



Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

**Физический факультет**

*Кафедра общей физики*

П.Ю. Боков, П.С. Булкин, Д.В. Вагин, О.С. Иванова, Г.А. Миронова,  
И.В. Митин , А.М. Салецкий

*Лабораторный практикум по молекулярной физике*

**Задача №207**

**Изучение изопроцессов в газе**

Москва 2012

Лабораторный практикум по молекулярной физике

Боков П.Ю., Булкин П.С., Вагин Д.В., Иванова О.С., Миронова Г.А.,

Митин И.В., Салецкий А.М.

**Задача №207**

**Изучение изопроцессов в газе**

Учебное пособие – М.: ООП Физ. фак-та МГУ, 2012, 18 с.

Оглавление

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| Изопроцессы в газе. Теория .....     | 3  |
| Экспериментальные исследования ..... | 8  |
| 1. Экспериментальная установка ..... | 8  |
| 2. Описание программы .....          | 9  |
| 3. Выполнение экспериментов .....    | 12 |
| 4. Обработка результатов .....       | 15 |
| Контрольные вопросы .....            | 18 |
| Литература .....                     | 18 |

## Изопроцессы в газе. Теория

В отсутствие внешних полей газ равномерно распределяется по всему предоставленному ему **объему**. Вследствие хаотического движения молекул стенки сосуда испытывают силовое воздействие, характеризующееся **давлением**. Если над газом в сосуде не совершать работы и не передавать ему некоторое количество теплоты в ходе теплопередачи, в системе установится состояние **термодинамического равновесия**, характеризующееся **температурой и давлением** газа. Температура и давление при этом одинаковы во всём объёме.

При термодинамическом равновесии состояние газа фиксированной массы  $m$  описывается тремя параметрами: объемом  $V$ , который занимает газ, давлением  $p$ , создаваемым газом, и его температурой  $T$ . Эти величины называют **термодинамическими параметрами**.

В случае идеального газа эти термодинамические параметры связаны между собой **уравнением состояния Менделеева-Клапейрона**:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (1)$$

где  $\mu$  – масса одного моля газа  $\left[ \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right]$ ;  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  – универсальная газовая постоянная.

С течением времени состояние газа может изменяться. Процесс изменения состояния газа называют равновесным, если в каждый момент времени система находится в состоянии термодинамического равновесия. Среди множества равновесных процессов обычно выделяют четыре следующих:

- 1) изотермический ( $T = \text{const}$ );
- 2) изобарический ( $p = \text{const}$ );
- 3) изохорический ( $V = \text{const}$ );
- 4) адиабатический ( $S = \text{const}$ ,  $\delta Q = 0$ ).

При реализации какого-либо процесса в результате теплопередачи система может отдавать или получать некоторое **количество теплоты**  $\delta Q$ . Это ко-

личество теплоты в соответствии с **первым началом термодинамики** идет на совершение системой работы  $\delta A$  и на изменение её внутренней энергии  $dU$  :

$$\delta Q = \delta A + dU . \quad (2)$$

Для одного моля газа

$$\delta Q = c \cdot dT , \quad (3)$$

где  $c$  – молярная **теплоемкость** газа  $\left[ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right]$ . Теплоемкость зависит как от

свойств самого газа, так и от процесса, в котором участвует данный газ.

Для элементарной работы  $\delta A$  справедливо соотношение:

$$\delta A = p dV . \quad (4)$$

Внутренняя энергия газа является **функцией состояния**, т.е. при переходе системы из одного равновесного состояния 1 в другое 2 изменение внутренней энергии  $\Delta U_{12}$  не зависит от процесса, а определяется только начальным и конечным состояниями системы. Для идеального газа изменение внутренней энергии зависит только от температуры газа. Для одного моля идеального газа

$$dU = c_V \cdot dT , \quad (5)$$

где  $c_V$  - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме (т.к. при этом  $dV = 0$ , то  $\delta A = 0$  и  $dU = \delta Q = c_V \cdot dT$ ).

В общем случае количество теплоты  $Q$  и работа  $A$  функциями состояния не являются, т.е. зависят от процесса (для бесконечно малых изменений таких величин принято использовать значок  $\delta$ , т.е.  $\delta Q$  и  $\delta A$  в отличие от  $dU$ ). Здесь  $\delta A$  – элементарная работа,  $\delta Q$  – элементарное количество теплоты.

