

## Явления переноса в воздухе

### Цель работы

Изучение процессов переноса (теплопроводности и вязкости) в газе. Изучение физических основ измерения теплопроводности методом цилиндрического слоя, и вязкости – методом капиллярного вискозиметра. Измерение коэффициента теплопроводности и вязкости воздуха.

### Идея эксперимента

Коэффициент теплопроводности газа измеряется по зависимости теплового потока через газ между двумя концентрическими цилиндрами от разности температур цилиндров. Коэффициент вязкости рассчитывается с помощью формулы Пуазейля по зависимости потока газа по капиллярной трубке от разности давлений на ее концах.

## Теоретическое введение

### Теплопроводность

Теплопроводность в газе – процесс переноса тепла при наличии градиента температур, обусловленный передачей энергии от молекулы к молекуле при их столкновениях. Основы теории теплопроводности были рассмотрены во Введении к данной главе. Напомним ее основные положения. Плотность потока тепловой энергии  $\mathbf{j}$  ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ) выражается соотношением:

$$\mathbf{j} = -\kappa \operatorname{grad} T, \quad (1)$$

где  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности с размерностью  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ . Кинетическая теория газов дает для коэффициента теплопроводности  $\kappa$  следующее выражение [1, 2]:

$$\kappa = \frac{1}{3} n v \lambda \frac{C_V}{N_A} = \frac{1}{3} \rho v \lambda c_V, \quad (2)$$

где  $C_V$  – молярная теплоемкость,  $N_A$  – число Авогадро,  $\rho$  – плотность,  $c_V$  – удельная теплоёмкость газа,

$$v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

– средняя скорость молекул,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \frac{kT}{p}$$

– средняя длина свободного пробега молекул,  $n$  – концентрация молекул,  $\sigma = \pi d^2$  – эффективное сечение молекулы,  $d$  – газокинетический диаметр молекулы,  $p$  – давление.

Нужно отметить, что модель, рассматривающая молекулы газа как жесткие невзаимодействующие шарики, слишком груба. Эффективное сечение и газокинетический диаметр молекулы не являются строго определяемыми величинами, а зависят от метода измерения. Обычно они рассчитываются из макроскопических параметров газа – коэффициентов вязкости или теплопроводности, которые можно экспериментально измерить достаточно точно.

Взаимное притяжение молекул способствует их сближению и столкновению, т.е. увеличивает эффективное сечение рассеяния  $\sigma$ . В первом приближении это увеличение  $\sigma$  зависит от соотношения характерной энергии взаимодействия молекул и их кинетической тепловой энергии, т.е. от температуры. Приближенно эта зависимость описывается формулой Сазерленда (Sutherland, 1893)  $S \approx 1,47 T_{\text{кип}} / T$

$$\sigma(T) = \sigma_0 \left(1 + \frac{S}{T}\right),$$

где  $S$  – параметр, свой для каждого газа ([2], §87). Например, для воздуха  $S \approx 120$  К. Постоянная Сазерленда связана с температурой кипения приближенной формулой  $S \approx 1,47 T_{\text{кип}}$ .

Исходя из (2), для воздуха при температуре 20°C длину свободного пробега можно с достаточной точностью найти по формуле:

$$\lambda \approx \frac{6.28}{p} \cdot 10^{-3} (\text{м}),$$

где  $p$  – давление в паскалях.

При постоянной температуре величина  $\lambda$  остается постоянной в широких пределах изменения давления  $p$ , так как для идеального газа  $\rho \sim p$ , а  $\lambda \sim 1/n \sim 1/p$ , так что входящее в (2) произведение  $\rho \lambda$  не меняется. Однако для малых давлений и концентраций, при которых длина свободного пробега становится больше, чем размеры сосуда, теплопроводность, как результат передачи энергии от молекулы к молекуле, теряет смысл. В этом случае теплопередача между стенками сосуда осуществляется молекулами, летающими без столкновений между стенками, и она пропорциональна концентрации молекул, т.е. уменьшается с уменьшением давления. Такая ситуация называется физическим вакуумом.

Похожий эффект, связанный с длиной свободного пробега, получается в случае теплопередачи от тонкой нагретой нити в окружающий газ. Тепловой поток от нее начнет зависеть от давления, когда длина пробега станет соизмерима или больше диаметра нити

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \frac{kT}{p} \geq d, \quad (3)$$

то есть **независимо от размеров сосуда**, окружающего эту нить.

### Метод измерения теплопроводности

Для измерения коэффициента теплопроводности в данной задаче используется метод цилиндрического слоя, основанный на измерении теплового потока через газ между двумя концентрическими цилиндрами (рис.1). Найдем теоретически величину теплового потока между цилиндрами, считая, что  $T_1 > T_2$ .

Для рассматриваемого цилиндрически симметричного случая вектор плотности потока энергии (1) имеет только радиальную составляющую

$$j = j_r = -\kappa \frac{dT}{dr}.$$

Полный поток через боковую поверхность цилиндра произвольного радиуса  $r$  в интервале  $r_1 < r < r_2$  равен

$$W = j_r S = -\kappa \frac{dT}{dr} 2\pi r L,$$

где  $L$  – высота цилиндров. Поскольку в промежутке  $r_1 < r < r_2$  нет источников тепла, то тепловой поток  $W$  должен быть постоянной величиной. Учитывая это, разделим переменные в этом уравнении и проинтегрируем в указанных пределах

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{2\pi L}{W} \int_{T_1}^{T_2} \kappa dT.$$

Получаем

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = -\frac{2\pi L}{W} \int_{T_1}^{T_2} \kappa dT. \quad (4)$$

Далее возможны разные варианты измерения и обработки экспериментальных данных.

