

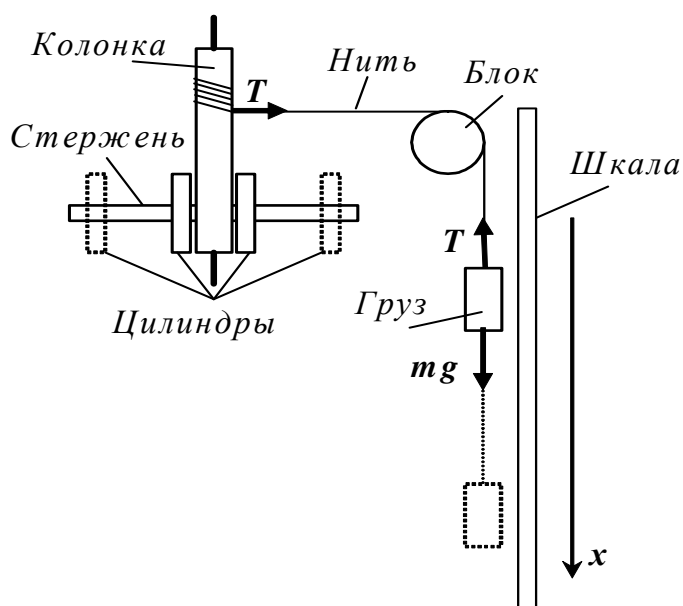


Лабораторный практикум по ФИЗИКЕ

МЕХАНИКА

Задача № 105

ПРОВЕРКА ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ



МОСКВА 2025

Впервые подобная задача описана в пособии «Новые задачи практикума по механике» (издательство Московского университета, 1983). Авторы задачи: Белянкин А.Г., Устинова А.В.

В дальнейшем задача неоднократно модернизировалась, а ее описание представлено во всех последующих изданиях практикума по механике.

Настоящее издание описания переработано (автор Митин И.В.).

Задача №105

Проверка закона сохранения момента количества движения

Цель работы

Проверка закона сохранения момента количества движения (момента импульса) на примере поступательно-вращательного движения системы твердых тел.

Идея эксперимента

Измеряются характеристики вращательного движения тела при быстром изменении его момента инерции, что позволяет проверить закон сохранения момента количества движения (момента импульса).

Теория

Закон сохранения момента количества движения (момента импульса) для системы тел является следствием 2-го и 3-го законов Ньютона в инерциальной системе отсчета. Для системы тел, способной вращаться вокруг некоторой неподвижной оси он заключается в том, что *момент импульса системы тел относительно этой оси остается неизменным, если сумма моментов внешних сил относительно той же оси равна нулю.*

Этот закон можно применять и при наличии момента внешних сил, но при условии, что время действия момента сил мало (импульс момента внешних сил существенно меньше момента импульса системы).

Примером таких «мгновенных» сил являются силы, возникающие при выстрелах, или при «мгновенном» изменении конфигурации системы тел.

Для абсолютно твердого тела момент импульса L относительно неподвижной оси равен

$$L = J \cdot \omega,$$

где J – момент инерции тела относительно той же оси, ω – угловая скорость вращения.

Рассмотрим движение системы тел, у которой в процессе движения может изменяться момент инерции (рис. 1). Цилиндрическая

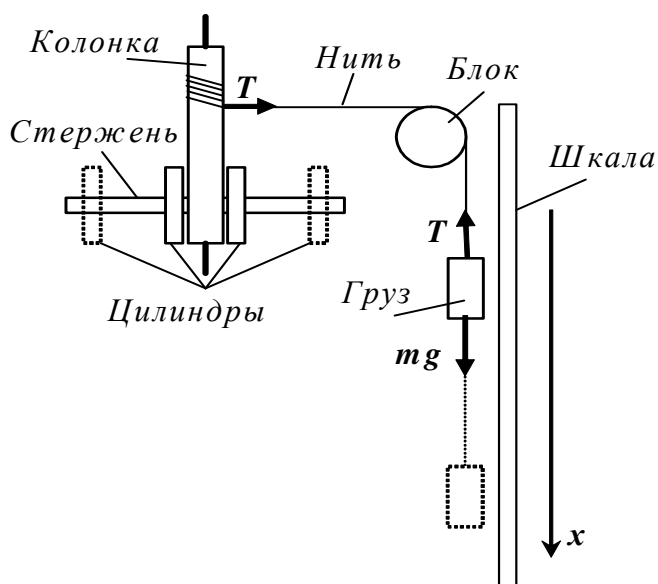


Рис. 1. Схематичное представление механической системы с изменяющимся моментом инерции