Для молярной теплоемкости  $c_V$  справедливо соотношение:

$$c_V = \frac{i}{2} \cdot R , \quad (6)$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы газа. В частности, для одноатомного газа  $i=3$ , для жестких молекул двухатомного газа  $i=5$ . Для воздуха, состоящего в основном из азота  $N_2$  и кислорода  $O_2$ , при обычных температурах принято считать

$$c_V = \frac{5}{2}R.$$

Пусть 1 моль идеального газа ( $\nu = \frac{m}{\mu} = 1 \text{ моль}$ ) в ходе произвольного равновесного процесса переходит из равновесного состояния 0 ( $p_0, V_0, T_0$ ) в равновесное состояние 1 ( $p_1, V_1, T_1$ ). Для малого участка процесса запишем первое начало термодинамики (2) с учетом (4) и (5) в виде:

$$\delta Q = p \cdot dV + c_V \cdot dT.$$

Поделим данное соотношение на температуру  $T$  и, учитывая, что  $\frac{p}{T} = \frac{R}{V}$ , получим:

$$\frac{\delta Q}{T} = \frac{p}{T} \cdot dV + c_V \cdot \frac{dT}{T} = R \cdot \frac{dV}{V} + c_V \cdot \frac{dT}{T} = R \cdot d(\ln V) + c_V \cdot d(\ln T). \quad (7)$$

В правой части соотношения стоит полный дифференциал. Поэтому при переходе  $0 \rightarrow 1$

$$\int_0^1 \frac{\delta Q}{T} = R \cdot \ln \frac{V_1}{V_0} + c_V \cdot \ln \frac{T_1}{T_0}. \quad (8)$$

Таким образом, величина  $\frac{\delta Q}{T}$  является полным дифференциалом, и, сле-

довательно, **функцией состояния**, т.е. изменение величины  $\int_0^1 \frac{\delta Q}{T}$  не зависит от процесса, происходящего с газом, а полностью определяется начальным и конечным состояниями системы. Величину

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (9)$$

называют дифференциалом **энтропии** системы. Отметим, что данное представление (9) для энтропии несправедливо в случае неравновесных необратимых процессов.

Так как термодинамические параметры  $(p, V, T)$  связаны уравнением Менделеева-Клапейрона (1), то выражение (8) для изменения энтропии  $\Delta S_{10}$  можно записать в следующих представлениях:

$$\Delta S_{10}(V, T) = R \cdot \ln \frac{V_1}{V_0} + c_V \cdot \ln \frac{T_1}{T_0}, \quad (10)$$

$$\Delta S_{10}(p, T) = -R \cdot \ln \frac{p_1}{p_0} + c_p \cdot \ln \frac{T_1}{T_0}, \quad (11)$$

$$\Delta S_{10}(p, V) = c_V \cdot \ln \frac{p_1}{p_0} + c_p \cdot \ln \frac{V_1}{V_0}, \quad (12)$$

где  $c_p = c_V + R$  - молярная теплоемкость газа при постоянном давлении. С учетом (6) для двухатомного газа получим:

$$c_p = \frac{7}{2} R. \quad (13)$$

Энтропия  $S$  является величиной аддитивной, поэтому для произвольного числа молей газа получим:

$$\Delta S_{10}(V, T) = \nu \cdot \left( R \cdot \ln \frac{V_1}{V_0} + c_V \cdot \ln \frac{T_1}{T_0} \right), \quad (10a)$$

$$\Delta S_{10}(p, T) = \nu \cdot \left( -R \cdot \ln \frac{p_1}{p_0} + c_p \cdot \ln \frac{T_1}{T_0} \right), \quad (11a)$$

$$\Delta S_{10}(p, V) = \nu \cdot \left( c_V \cdot \ln \frac{p_1}{p_0} + c_p \cdot \ln \frac{V_1}{V_0} \right). \quad (12a)$$

Понятие энтропии также имеет статистическую интерпретацию. В 1877 году Больцман показал, что энтропию системы можно связать с количеством «микросостояний» (микроскопических состояний), посредством которых может быть реализовано данное «макросостояние» (макроскопическое состояние) системы, а именно

$$S = k \ln \Gamma, \quad (13)$$

где  $\Gamma$  – число «микросостояний»,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана. Эта формула связывает микроскопические свойства системы с одним из ее тер-

модинамических параметров  $S$ . Существует мнение, что мы можем рассматривать энтропию и как меру беспорядка в системе. В определённом смысле это может быть оправдано, если считать «упорядоченными» системы, имеющие очень малую возможность конфигурирования, а «беспорядочными» - системы, имеющие очень много возможных состояний. Подобное определение беспорядка термодинамической системы как количества возможностей конфигурирования системы фактически дословно соответствует определению энтропии как числа «микросостояний», посредством которых реализуется данное «макросостояние». Однако при этом необходимо помнить, что понятие энтропии вводится только для термодинамических систем ограниченных размеров, иначе могут возникать парадоксы наподобие «тепловой смерти вселенной».