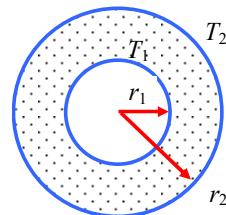


Рис.1. Геометрия измерения теплопроводности

### I. Приближение $\kappa = \text{const}$

Введем средний коэффициент теплопроводности по интервалу температур  $T_1 < T < T_2$ , равный

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} \kappa dT.$$

Тогда из (4) получается

$$\bar{\kappa} = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi L} \frac{W}{T_2 - T_1}. \quad (5)$$

Таким образом, для измерения среднего коэффициента теплопроводности данным методом достаточно знать только температуры обоих цилиндров и величину теплового потока между ними. Поскольку  $\kappa$  слабо зависит от температуры, а именно (2):

$$\kappa \sim v \sim \sqrt{T}, \quad (6)$$

то при небольшой разности температур измеренный средний коэффициент  $\bar{\kappa}$  будет близок к своему точному значению  $\kappa(\bar{T})$  при средней температуре  $\bar{T}$  на этом интервале. Из (6) следует, что относительное изменение коэффициента  $\kappa$  на температурном интервале  $\Delta T$  в первом приближении равно  $\frac{\Delta \kappa}{\bar{\kappa}} \approx \frac{\Delta T}{2T}$ . Например, для получения относительной точности измерения  $\kappa$  в 5% относительное изменение температуры не должно превышать 10%, т.е. величины порядка 30 К.

### II. Приближение $\kappa \sim T^{1/2}$

Если при обработке результатов сразу учесть предполагаемую теоретическую зависимость (6), то есть положить  $\kappa = \beta T^{1/2}$ , то точность измерения  $\kappa$  можно увеличить. Такой расчет рассмотрен в Приложении 1.

### III. Точное измерение $\kappa(T)$

Точное значение коэффициента теплопроводности при температуре нагреваемого внутреннего цилиндра  $\kappa(T_1)$ , без всяких дополнительных предположений, можно найти следующим образом. Перепишем (4) в виде

$$W = -\frac{2\pi L}{\ln(r_2 / r_1)} \int_{T_1}^{T_0} \kappa(T) dT.$$

Предполагается, что  $T_0$  – постоянная температура внешнего цилиндра. Продифференцировав это соотношение по  $T_1$ , получим

$$\frac{dW}{dT_1} = \frac{2\pi L}{\ln(r_2/r_1)} \kappa(T_1),$$

откуда следует

$$\kappa(T) = \left. \frac{\ln(r_2/r_1) dW}{2\pi L dT_1} \right|_{T_1=T}. \quad (7)$$

Для нахождения зависимости  $\kappa(T)$  нужно измерить экспериментальную зависимость мощности теплового потока  $W$  от температуры нити  $T_1$  и найти ее производную  $dW/dT_1$  при разных температурах  $T$ .

### Вязкость

Внутреннее трение в газах, или вязкость, состоит в переносе импульса в направлении, перпендикулярном относительной скорости граничащих слоёв газа. Пусть газ движется вдоль оси  $x$ , а скорость слоев газа меняется по оси  $y$ . Из-за переходов молекул между слоями за счет теплового движения, более быстрый слой, получая медленные молекулы из соседнего слоя, будет испытывать торможение, а медленный слой – наоборот, получать дополнительный импульс по оси  $x$  от попадающих в него быстрых молекул (рис.2). Плотность потока передаваемого таким образом импульса  $j_y$  равна касательному напряжению  $\tau$ , т.е. отношению силы вязкого трения  $\Delta F_x$  к площади  $\Delta S_y$  площадки на границе двух соседних слоёв газа, перпендикулярной к оси  $y$ . Это напряжение определяется формулой Ньютона [1, 3]:

$$\tau_{yx} = \frac{\Delta F_x}{\Delta S_y} = -\eta \frac{dv_x}{dy},$$

где  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости размерности Па·с. Кинетическая теория газов дает выражение для коэффициента вязкости [1,2]:

$$\eta = \frac{1}{3} n m v \lambda = \frac{1}{3} \rho v \lambda, \quad (8)$$

где  $m$  – масса молекулы. Поведение  $\eta$  в зависимости от температуры и давления аналогично коэффициенту теплопроводности (2). Из выражений (2) и (8) видно, что отношение коэффициентов тепло-

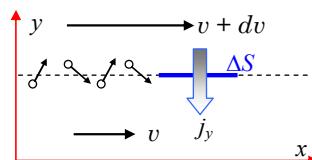


Рис.2. Иллюстрация к механизму вязкого трения.

проводности и вязкости равно удельной теплоёмкости газа при постоянном объёме  $c_V$ .