колонка может вращаться с малым трением вокруг вертикальной оси. В нижней части колонки находится горизонтально расположенный стержень, по которому могут свободно перемещаться два массивных цилиндра, при этом изменяется момент инерции системы. Для осуществления вращения в верхней части колонки на нее намотана нить, переброшенная через дополнительный блок. На конце нити подвешен груз массой m . В исходном состоянии нить намотана на колонку, груз удерживается в верхнем положении, а цилиндры находятся на минимальном расстоянии от оси вращения.

Процесс движения системы можно разбить на три этапа. После освобождения груз равноускоренно опускается вниз, колонка, имеющая наименьший момент инерции J_1 , вращается с ускорением под действием момента силы натяжения нити. Угловая скорость ω_1 линейно растет (первый этап). В нижнем положении, когда нить полностью размотана, специальный механизм освобождает цилиндры, которые «мгновенно» перемещаются по горизонтальному стержню от оси (на рис. 1 цилиндры показаны штриховой линией). В результате момент инерции колонки увеличивается до J_2 , а угловая скорость «мгновенно» уменьшается до ω_2 (второй этап). После этого колонка, сохраняя направление движения, вращается уже равнозамедленно до остановки, а груз поднимается на высоту, которая меньше, чем первоначальная (третий этап).

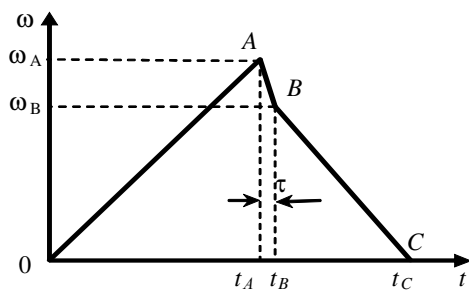


Рис. 2. Зависимость угловой скорости колонки от времени

Изменение угловой скорости вращения системы со временем показано на рис. 2. Все три этапа представлены участками $0A$, AB и BC соответственно. Увеличению момента инерции системы соответствует участок AB . На этом этапе между горизонтальным стержнем и разлетающимися цилиндрами действуют силы, являющиеся внутренними для системы. Продолжительность τ этого этапа

мала, момент внешней силы (натяжения нити) не успевает заметно изменить момент количества движения колонки. Применяя закон сохранения момента импульса на этом этапе, можно записать:

$$J_1 \cdot \omega_A = J_2 \cdot \omega_B, \quad (1)$$

где ω_A и ω_B — угловые скорости вращения колонки в нижнем положении груза на нити непосредственно перед разлетом цилиндров и сразу после разлета соответственно.

Все величины, входящие в (1), могут быть определены в ходе проведения экспериментов, что позволяет проверить применимость закона сохранения момента количества движения.

Момент инерции колонки можно найти из анализа движения системы при опускании и подъеме груза.

Пусть вертикальная ось Ox направлена вниз.

А. Движение вниз.

Запишем уравнения поступательного движения груза (в проекции на ось Ox):

$$ma = mg - T$$

и вращательного движения колонки:

$$J\varepsilon = Tr - M_{тр},$$

где r – радиус колонки; T – сила натяжения нити; $M_{тр}$ – момент силы трения, возникающей при вращении колонки.

Уравнение кинематической связи имеет вид

$$a = \varepsilon r$$

(обратим внимание, что ускорения a и ε положительны).

Исключая из системы T и ε , получим:

$$(J + mr^2) \cdot a_{вниз} = mgr^2 - M_{тр} \cdot r, \quad (2)$$

где $a_{вниз}$ – ускорение при движении груза вниз.

Б. Движение вверх.