## Экспериментальные исследования

### 1. Экспериментальная установка

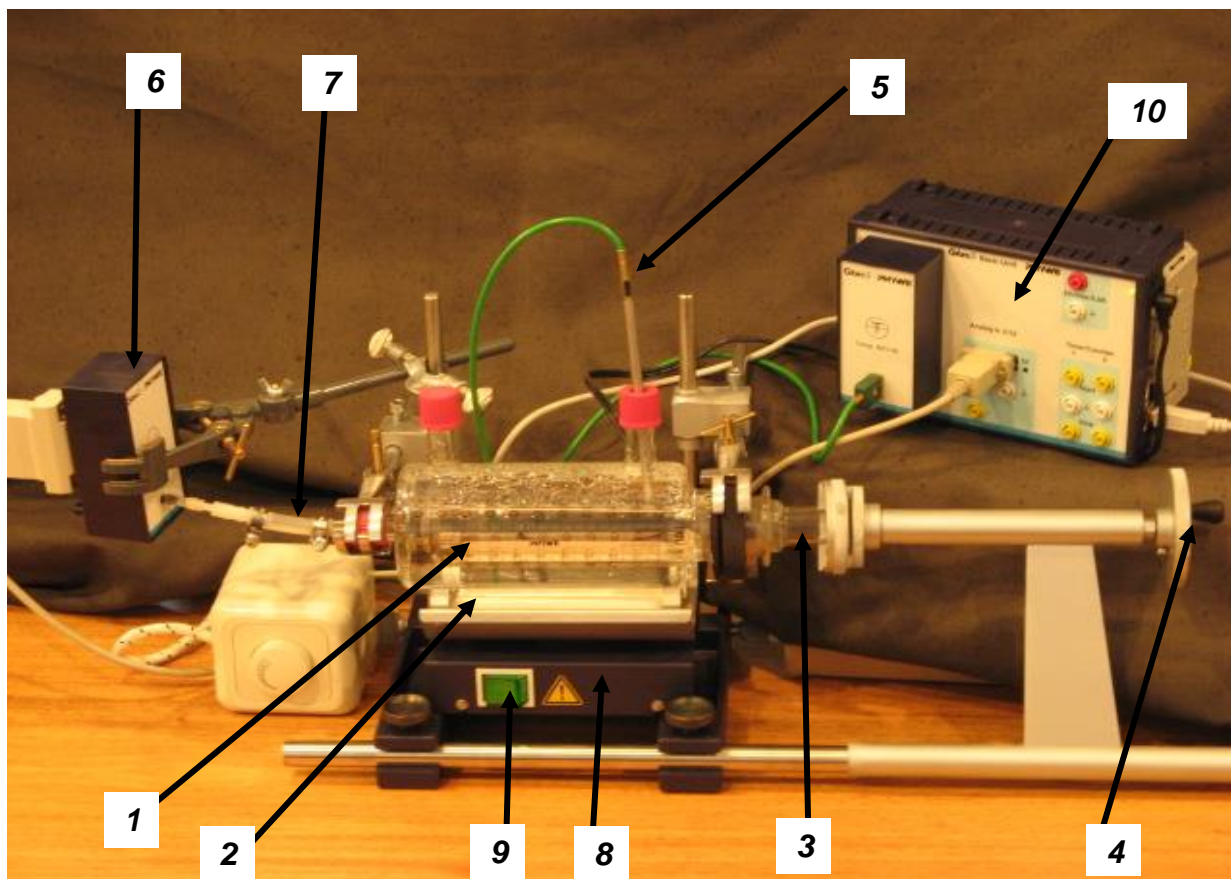


Рис. 1

В состав экспериментальной установки для изучения газовых законов входят: экспериментальный модуль (рис. 1), персональный компьютер и блок «Кобра» для сопряжения модуля с компьютером. Основным элементом экспериментального модуля является стеклянный резервуар, состоящий из двух коаксиальных стеклянных цилиндров: внутренний (1) заполнен изучаемым газом – воздухом, во внешнем (2) находится вода. Объем газа во внутреннем цилиндре регулируется поршнем (3), перемещающимся внутри цилиндра при вращении ручки (4). Объем воздуха определяется в миллилитрах по шкале, нанесенной на боковой поверхности внутреннего цилиндра. Температуру газа можно считать равной температуре воды во внешнем цилиндре, которая измеряется термопарой (5). Давление газа регистрируется датчиком (6), соединенным с