Более точный и сложный расчет с учетом формы молекул и распределения по скоростям приводит к соотношению ([2], §89):

$$\frac{\kappa}{\eta} = A c_V, \quad (9)$$

Для воздуха коэффициент  $A \approx 1.9$ .

#### Теоретические основы метода измерения вязкости

Коэффициент вязкости в данной работе определяется из известных закономерностей протекания воздуха через измерительный капилляр. Объемный расход при изотермическом ламинарном течении несжимаемой вязкой среды по круглой трубе-капилляру определяется формулой Пуазейля

$$I_V = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{l}, \quad (10)$$

где  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости среды,  $p_1$ ,  $p_2$  – давления на концах капилляра,  $l$  – его длина,  $R$  – радиус капилляра.

При течении сжимаемой среды – воздуха – надо учитывать изменение ее плотности вдоль трубы из-за уменьшения давления, а также изменение температуры, если труба термоизолирована. В нашем случае разность давлений на концах капилляра мала  $\Delta p = p_1 - p_2 \ll p_1$ , объемные потоки на входе и выходе капилляра почти равны, температуру можно считать постоянной, поэтому с достаточной точностью можно пользоваться формулой Пуазейля (10).

Таким образом, для нахождения коэффициента динамической вязкости газа, надо экспериментально измерить объемный поток  $I_V$  через капилляр и разность давлений  $p_1, p_2$  на его концах

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8l} \frac{\Delta p}{I_V}. \quad (11)$$

Более точно найти  $\eta$  можно, если построить зависимость  $I_V(\Delta p)$ , и с помощью МНК аппроксимировать ее линейной зависимостью  $I_V = A \cdot \Delta p$ . Величина  $\eta$  будет равна

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8l} \frac{1}{A}. \quad (12)$$

## Эксперимент

### Экспериментальная установка

Принципиальная схема установки показана на рис.5, Общий вид установки показан ниже на рис.6.

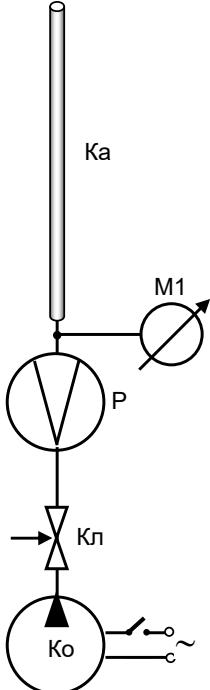


Рис.5а. Принципиальная схема установки для измерения вязкости (обозначения элементов даны в тексте)

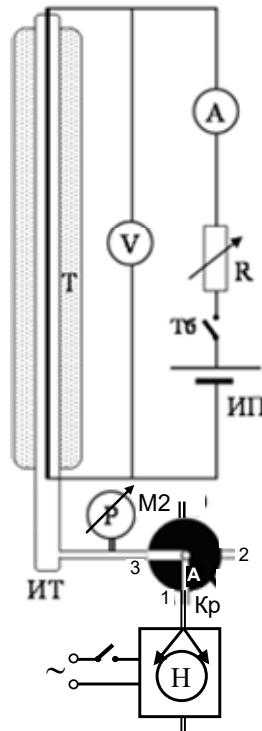


Рис.5б. Принципиальная схема установки для измерения теплопроводности (обозначения элементов даны в тексте).

### Измерение вязкости

Принципиальная схема части установки, предназначеннной для измерения вязкости, показана на рис.5а. Воздух от компрессора  $Ko$ , подается в измерительный капилляр  $Ka$ , величина объемного потока воздуха измеряется ротаметром  $P$ . Принцип работы ротаметра рассмотрен в Приложении 2.

Поток через капилляр плавно регулируется ручкой, расположенной на самом компрессоре, а также клапаном  $Kl$ , находящемся

на ротаметре. Разность давлений на концах капилляра измеряется дифференциальным цифровым манометром М1.

### *Измерение теплопроводности*

Принципиальная схема данной части установки показана на рис.5б. Используется описанный выше метод цилиндрического слоя. Роль внешнего цилиндра выполняет стеклянная измерительная трубка ИТ, температура которой в процессе измерений поддерживается постоянной и равной комнатной благодаря окружающему ее термостату  $T$  – резервуару, заполненному водой. По оси измерительной трубки натянута тонкая металлическая проволока (нить) из никеля, играющая роль внутреннего цилиндра. Для нагрева нити по ней пропускается постоянный ток от источника питания ИП. Сила тока  $I$  через нить регулируется потенциометром  $R$  и измеряется амперметром А, напряжение  $U$  на ее концах измеряет

