока велико и превосходит максимальное значение на оси Y графика, программа автоматически изменяет масштаб. При малых значениях тока масштаб может быть изменен нажатием клавиши <ПРОБЕЛ>. Клавишей <ESC> можно прервать выполнение эксперимента.

По окончании эксперимента его результаты могут быть занесены в память для последующей обработки, для этого следует нажать клавишу ENTER. Если эксперимент по каким-либо причинам неудачен, его результаты не следует запоминать (чтобы не расходовать ресурсы памяти), для этого нажмите клавишу <ESC>.

ОБРАБОТКА. Данный режим должен быть реализован сразу после выполнения эксперимента, так как в памяти сохраняются результаты только последнего выполненного эксперимента. После окончания обработки данные эксперимента будут заменены на результаты обработки.

При входе в данный режим на экране монитора появляются график зависимости производной анодного тока от анодного напряжения, а в верхнем левом углу - вольтамперная характеристика.

Обработка результатов проводится по алгоритму, изложенному выше. После каждого этапа работы выполнение программы приостанавливается, для продолжения следует нажать клавишу ENTER, для отказа - клавишу ESC. Сначала на кривой появляются отметки (в виде креста), соответствующие уровням 0.95, 0.9, 0.85, 0.8 и т.д. от максимального значения производной. В правом верхнем углу появляется окно для построения графика, описываемого зависимостью (14), используемого для определения температуры термоэлектронов и контактной разности потенциалов. По оси X графика откладываются значения функции x_{α} , по оси Y - значения функции U_{α} . Затем методом наименьших квадратов по полученным точкам проводится прямая и находятся значения искомых параметров и ошибок определения, представляемые на экране в виде небольшой таблицы.

В дальнейшем на экране появляются экспериментальный и теоретический (рассчитанный в соответствии с найденными значениями температуры и контактной разности потенциалов) графики плотности распределения по энергии, а затем и по модулю скорости. Если наблюдается хорошее соответствие эксперимента и теории, результаты следует сохранить, нажав в конце работы ENTER, при этом в банк данных помещается информация как о значениях параметров, так и о плотностях распределения. Эта информация может быть проанализирована в дальнейшем в режиме АНАЛИЗ.

Если результаты обработки были сохранены, то программа "забывает" о самих экспериментальных данных (во избежании повторной обработки одних и тех же результатов), в случае отказа от сохранения (клавиша ESC) обработка может быть повторена, причем, естественно, результаты будут теми же самыми.

АНАЛИЗ. В этом режиме можно на одном графике представить результаты обработки всех или только некоторых экспериментов для последующего сравнительного анализа. При входе в режим в левой части экрана появляются графики всех экспериментально полученных функций плотности распределения по энергии, а в правой части - таблица параметров (напряжение накала, температура и ошибка ее определения, контактная разность потенциалов, обозначаемая КРП, и ошибка ее определения), полученных в ходе обработки. При этом графики, соответствующие одному и тому же напряжению накала, изображаются одним цветом, совпадающим с цветом чисел в таблице параметров. Такие эксперименты, выполненные при одном и том же напряжении, в дальнейшем называются словом "семейство". Если число экспериментов велико (более 20), то вследствие ограничения размера экрана в таблице будут видны только начальные строки, остальные результаты можно будет увидеть, вызвав режим просмотра семейства (клавиша INS, см. ниже).

При нажатии на клавишу <F1> можно получить краткую информацию о списке команд, выполняемых в этом режиме.

Рассмотрим более подробно действие программы при получении каждой из команд.

<TAB> - сменить график. При нажатии на клавишу TAB на экране монитора последовательно появляются экспериментальные и теоретические графики функций плотности распределения по энергии и по модулю скорости.

<INS> - показать семейство на экране монитора. В этом режиме на экране будут показаны результаты экспериментов, выполненных только при одном значении напряжения накала - семейство экспериментов. При нажатии INS программа предлагает ввести интересующее значение напряжения с клавиатуры. После ввода числа следует нажать ENTER, в результате в таблице остаются только строки, соответствующие выбранному значению напряжения накала. Для возможности сравнения на экране различными цветами показываются экспериментальные и теоретические кривые функций плотности распределения по энергии или по модулю скорости (смена режима показа осуществляется клавишей TAB). Режим вызова на экран результатов только одного эксперимента отсутствует.

Для того, чтобы показать результаты сразу всех экспериментов, необходимо при запросе значения напряжения набрать 0 (нуль).