внутренним цилиндром короткой трубкой (7). Под резервуаром располагается печка (8) с тумблером (9). Данные с датчика давления и термопары через блок сопряжения «Кобра» (10) передаются на компьютер, где обрабатываются специальной программой.

## 2. Описание программы

Для начала работы следует запустить программу «Measure», ярлык которой находится на рабочем столе. В появившемся меню выбирается пункт «Файл» - «Новое измерение» или значок с красным кружком на панели инструментов (рис.2).

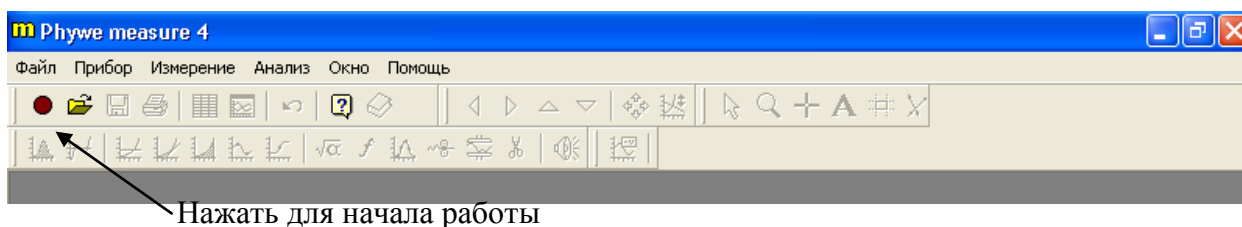


Рис.2

После этого программа переходит в режим установки параметров: на экране появится следующее диалоговое окно – рис. 3.