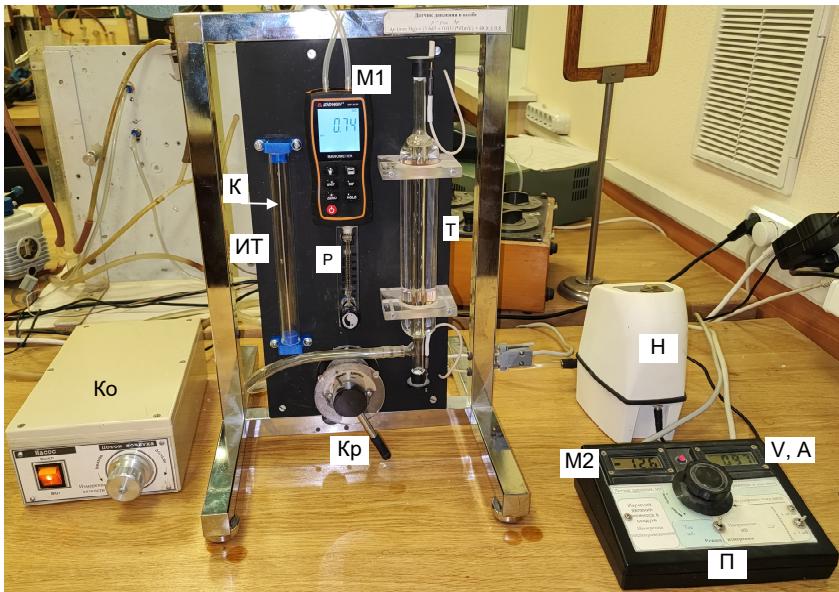


Рис.6 Общий вид установки. Обозначения как на рис.5

вольтметр  $V$ .

Диаметры измерительной трубы ИТ и никелевой проволоки приведены на установке. Из измерительной трубы можно откачивать воздух с помощью вакуумного насоса Н. Трубка соединена с трехходовым вакуумным краном Кр, который может соединять ее с насосом (выход крана точка А в положении 1 "Насос"), изолиро-

вать ее после откачки (положение 2 "Закрыто"), или соединять ее с атмосферой (положение 3 "Атмосфера").

Давление в трубке измеряется цифровым манометром М2, который показывает разность давлений в трубке и атмосфере в условных единицах.

Температура проволоки определяется косвенно по её электрическому сопротивлению.

### Проведение эксперимента

#### Упражнение 1.

#### Измерение коэффициента вязкости воздуха

- 1) Включите электронный манометр (рис.7, красная кнопка). Потом нажмите кнопку Zero для его калибровки. Проверьте, что манометр показывает нуль и выдает результаты в кПа.
- 2) Включите компрессор Ко (рис.8) клавишей питания и установите максимальную величину потока воздуха, для чего поверните ручку "Поток воздуха" по часовой стрелке до конца.
- 3) Осторожно вращая клапан Кл на ротаметре (рис.7), установите по его шкале максимальную величину потока  $N = 600$  мл/мин. Запишите в табл.1а показания по шкале ротаметра  $N$  и показания манометра.



Рис.7 Электронный манометр и ротаметр



Рис.8 Компрессор

- 4) Продолжайте измерения, уменьшая клапаном Кл поток приблизительно на 100 мл/мин. После достижения нижнего предела шкалы 100 мл/мин выключите манометр и компрессор.

Табл.1 Данные для измерения вязкости

$N$ , мл/мин						
$p$ , кПа						

## Упражнение 2

### Измерение теплопроводности

Измерения проводятся следующим образом, независимо от вариантов последующей обработки результатов.

- ◆ *Измерение теплового потока как функции температуры нити при атмосферном давлении*
- 5) Соедините измерительную трубку с атмосферой, для чего на экспериментальной установке переведите кран Кр в положение **Атмосфера** (рис.6). На блоке питания поставьте регулятор напряжения, подаваемого на нить, в положение минимума (ручкой  $R$  против часовой стрелки до упора (рис.9). Поставьте тумблер Т2 в положение **mA**, а тумблер Т3 в положение 1 мВ.
- 6) Включите источник питания тумблером Т1 на правой стенке. Амперметр покажет небольшой начальный ток через нагревающую нить. Подождите 1 минуту для установления стационарного состояния температуры нити. Запишите в табл.2 величину силы тока. Поставьте тумблер Т2 в положение **mB** и запишите напряжение на нити.
- 7) Добавляя силу тока каждый раз приблизительно на 50 мА, повторите аналогичные измерения до достижения максимально возможного тока (около 350 мА). После перехода к каждой следующей величине тока необходимо выждать 1 минуту для установления стационарного состояния.

Все полученные данные запишите в табл.2.

- ◆ *Измерение теплового потока в зависимости от давления воздуха*
- 8) Для увеличения точности измерений установите максимальный ток нити. Переведите кран Кр1 (рис.6) в положение **Насос**. Включите насос клавишей Кл1 (рис.9). Контролируя процесс откачки по манометру М2, откачивайте воздух до максимального

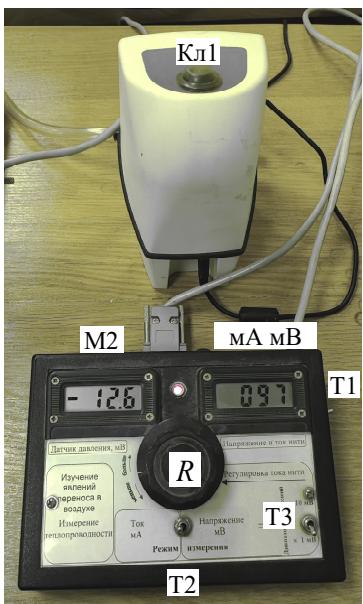


Рис.9 Измерительный блок и вакуумный насос

для нескольких показаний  $p$  манометра M2 силу тока  $I$  и напряжение  $U$ .