** - удалить данные эксперимента из памяти.** Иногда при одновременном просмотре результатов экспериментов, выполненных при одном и том же напряжении накала, выясняется, что один или несколько результатов противоречат остальным. Обычно это бывает связано с тем, что при изменении напряжения накала не было выдержано время, в течение которого устанавливается стационарный режим работы. Для удаления результатов "некачественного" эксперимента предусмотрен данный режим. Его использование рекомендуется после вызова семейства (клавиша INS),

содержащего "некачественный" эксперимент. После нажатия на клавишу DEL программа запрашивает значение температуры, полученной при обработке эксперимента, результаты которого требуется удалить. После ввода значения следует нажать ENTER, и результаты будут удалены. **Будьте внимательны - восстановление удаленных данных невозможно !!!** Для отказа от удаления при вводе значения температуры нажмите ESC.

<ENTER> - курсор для определения координат на графике. Этот режим предназначен для определения координат любой из точек, представленных на экране графиков, в частности, для нахождения наиболее вероятных значений энергии или модуля скорости. Напомним, что наиболее вероятным называется значение параметра, при котором плотность распределения по этому параметру достигает максимального значения. При входе в этот режим в окне, содержащем графики, появляется курсор в виде "креста" и два окошка, в которых показывается значение энергии (или модуля скорости, в зависимости от режима) и плотности распределения в точке графика, соответствующей координатам центра "креста". Перемещения курсора осуществляются клавишами <СТРЕЛКА ВПРАВО (ВЛЕВО, ВВЕРХ, ВНИЗ)>, при этом автоматически изменяются и значения в окошках.

Для выхода из режима следует нажать клавишу <ESC>.

<ПРОБЕЛ> - совместные данные. Данный режим предназначен для получения единых данных обработки по каждому из семейств. При нажатии на клавишу ПРОБЕЛ на экране появляется таблица, в которой для каждого значения напряжения накала (каждого семейства) представляются усредненные результаты обработки по всем выполненным экспериментам данного семейства. Режим может быть осуществлен на любой стадии выполнения работы. Результаты, полученные после выполнения всей программы экспериментальных исследований, должны быть перенесены в рабочую тетрадь.

ВЫХОД. Данный режим предусматривает, кроме выхода из программы по завершении работы (клавиша ESC), и возможность удаления результатов всех ранее выполненных экспериментов (очистка памяти компьютера) без выхода из программы. Для этого требуется нажать клавишу DEL и вернуться в программу, при этом нумерация экспериментов начнется с единицы. При отказе от выхода из программы с сохранением всех данных нажмите ENTER.

Выполнение экспериментальных исследований.

Для начала работы включите компьютер и блок сопряжения установки с компьютером и запустите соответствующую программу. При запуске программы устанавливается связь компьютера и установки, если связь не устанавливается, обратитесь к преподавателю или дежурному лаборанту.

При нормальном режиме работы на экране должно появиться основное меню программы. При работе в случае возникновения затруднений на любой стадии работы следует внимательно прочитать соответствующий раздел из параграфа "Описание работы программы".

В ходе экспериментальных исследований следует снять вольтамперную характеристику вакуумного диода для значений напряжения накала от 2.0 до 2.9 вольта (всего для 7-8 различных значений), причем для каждого значения напряжения следует провести 3-4 измерения.

Порядок выполнения экспериментов.

1. Включите установку и запустите программу.
2. Установите напряжение накала 2.0 вольта и выполните эксперимент, руководствуясь описанием режима ЭКСПЕРИМЕНТ.
3. Проведите обработку результатов эксперимента в соответствии с описанием режима ОБРАБОТКА.
4. Повторите эксперимент с данным напряжением накала 3-4 раза, каждый раз проводя обработку. Если при обработке результатов, снятых при одинаковых условиях, получаются существенно разные результаты, число экспериментов следует увеличить. Результаты обработки всех выполненных экспериментов можно сравнить, используя возможности режима АНАЛИЗ.
5. По завершении измерений с выбранным напряжением накала, занесите найденные значения температуры и контактной разности потенциалов в тетрадь. Кроме этого, используя возможности режима АНАЛИЗ, найдите по экспериментальным (но не по теоретическим) графикам плотности распределения наивероятнейшие значения энергии и модуля скорости и оцените точность их определения, определив по графику интервал, в котором находится наивероятнейшее значение. Затем, пользуясь формулами (17) и (18) для наивероятнейших значений, найдите значение температуры, оцените ошибку подобного способа определения и сравните со значением температуры, полученным в режиме ОБРАБОТКА. Если нахождение наивероятнейшего значения невозможно, объясните, почему это так.
6. Постепенно увеличивая напряжение накала на 0.1 вольта, и выполняя все действия, указанные в п.п. 2-5, доведите напряжение накала до 2.7 - 2.9 вольта.
7. По завершении экспериментальных исследований представить следующие результаты:
 - 1) график зависимости температуры термоэлектронов от напряжения накала, при этом значения температуры берутся из таблицы результатов, вызываемой клавишей ПРОБЕЛ в режиме АНАЛИЗ. Для каждой экспериментальной точки указать диапазон ошибок.