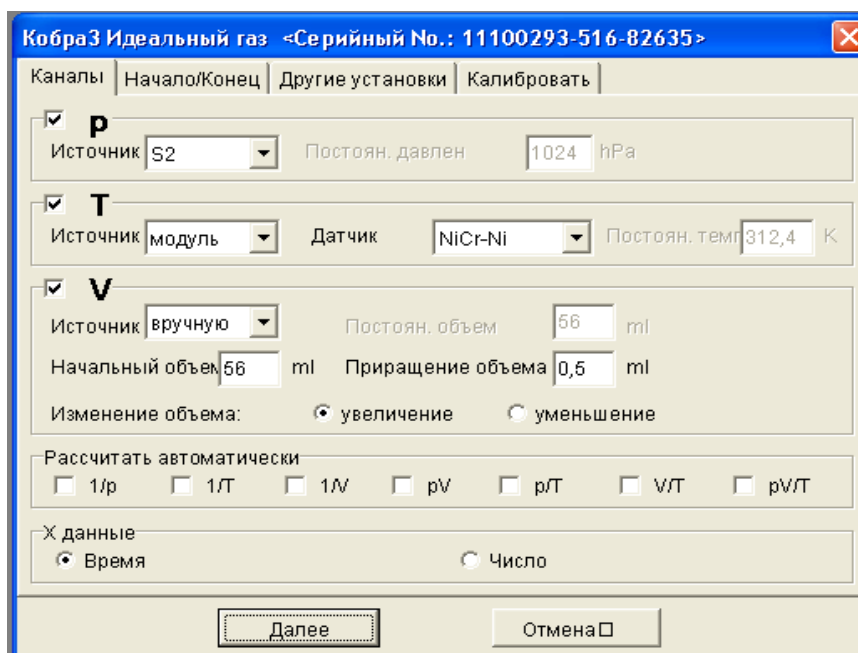


Рис.3

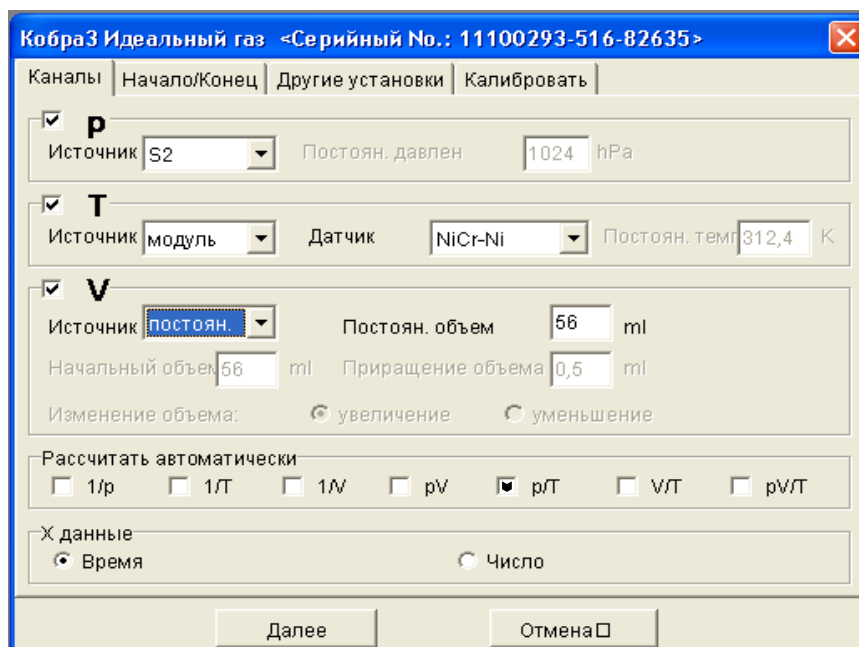
В вкладке «Каналы» необходимо выставить параметры для измерения давления  $p$  и температуры  $T$ , остающиеся неизменными в течение всей работы (остальные настройки программы в других закладках менять нельзя!!!).

- для  $p$ : источник тензодатчик – S2;
- для  $T$ : источник – модуль, датчик – термопара NiCr-Ni.

При проведении **изотермического или изобарического процессов** для объема  $V$  следует установить следующие параметры:

- $V$  - источник – вручную,
- значение начального объема в миллилитрах (должно соответствовать показаниям по шкале внутреннего цилиндра);
- приращение объема - 0,5 мл (всегда);
- изменение объема – увеличение или уменьшение (в зависимости от проводимого процесса).

**Изохорический процесс:** параметры объема устанавливаются в соответствии с *рис.4*:



*Рис.4*

- источник – постоян.,
- в окне «Постоян. объем» указывается значение этого объема.

В окне «Рассчитать автоматически» следует выбрать одну из позиций в зависимости от процесса:

- при изотермическом процессе - окно  $pV$ ;
- при изобарическом процессе - окно  $V/T$ ;
- при изохорическом процессе - окно  $p/T$ .

В окне «Х данные» следует выбрать пункт «Число».

После установки параметров и нажатия кнопки «Далее» программа переходит в *режим измерений*: на экране монитора появляются окна, в которых указаны текущие значения объема, давления, температуры и величины, выбранной для автоматического расчета (рис.5). При этом, так как измерения температуры и давления производятся с периодичностью несколько раз в секунду, то значения в окнах будут изменяться.