Табл.2 Результаты измерений теплопроводности

$p$ , y.e.	$I$ mA	$S_I$ mA	$U$ мВ	$S_U$ мВ	$W$ Вт	$S_W$ Вт	$R$ Ом	$S_R$ Ом	$T$ °C	$A, S_A$ Ом/Вт	$B, S_B$ Ом

11) Окончив измерения, уменьшите ток до минимума ручкой R, выключите источник питания тумблером T1 и запустите воздух в измерительную трубку, переведя кран Кр1 в положение **Атмосфера**.

вакуума, затем переведите кран Кр1 в положение **Закрыто** и **выключите насос**.

Манометр M2 показывает разность давлений в трубке и в атмосфере в условных единицах (мВ), которые потом нужно перевести в единицы давления по графику в Приложении 3.

9) Запишите показания манометра M2 и значения тока  $I$  и напряжения  $U$ .

Ввиду невысокой герметичности вакуумной системы давление в измерительной трубке начнет постепенно возрастать.

10) По мере увеличения давления до атмосферного контролируйте величину тока  $I$  и напряжения  $U$ . Если они не будут меняться, отметьте этот факт в отчете, иначе запишите в табл.2

Результаты измерений в табл.1,2 предоставьте на подпись преподавателю.

## Обработка результатов

### Упражнение 1

#### Расчет коэффициента вязкости воздуха

- Пользуясь результатами табл.1, заполните расчетную табл.3 с указанием погрешностей измерений  $S$  для каждой величины.
- Постройте график  $I_V(p)$  и с помощью МНК аппроксимируйте его линейной зависимостью  $I_V = A \cdot \Delta p + B$ . Рассчитайте  $\eta$  по формуле (14). Радиус капилляра и его длина указаны на каждой установке.

Табл.3 Расчетная таблица для нахождения вязкости

$I_V, \text{ см}^3/\text{с}$	$S_l, \text{ см}^3/\text{с}$	$p, \text{ Па}$	$S_p, \text{ Па}$	$A, S_A \\ \text{см}^3/(\text{Па}\cdot\text{с})$	$\eta, S_\eta, \text{ Па}\cdot\text{с}$

- Для проверки предполагаемого условия ламинарности течения воздуха по капилляру оцените величину числа Рейнольдса [3] по формуле

$$\text{Re} = \frac{\rho v d}{\eta},$$

где  $\rho$  – плотность воздуха,  $v$  – скорость потока,  $d$  – диаметр капилляра,  $\eta$  – коэффициент вязкости. Переход в турбулентный режим при течении по трубе соответствует критическому значению числа Рейнольдса около  $2 \cdot 10^3$ .

- С помощью формулы (9) рассчитать величину теплоёмкости  $c_V$ . Запишите выводы о точности полученных результатов.

### Упражнение 2. Коэффициент теплопроводности

- Измерение теплового потока в зависимости от температуры нити при атмосферном давлении

- Для каждой силы тока рассчитайте сопротивление нити

$$R = \frac{U}{I}, \quad (13)$$

и тепловую мощность тока

$$W_I = UI. \quad (14)$$

Погрешность используемого цифрового вольтметра-мультиметра составляет  $\pm 0.5\%$  от измеренной величины  $U$  и  $\pm 2$  младшие единицы индикатора. Для используемой шкалы 2000 мВ это  $\Delta U = \pm 0.005 \cdot U \pm 2$  мВ. Погрешность амперметра на используемой шкале 2000 мА определяется аналогично. Результаты запишите в табл.2.

В области используемых температур сопротивление проволоки (нити)  $R$  меняется по линейному закону:

$$R = R_0(1 + \alpha(T_1 - T_0)), \quad (15)$$

где  $T_0$  – исходная комнатная температура нити,  $T_1$  – температура нагретой нити,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления материала проволоки, в данном случае  $\alpha = 0.005 \text{ K}^{-1}$ ,  $R_0$  – сопротивление проволоки при комнатной температуре  $T_0$ .

Из (15) следует

$$T_1 - T_0 = \frac{R - R_0}{\alpha R_0}. \quad (16)$$

### I. Приближение $\kappa = \text{const}$

Подставляя (16) в полученную для данного приближения формулу (5), получаем

$$\bar{\kappa} = \frac{W \alpha \ln(r_2 / r_1)}{2\pi L} \frac{R_0}{R - R_0}. \quad (17)$$

Так как соотношение (16) содержит две неизвестных величины –  $\bar{\kappa}$  и  $R_0$ , то для нахождения  $\bar{\kappa}$ , в принципе, достаточно двух измерений при двух токах через нить. Однако для увеличения точности целесообразно провести измерения в большем числе точек, считая, что при небольших изменениях температуры коэффициент  $\kappa$  меняется мало, на величину, меньшую нашей погрешности измерений. Перепишем (17) в виде зависимости сопротивления нити от мощности ее нагрева

$$R = W \frac{\alpha R_0 \ln(r_2 / r_1)}{2\pi L \bar{\kappa}} + R_0. \quad (18)$$

Отсюда видно, что если пренебречь изменением  $\bar{\kappa}$ , то сопротивление нити  $R$  является линейной функцией тепловой мощности  $W$ .