На тех же осях представить аналогичную зависимость для случая, когда температура рассчитывается из значения наивероятнейшей скорости. Объяснить расхождение графиков и обосновать, какому из способов следует больше доверять.

2) зарисовать качественно изменение вида плотности распределения по энергиям и по модулю скорости по мере увеличения напряжения накала и объяснить, почему изменения носят такой характер.

Значения некоторых констант для проведения расчетов:

Масса электрона - $0.91 \cdot 10^{-30}$ кг

Заряд электрона - $1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл

Электронвольт - $1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж

Постоянная Больцмана - $1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

Литература.

1. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М., Высшая школа, 1981.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики, т.2. Термодинамика и молекулярная физика. М., Наука, 1990, гл. VI.
3. Калашников С.Г. Электричество. М., Наука, 1985, §155, 158, 195.
4. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. М., Высшая школа, 1983, §2, 34.

Приложение.

Статистическое описание поведения электронов в металле. В соответствии с квантовомеханической моделью твердого тела электроны в кристаллической решетке распределены по энергетическим полосам (зонам), разделенным энергетическими щелями (или запрещенными зонами), в которых электроны не могут находиться (рис.3). В свою очередь, каждая энергетическая зона представляет собой совокупность близкорасположенных энергетических уровней, расстояние между которыми на много порядков меньше ширины запрещенных зон. Поэтому принято говорить, что спектр электронов в зоне квазинепрерывен. В соответствии с теорией на каждом уровне может находиться ограниченное число электронов. Следовательно, число электронов, способных находиться в каждой энергетической зоне, строго фиксировано. Отличительные свойства металлов связаны с тем, что верхняя энергетическая зона заполнена частично, при этом электроны, находящиеся в этой зоне, называемой также зоной проводимости, не связаны с каким-то конкретным атомом, а могут свободно перемещаться по всему объему металла.

При температуре, равной 0 К, металл обладает минимальной энергией, что означает, что должны быть заполнены без промежутков все нижние электронные уровни. Значение энергии, соответствующее наивысшему из заполненных при

$T=0$ К уровню, называется энергией Ферми μ (подробнее см.[3],§155; [4],§2). Для металлов этот уровень расположен в зоне проводимости. При увеличении температуры электроны приобретают дополнительную кинетическую энергию, переходя при этом на более высокие незаполненные уровни. При этом величина изменения энергии порядка kT , где k - постоянная Больцмана. Ясно, что такую возможность имеют только электроны, находящиеся вблизи уровня Ферми, так как для электронов, расположенных на более низких уровнях, все соседние уровни заполнены. Отметим также, что в соответствии с теорией уровень Ферми незначительно снижается по мере увеличения температуры.

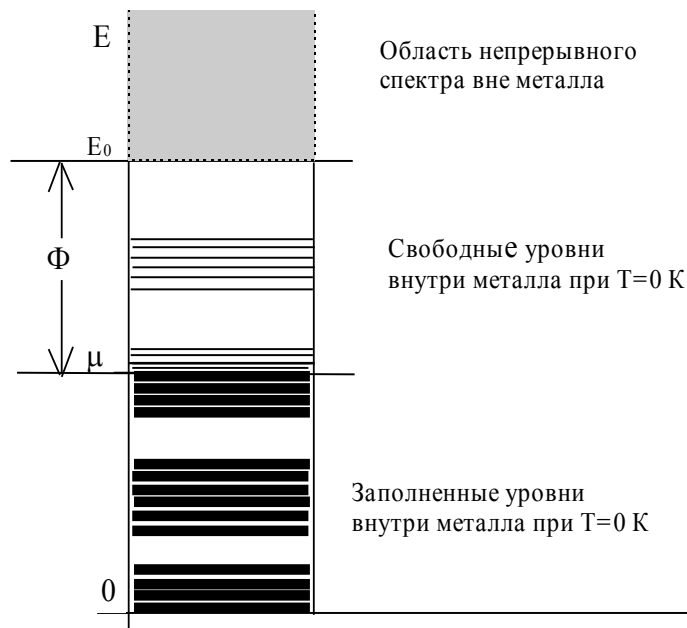


Рис.3. Схема энергетических уровней в металле и их заполнение при $T=0$ К (μ - энергия Ферми, Φ - работа выхода, E_0 - минимальная кинетическая энергия, которой должен обладать электрон, чтобы покинуть металл).