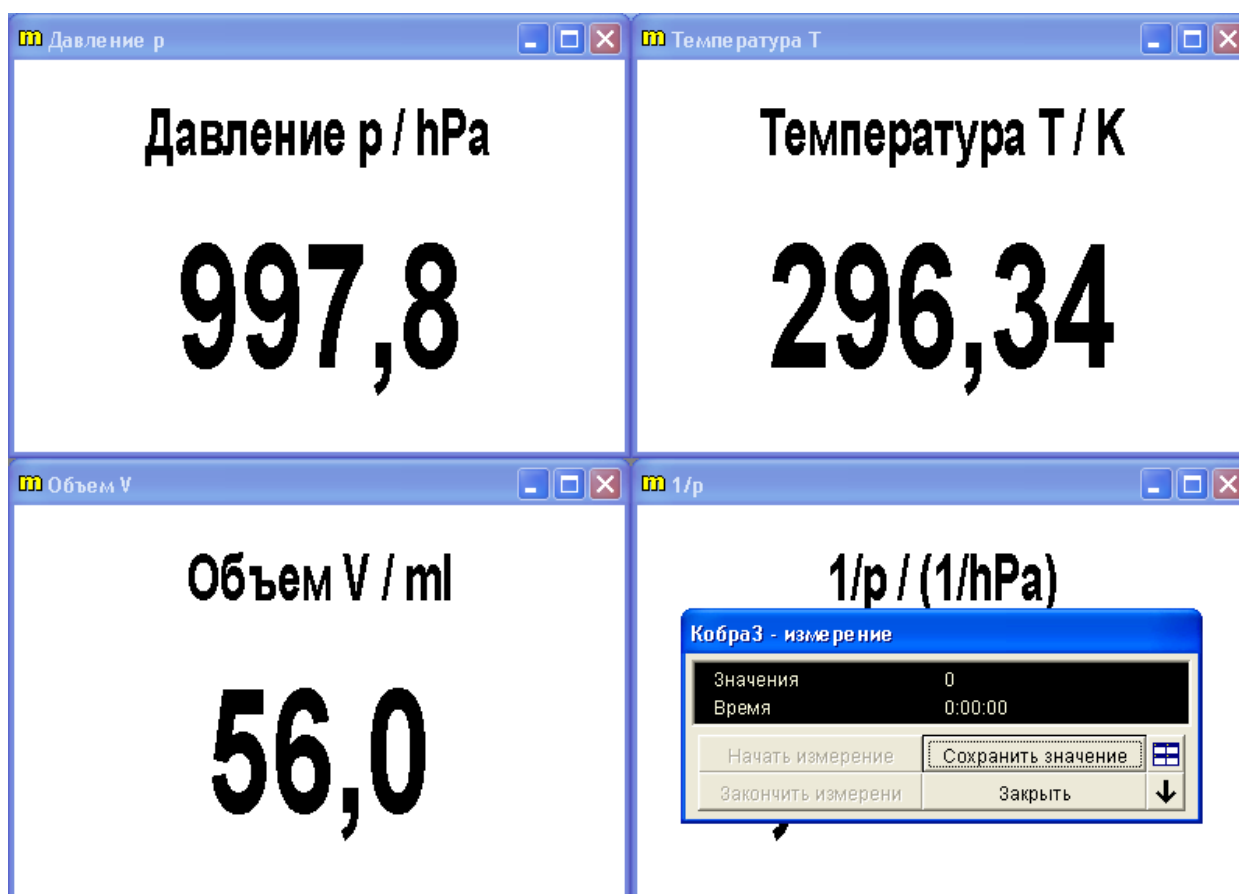


Рис. 5

При нажатии кнопки «Сохранить значение» данные  $p$ ,  $V$  и  $T$  заносятся в память программы. Сразу после сохранения данных при изотермическом

и изобарическом процессах в окне «Объем» появится новое значение объема, увеличенное или уменьшенное на величину приращения (эти параметры были заданы в предыдущем меню). При изотермическом процессе надо выставить это значение объема  $V$ , вращая ручку 4, и провести следующее измерение. При изобарическом процессе следует ручкой 4 выставить новое значение объема, а измерение провести только тогда, когда значение давления станет равным **первоначальному**. При изохорическом процессе **объем остается неизменным**, а проводить измерения **следует через приблизительно равные шаги по температуре (желательно через 1 К)**.

После измерения необходимого количества точек следует нажать кнопку «Заккрыть». На экране появляются графики зависимостей  $p$ ,  $V$ ,  $T$  и выбранной величины от номера измерения. Чтобы увидеть числовые данные, полученные в ходе эксперимента, надо на поле графиков нажать правую кнопку мыши и выбрать пункт «Таблица данных». Появится таблица с экспериментальными значениями, которые надо записать для последующей обработки результатов. Записывать эти данные лучше всего после проведения всех экспериментов. В этом случае на экране будут находиться все пять полученных графиков (по одному в каждом из упражнений и каждый в отдельном окне).

### **3. Выполнение экспериментов**

Предварительно следует выбрать начальное значение объема газа. Для этого в *режиме установки параметров* проверить правильность выбора источников для измерений  $p$  и  $T$  (раздел «Описание программы») и, не выставляя параметров для  $V$ , нажать кнопку «Далее». **Вращением ручки 4 изменить объем до значения 40 мл.** После этого открыть и закрыть клапан сброса давления, находящийся на трубке-переходнике к датчику измерения давления: **давление станет примерно равно атмосферному (около 1000 гПа).** **Записать это значение в тетрадь.** Затем, контролируя измеряемое давление (в окне на экране монитора), вращением ручки 4 изменить объем так, чтобы давление стало при-

мерно на 10 процентов больше атмосферного (**около 1100 гПа**). Значение объема, считываемое по шкале на внутреннем цилиндре (число в окне «Объем» остается при этом неизменным!) **и будет начальным объемом газа.**

После этого, не сохраняя значений, выйти из режима измерений.