2) Постройте график  $R(W)$ . С помощью МНК аппроксимируйте экспериментальный график  $R(W)$  линейной функцией  $R(W) = A \cdot W + B$ , запишите в табл.2 параметры  $A$  и  $B$  и их по-

грешности. Примерный вид графика показан на рис.10. Погрешности на этом демонстрационном графике не показаны, но их надо обязательно изобразить и учесть при использовании МНК.

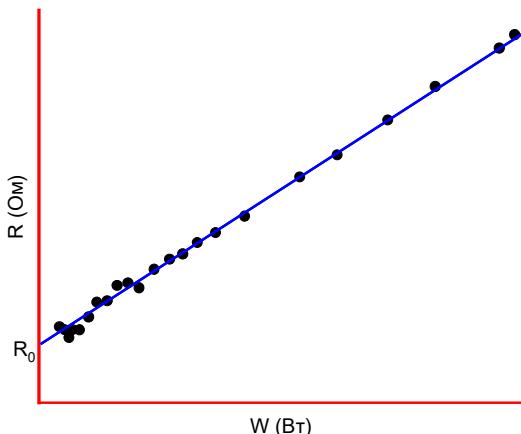


Рис.10 Типичный вид зависимости сопротивления нити от мощности нагрева (экспериментальные точки реальные). Погрешности измерений не показаны.

Параметр  $B$ , равный отрезку, отсекаемому графиком от оси ординат  $R$ , равен начальному сопротивлению нити при комнатной температуре

$$R_0 = B. \quad (19)$$

В эту величину аддитивно входит также сопротивление подводящих проводов, но оно мало по сравнению с сопротивлением нити. Коэффициент наклона прямой (18) равен

$$A = \frac{\alpha R_0}{2\pi L \bar{\kappa}} \ln(r_2 / r_1), \quad (20)$$

Откуда получается

$$\bar{\kappa} = \frac{\alpha}{2\pi L} \frac{B}{A} \ln(r_2 / r_1). \quad (21)$$

- 3) Рассчитайте величину среднего коэффициента теплопроводности  $\bar{\kappa}$  из формуле (21) и его погрешность, используя известные геометрические параметры установки.

## II. Приближение $\kappa \sim T^{1/2}$

Выполняется согласно Приложению 1 только по указанию преподавателя.

### III. Точное измерение $\kappa(T)$

Для этого варианта

$$\kappa(T) \sim \frac{1}{A(T)}; \quad A(T) = \frac{dR}{dW}.$$

Если, как на рис.10, при нашей точности измерений зависимость  $R(W)$  получилась близкой к линейной, то  $A = \text{const}$  и рассчитать более точную зависимость  $\kappa(T)$  не получится.

◆ **Измерение теплового потока в зависимости от давления воздуха**

- 1) Сравните между собой данные измерений тока и напряжения на нити  $I$  и  $U$ , полученные при разных значениях  $p$ . Запишите выводы об обнаруженному (не)влиянии давления на коэффициент теплопроводности воздуха.
- 2) Пользуясь формулой (3), оцените давление  $p_d$ , при котором средняя длина пробега молекул  $\lambda$  сравняется с диаметром проволоки  $d$  и теплопередача должна начать уменьшаться. Запишите выводы.

### Оценка мощности излучения и конвекции

#### Излучение

Рассчитайте величину теплового потока излучения при максимальной температуре нити, пользуясь законом Стефана-Больцмана:

$$W_{\text{изл}} = \varepsilon \sigma (T_1^4 - T_0^4) S, \quad (22)$$

где  $S$  – площадь поверхности нити,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м·К), коэффициент серости для никеля равен  $\varepsilon = 0,35$ . В случае малой разности температур  $\Delta T = T_1 - T_0$  можно воспользоваться формулой, аналогичной формуле Ньютона-Рихмана для теплоотдачи с поверхности

$$W_{\text{изл}} \approx 4\varepsilon\sigma T_1^3 \Delta T \cdot S = \alpha_{\text{изл}} \Delta T \cdot S. \quad (23)$$

#### Конвекция

Перенос тепла конвекцией зависит от многих факторов и является сложным гидродинамическим процессом, не имеющим точных аналитических решений.

Конвективные потери тепла с поверхности тоже можно приблизительно описать формулой Ньютона-Рихмана

$$W_{\text{кон}} = \alpha_{\text{конв}} \Delta T \cdot S, \quad (24)$$

где  $\Delta T = T_1 - T_0$ ,  $S$  – площадь нагретой поверхности. Приближенные оценки параметра  $\alpha_{\text{конв}}$  базируются на экспериментальных данных, полученных для ряда типовых вариантов расположения и

формы нагретых тел, которые затем уже пересчитываются к нужным размерам с помощью результатов теории подобия.

При свободной конвекции, когда движение осуществляется только за счет разности плотностей, вызванной неравномерностью температурного поля (т.е. за счет силы Архимеда), критерием подобия, определяющим распространение теплоты в среде, является безразмерный параметр – число Грасгофа ( $Gr$ ) [4]. Он равен произведению числа Рейнольдса на отношение архимедовой подъемной силы к силе вязкости

$$Gr = \frac{g \beta L^3 \Delta T}{v^2}, \quad (25)$$

где  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ ,  $\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{dV}{dT} \right)_p$  – коэффициент изобарической сжимаемости (для идеального газа  $\beta = 1/T$ ),  $v$  – кинематическая вязкость (для воздуха при комнатной температуре  $v \approx 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ),  $L$  – длина цилиндра (нити),  $\Delta T$  – разность температур нагретой нити и окружающей среды.