Когда электрон подлетает к границе между металлом и вакуумом, равнодействующая всех сил, действующих на электрон, направлена вглубь металла и мешает ему покинуть металл. Однако, если скорость движения и, следовательно, кинетическая энергия электрона достаточно велика, то он способен вылететь из металла, причем, чем выше температура металла, тем больше доля электронов, обладающих такой энергией, и, следовательно, тем больше число вылетающих электронов. Это явление носит название термоэлектронной эмиссии.

Обозначим минимальную кинетическую энергию, которой должен обладать электрон, чтобы покинуть металл, через E_0 . В первую очередь выходить с поверхности металла будут электроны, находящиеся на уровнях, близких к уровню Ферми. Следовательно, дополнительная кинетическая энергия, которую они должны получить, равна

$$\Phi = E_0 - \mu \quad (\text{П1})$$

Энергия Φ , затрачиваемая на отрыв электрона от металла, называется работой выхода. Если обозначить кинетическую энергию уже вылетевшего

электрона вблизи поверхности металла как $E_{кин}$, то кинетическая энергия такого электрона в металле будет равна

$$E = E_{кин} + E_0 \quad (П2)$$

Таким образом, величину E_0 можно трактовать как энергию покоящегося электрона вне проводника. Поэтому говорят, что электроны внутри металла находятся в “потенциальной яме” глубиной E_0 . В отличие от энергии внутри металла, кинетическая энергия $E_{кин}$ вне металла может принимать произвольные значения, т.е. образует непрерывный спектр.

Поведение электронов в металле описывается квантовой статистикой Ферми-Дирака (см. [4], §34), в которой учитывается дискретный характер энергетического спектра:

$$\frac{N_i}{g_i} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{kT}\right) + 1} \quad (П3)$$

где N_i - число электронов, имеющих энергию E_i , g_i - число квантовых состояний, соответствующих энергии E_i , k - постоянная Больцмана, T - температура, μ - энергия Ферми.

Для электронов, вылетевших из металла и имеющих кинетическую энергию, формула (П3) с учетом (П1)-(П2) принимает вид:

$$\frac{N}{g} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{кин} + \Phi}{kT}\right) + 1} \quad (П3а)$$

(индекс i опущен, так как спектр E_i квазинепрерывен).

Для металлов работа выхода, обычно измеряемая в электрон-вольтах (1эВ = $1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж), составляет несколько эВ, а величина kT для $T=1000$ К - доли эВ, поэтому единицей в знаменателе (5а) можно пренебречь.

Из квантовой механики известно, что число состояний g равно:

$$g = \frac{2}{h^3} dx dy dz dp_x dp_y dp_z,$$

где $dx dy dz dp_x dp_y dp_z$ - так называемый элемент фазового объема, h - постоянная Планка, $p=mv$ - импульс электрона. Тогда для числа электронов dN , заключенных в элементе фазового объема, можно записать:

$$dN = \frac{2}{h^3} \cdot \exp(-\Phi/kT) \cdot \exp(-E_{кин}/kT) \cdot dx dy dz dp_x dp_y dp_z,$$

Интегрирование по $dx dy dz$ даст объем V , тогда число электронов в единице объема, т.е. концентрация $dn(v_x, v_y, v_z)$ вылетевших электронов, скорости которых заключены в элементе $dv_x dv_y dv_z$, будет выражаться формулой:

$$dn(v_x, v_y, v_z) = \frac{2m^3}{h^3} \cdot \exp(-\Phi/kT) \cdot \exp(-E_{кин}/kT) \cdot dv_x dv_y dv_z$$

Интегрирование по $dv_x dv_y dv_z$ даст выражение для общей концентрации n_0 электронного облака вблизи поверхности металла:

$$n_0 = \frac{1}{4} \left(\frac{8\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} \exp(-\Phi/kT) \quad (\text{П4})$$

Отметим, что чем меньше работа выхода Φ и чем больше температура T , тем больше электронов покидает металл.

Отношение $dn(v_x, v_y, v_z)/n_0$ есть вероятность $dP(v_x, v_y, v_z)$ для электрона иметь скорость в интервале $dv_x dv_y dv_z$, в итоге получаем:

$$dP(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi k T} \right)^{3/2} \cdot \exp(-E_{\text{кин}}/kT) \cdot dv_x dv_y dv_z \quad (\text{П5})$$

Эта формула совпадает с формулой для распределения Максвелла, которое описывает распределение молекул по скоростям в идеальном газе при температуре T . Таким образом, можно утверждать, что вылетевшие электроны у поверхности металла подчиняются распределению Максвелла.