### **Внимание!**

1. **При проведении измерений в упражнениях в качестве начальных выбираются значения  $p$ ,  $V$  и  $T$ , равные конечным значениям из предыдущего упражнения.**
2. Порядок регистрации результатов описан в разделе «Описание программы».
3. Порядок обработки результатов и соответствующие задания будут приведены ниже.

### *Упражнение 1*

#### *Изотермический процесс*

В *режиме установки параметров* следует указать установленный на предварительном этапе начальный объем воздуха, приращение объема задается **равным 0,5 мл**, и выбирается пункт «увеличение» для изменения объема. **Записать первоначальные значения всех параметров в тетрадь, а также сохранить эти значения (кнопка “Сохранить значение”).** Измерения начинаются при **начальном давлении ~ 1100 гПа** и комнатной температуре. Увеличивать объем (**вращением ручки 4**) следует до тех пор, пока давление не станет примерно равным атмосферному (**соответствующее значение было получено при подготовке к эксперименту**). **Все измеряемые значения (Объём, Давление) переписываются в рабочую тетрадь.**

### *Упражнение 2*

#### *Изобарический процесс*

**Записать первоначальные значения всех параметров в тетрадь, а также сохранить эти значения (кнопка “Сохранить значение”).** Включить печку 8 тумблером 9. Ручкой 4 выставить новое (**увеличенное на 0,5 мл**) значение объема и ждать, пока по мере нагревания давление не станет **равным**

первоначальному значению. В этот момент произвести измерение. Затем вновь ручкой 4 снова увеличить объем и т.д.

Когда температура повысится на **5-6 К**, печку следует отключить. Измерения заканчиваются, когда температура практически перестанет изменяться.

***Внимание! Во время выполнения работы запрещается отходить от установки при включенной печке!***

***Следите, чтобы максимальное увеличение температуры не превышало 10 К!***

### ***Упражнение 3***

#### ***Изохорический процесс***

Регистрация изохорического процесса происходит при нагревании газа. Записать первоначальные значения всех параметров в тетрадь, а также сохранить эти значения (кнопка “Сохранить значение”). Для начала измерений необходимо включить печку 8 тумблером 9. Измерения проводятся с шагом по температуре, равным примерно **1 К**. Так как печка обладает большой теплоинерционностью, то при повышении температуры на **3 К** ее следует выключить во избежание перегрева установки. Измерения заканчиваются, когда температура практически перестанет изменяться.

***Внимание! Во время выполнения работы запрещается отходить от установки при включенной печке!***

***Следите, чтобы максимальное увеличение температуры не превышало 15 К!***

### ***Упражнение 4***

#### ***Изотермический процесс***

Записать первоначальные значения всех параметров в тетрадь, а также сохранить эти значения (кнопка “Сохранить значение”). Измерения проводятся аналогично описанию в упражнении 1 при уменьшении объема. Уменьшать объем следует до тех пор, пока давление не достигнет значения **~ 1100-1150 гПа**.

***По окончании измерений изменить объем до значения 40 мл и снова открыть/закрыть клапан сброса давления.***

#### 4. Обработка результатов

##### *Измерение изменения энтропии воздуха в изотермическом процессе*

В изотермическом процессе изменение энтропии газа происходит за счет совершения системой работы (внутренняя энергия газа остается неизменной). В этом случае формула (9) для изменения энтропии запишется в следующем виде:

$$\Delta S_i = S_i - S_0 = \frac{\Delta A_i}{T}, \quad (9a)$$

где 
$$\Delta A_i = \int_{V_0}^{V_i} p dV = \sum_0^i p_i \Delta V.$$

По экспериментальным данным построить график зависимости  $p(V)$ , найти графически площадь  $\Delta A$  фигуры, ограниченной данной кривой и начальным  $V_0$  и конечным  $V_i$  значениями объемов. Рассчитать значения изменения энтропии из экспериментальных данных по формуле (9a) и аналитически по формуле (10a), которая при условии  $T_0 = T_1$  преобразуется в:

$$\Delta S_{теор} = \nu \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_i}{V_0} \right). \quad (13)$$

Определить  $\nu$  – количество вещества, которое находится из начальных условий из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p_0 V_0 = \nu R T_0. \quad (1a)$$

Сравнить полученные результаты. Следует также построить график зависимости  $p(V)$ .