Для случая вертикального цилиндра (в нашем случае, нити) при  $Gr < 10^9$  течение газа при конвекции ламинарно, и  $\alpha_{\text{конв}}$  можно оценить по формуле [4, §3-3].

$$\alpha_{\text{конв}} \approx 0.75 \frac{\kappa}{L} (0.7 \cdot Gr)^{1/4}, \quad (26)$$

где  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности газа. Формулы (25, 26) является обобщением полуэмпирических законов конвективного теплообмена. Оно отражает тот факт, что конвекция в гравитационном поле тем больше, чем меньше вязкость среды (которая сопротивляется относительному движению слоев) и чем больше коэффициент коэффициент изобарической сжимаемости, поскольку он определяет плотность сил Архимеда, которые и вызывают вертикальную конвекцию.

- 5) Оцените по формулам (24-26) тепловую мощность конвекции  $W_{\text{конв}}$  для случая максимальной температуры нити.
- 6) Сравните величину  $W_{\text{изл}}$  и  $W_{\text{конв}}$  с погрешностями измеренной тепловой мощности нагрева нити, запишите выводы.

### Итоги работы

В результате выполнения работы должны быть изучены физические основы измерения коэффициентов теплопроводности и вязкости, найдены их значения для воздуха с указанием погрешностей

и с оценкой влияния ряда дополнительных факторов, не учтенных использованной теорией.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое процессы переноса, в каких случаях возникают процессы переноса?
2. Что такое длина свободного пробега молекулы?
3. Что такое эффективный диаметр молекулы?
4. Как длина свободного пробега молекулы зависит от температуры газа (при постоянном давлении)?
5. Какой из процессов переноса лежит в основе явления вязкости?
6. Какой из процессов переноса лежит в основе явления теплопроводности?
7. Охарактеризуйте различные способы переноса тепла между телами.
8. Что такое коэффициент теплопроводности среды? Его размерность.
9. Как коэффициент теплопроводности газа зависит от давления и температуры?
10. Физические основы измерения теплопроводности методом коаксиальных цилиндров.
11. Каким образом измеряется температура нити в данной работе?
12. Как измеряется мощность теплового потока в газе в данной работе?
13. Что такое конвекция?
14. Что такое тепловое излучение?
15. Что такое коэффициент вязкости? Его размерность.
16. Как зависит коэффициент вязкости газа от давления и температуры?
17. Физические основы измерения вязкости методом капилляра.
18. Как вывести формулу Пуазейля?
19. Что такое число Рейнольдса и его смысл?

## Литература

### Основная

1. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Оникс, 2006, §50-52.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 2. Термодинамика и молекулярная физика М.: Физматлит, 2006. §89.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 1. Механика. М.: Физматлит, 2005. §96, 98.

### Дополнительная

4. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. М. Энергия. 1977, §3-3.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### *Нахождение коэффициента теплопроводности с учетом его предполагаемой теоретической зависимости от температуры*

Выполняется по указанию преподавателя.

Учитывая, что согласно кинетической теории коэффициент теплопроводности газа пропорционален средней скорости молекул  $\kappa(T) \sim v \sim \sqrt{T}$ , положим

$$\kappa(T) = \beta \sqrt{T} .$$

где множитель  $\beta$  не зависит от температуры. Подставив это соотношение в (4) и проинтегрировав его, получим

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{4\pi L \beta}{3W} (T_1^{3/2} - T_2^{3/2}) . \quad (26)$$

Температуру внутреннего цилиндра можно рассчитать из (15)

$$T_1 = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} + T_0 ,$$

где  $T_2 = T_0$  – комнатная температура. Необходимую для данного расчета величину  $R_0$  можно взять из результатов Упражнения 1. Для расчетов заполните следующую таблицу табл.4, взяв данные для первых 4 столбцов из табл.2.

Введем новую переменную

$$x = T_1^{3/2} .$$

Табл.4

Результаты расчета коэффициента теплопроводности

$I, A$	$U, В$	$R, Ом$	$W, Вт$	$T_1, К$	$x, K^{3/2}$	$A, Bт\cdot K^{-3/2}$	$\beta, Bт\cdot м\cdot K^{-3/2}$

Соотношение (27) можно переписать в виде линейной зависимости  $W$  от переменной  $x$

$$W(x) = \frac{4\pi L\beta}{3\ln(r_2/r_1)}(x - T_0^{3/2}). \quad (27)$$

Коэффициент наклона этой прямой  $A = \frac{4\pi L\beta}{3\ln(r_2/r_1)}$  можно найти с помощью МНК по экспериментальному графику  $W(x)$ . Отсюда можно рассчитать величину коэффициента  $\beta$

$$\beta = \frac{4\pi L}{3A\ln(r_2/r_1)}.$$

*Замечание.* Если относительные погрешности измерения у величины  $x$  больше, чем у  $W$ , то для увеличения точности результата целесообразно построить обратную зависимость

$$x(W) = W \frac{3\ln(r_2/r_1)}{4\pi L\beta} + T_0^{3/2},$$

так как стандартные программы расчета МНК учитывают погрешности только по оси ординат. В этом случае коэффициент наклона будет равен  $\beta^{-1}$ .

Рассчитайте коэффициент теплопроводности при комнатной температуре

$$\kappa(T_0) = \beta\sqrt{T_0} = \frac{3\ln(r_2/r_1)A}{4\pi L}\sqrt{T_0} \quad (28)$$

и постройте график теоретической зависимости  $\kappa(T) = \beta\sqrt{T}$ . Нанесите на график также среднюю величину  $\bar{\kappa}$ , найденную выше в первом варианте расчета.

Запишите выводы.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Ротаметр

При ламинарном протекании газа по расширяющейся конической трубке его скорость уменьшается. При обтекании находящегося в трубке шарика на него, помимо пренебрежимо малой силы Архимеда, действует вверх сила сопротивления, зависящая от скорости потока газа и от расстояния между шариком стенками конуса. Эта сила уменьшается с ростом высоты подъема шарика. В результате шарик останавливается на высоте, на которой сила тяжести будет равна силе вязкого трения воздуха. При правильном подборе формы трубы может быть получена линейная зависимость равновесной высоты от величины потока.

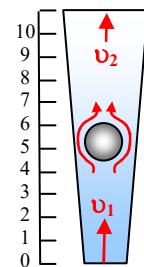


Рис.11. Устройство ротаметра

### Датчик давления

В качестве дифференциального датчика давления в экспериментальной установке используется сенсор 26PC15SMT фирмы Honeywell.

Основой датчиков давления является чувствительный элемент, состоящий из четырех пьезорезисторов, образующих измерительный мост, внедренных в тонкую кремниевую диафрагму (рис.12). Диафрагма сформирована путем вытравливания квадратной площадки кремниевой пластины с обратной стороны пьезорезистивно-

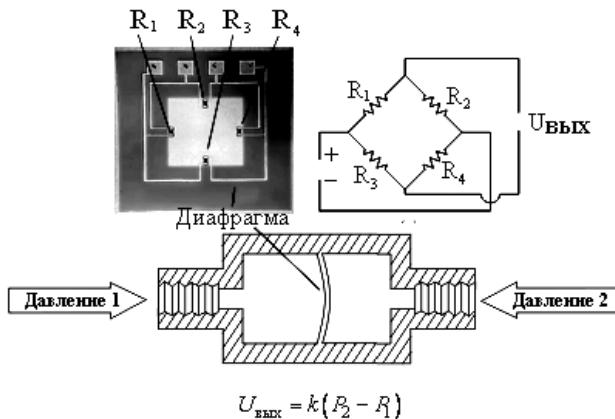


Рис.12. Устройство дифференциального датчика давления

го моста (см. верхнюю часть рис.12). Невытравленная часть пластины является жесткой несущей для диафрагмы и одновременно участком для реализации схем калибровки, термокомпенсации и усиления.

Мостовая резистивная структура сформирована так, что одно из плеч моста находится в зоне наибольшей деформации мембранны. Напряжение разбаланса моста, которое пропорционально разности давлений, поступает на схему обработки сигнала.

Внешний вид дифференциального датчика представлен на рис.13. Корпус датчика выполнен из пластмассы с двумя портами для воздуха.

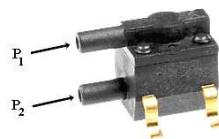


Рис.13. Внешний вид  
датчика давления  
26PC15SMT

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3

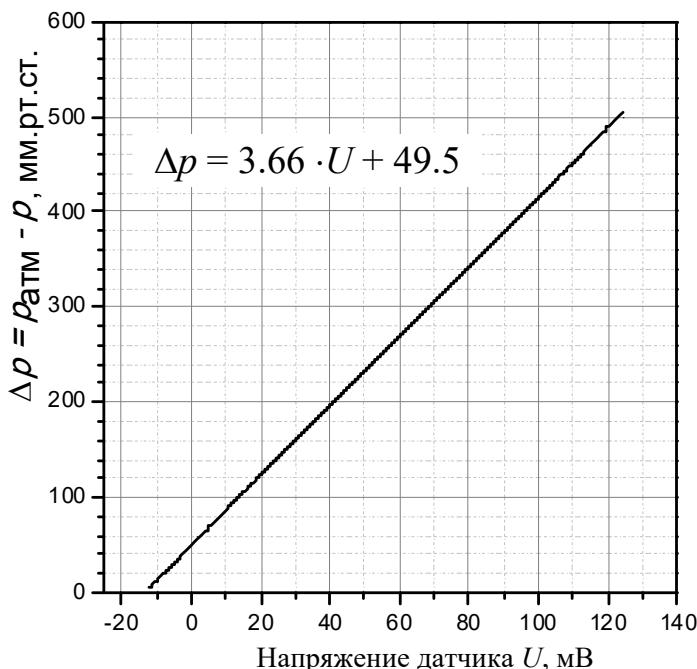


Рис.14 График для перевода напряжения с датчика давления в разность давлений на его выходах в мм.рт.столба