##### *Расчет теплоемкости воздуха при постоянном объеме*

Из полученных экспериментальных данных  $p_i$  и  $T_i$ , используя формулу (11a), рассчитать по формуле

$$\Delta S_i = \Delta S(p_i, T_i) = \nu \cdot \left( -R \cdot \ln \frac{p_i}{p_0} + c_p \cdot \ln \frac{T_i}{T_0} \right) \quad (14)$$

изменение энтропии  $\Delta S_i$  для каждого значения  $i$ , при этом величину теплоемкости  $c_p$  считать известной (для двухатомного газа она задана формулой (13)).

Построить график зависимости  $\Delta S_i$  от  $\ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right)$ .

С другой стороны, изменение энтропии  $\Delta S_i$  может быть получено из формулы (10а), которая в случае изохорного процесса будет иметь вид:

$$\Delta S_i = \nu \cdot C_V \cdot \ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right). \quad (15)$$

Из графика, применив метод наименьших квадратов, найти угловой коэффициент, равный  $K_V = \nu \cdot C_V$ , откуда рассчитать значение молярной теплоемкости воздуха при постоянном объеме. Сравнить полученный результат с табличным значением. Следует также построить график зависимости  $p/T(p)$ .

### ***Расчет теплоемкости воздуха при постоянном давлении***

Из полученных данных  $V_i$  и  $T_i$ , используя формулу (10а), рассчитать по формуле

$$\Delta S_i = \Delta S(V_i, T_i) = \nu \cdot \left( R \cdot \ln \frac{V_i}{V_0} + c_V \cdot \ln \frac{T_i}{T_0} \right) \quad (16)$$

изменение энтропии  $\Delta S_i$  для каждого значения  $i$ , при этом теплоемкость  $c_V$  считать известной (для двухатомного газа). Построить график зависимости  $\Delta S_i$  от  $\ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right)$ .

С другой стороны, изменение энтропии может быть получено из формулы (11а), которая в случае изобарного процесса будет иметь вид:

$$\Delta S_i = \nu \cdot C_p \cdot \ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right). \quad (17)$$

Из графика, применив метод наименьших квадратов, найти угловой коэффициент, равный  $K_p = \nu \cdot C_p$ , откуда рассчитать значение молярной теплоем-



кости воздуха при постоянном давлении. Сравнить полученный результат с табличным значением. Следует также построить график зависимости  $V/T(V)$ .

### *Дополнительная обработка результатов эксперимента*

Можно произвести обработку данных эксперимента, не привлекая стороннюю константу  $R$ . При обработке результатов изотермических измерений для каждого  $i$ -го эксперимента нужно рассчитать графически интегральные

суммы  $\Delta A_i = \sum_0^i p_i \Delta V$ , разбив диапазон значений объёма от  $V_0$  до  $V_i$  на равные

интервалы  $\Delta V$ . Далее построить график зависимости  $\Delta S_i = \frac{\Delta A_i}{T}$  от  $\ln\left(\frac{V_i}{V_0}\right)$ .

Наклон этого графика равен  $\nu \cdot R$ , где  $\nu$  – число молей газа. Это позволяет найти значение газовой постоянной  $R$ .

### **Контрольные вопросы**

1. Первое начало термодинамики и уравнение состояния газа как замкнутая система уравнений.
2. Модель идеального газа. Границы её применения. Уравнение состояния идеального газа.
3. Удельная теплоёмкость газа при постоянном объеме и постоянном давлении. Её связь с количеством степеней свободы.
4. Политропический процесс.
5. Изотермический, изобарический, изохорный процессы как частные случаи политропического.
6. Термодинамика газов и статистический подход: модель рассматриваемой системы, ограничения.
7. Энтропия как функция состояния и второе начало термодинамики.
8. Энтропия и статистический подход: микро- и макросостояния системы. Формула Больцмана.

### **Литература**

1. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М., Оникс, 2006. §17-19.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики, т.2. Термодинамика и молекулярная физика. М., Физматлит, 2006. §7, 15, 18, 40.