В этом случае уравнение поступательного движения груза останется тем же самым:

$$ma = mg - T,$$

а в уравнении вращательного движения колонки момент силы натяжения нити следует записать с противоположным знаком:

$$J\varepsilon = -Tr - M_{тр}.$$

Так как ускорение a по-прежнему положительно, а угловое ускорение ε отрицательно, то уравнение кинематической связи следует записать в виде

$$a = -\varepsilon r.$$

Подставим ε из уравнения кинематической связи в уравнение вращательного движения и изменим знаки

$$J \frac{a}{r} = Tr + M_{тр}$$

Исключая из системы T , получим уравнение:

$$(J + mr^2) \cdot a_{вверх} = mgr^2 + M_{тр} \cdot r. \quad (3)$$

где $a_{вверх}$ – ускорение, с которым груз поднимается вверх.

Будем считать, что момент сил трения $M_{тр}$ одинаков как при движении груза вниз, так и при движении вверх. В этом случае, вычитая из уравнения (3) уравнение (2), имеем:

$$(J + mr^2) \cdot (a_{вверх} - a_{вниз}) = 2M_{тр} \cdot r,$$

или

$$M_{тр} = \frac{(J + mr^2) \cdot (a_{вверх} - a_{вниз})}{2r}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2) или (3), получим:

$$(J + mr^2) \cdot \frac{(a_{\text{вверх}} + a_{\text{вниз}})}{2} = mgr^2.$$

Так как в используемой установке $J \gg mr^2$, то момент инерции колонки равен:

$$J = mgr^2 \frac{2}{a_{\text{вверх}} + a_{\text{вниз}}}. \quad (5)$$

Обратим внимание, что если положить момент силы трения равным нулю, то, как следует из (2) и (3), ускорения $a_{\text{вниз}}$ и $a_{\text{вверх}}$ будут одинаковы, и (5) приводится к виду:

$$J = \frac{mgr^2}{a}. \quad (5a)$$

Таким образом, определив по результатам измерений и последующей обработки ускорения $a_{\text{вниз}}$ и $a_{\text{вверх}}$, можно оценить момент инерции колонки (при фиксированном положении цилиндров на горизонтальном стержне).

Подчеркнем, что (5) справедливо только тогда, когда момент инерции в процессе движения вниз-вверх остается неизменным.

Определение массы цилиндра

Изменение момента инерции системы обусловлено изменением положения двух цилиндров на горизонтальном стержне. Для нахождения массы цилиндров воспользуемся **теоремой Гюйгенса–Штейнера**.

Если момент инерции тела массой m относительно некоторой оси вращения, проходящей через его центр масс, равен J_0 , то относительно любой другой оси, находящейся на расстоянии a от первой и параллельной ей, момент инерции тела равен

$$J = J_0 + ma^2.$$

Если расстояния от оси вращения до центра масс каждого из цилиндров до и после их перемещения равны l_1 и l_2 соответственно, то в соответствии с теоремой Гюйгенса – Штейнера разность моментов инерции системы равна

$$J_2 - J_1 = 2m_0(l_2^2 - l_1^2),$$

где m_0 – масса каждого из цилиндров.

Измеряя расстояния l_1 и l_2 и используя полученные по формуле (5) оценки для моментов инерции J_1 и J_2 , можно оценить массу цилиндра:

$$m_0 = \frac{J_2 - J_1}{2(l_2^2 - l_1^2)}. \quad (6)$$

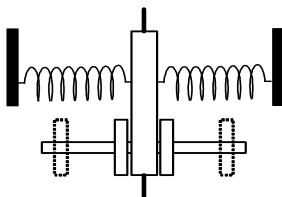


Рис. 3. Устройство крутильного маятника

Крутильные колебания

На колонке имеются специальные гнезда для прикрепления к ней двух пружин (рис. 3). Это позволяет использовать колонку в качестве крутильного

маятника (груз m при этом снимается). Уравнение колебаний такого маятника имеет вид:

$$J \cdot \ddot{\varphi} = -M_{\text{упр}}, \quad (7)$$

где φ - угол поворота колонки из положения равновесия. Момент силы упругости $M_{\text{упр}}$ пропорционален углу поворота:

$$M_{\text{упр}} \sim \varphi.$$

Уравнение (7) - это уравнение колебаний, квадрат частоты ω^2 которых обратно пропорционален моменту инерции:

$$\omega^2 \sim \frac{1}{J}.$$

Следовательно, квадрат периода колебаний маятника T^2 пропорционален моменту инерции:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{J_1}{J_2}, \quad (8)$$

Измерение периодов колебаний позволяет найти отношение моментов инерции колонки при различных положениях цилиндров на горизонтальном стержне.

Экспериментальная установка.

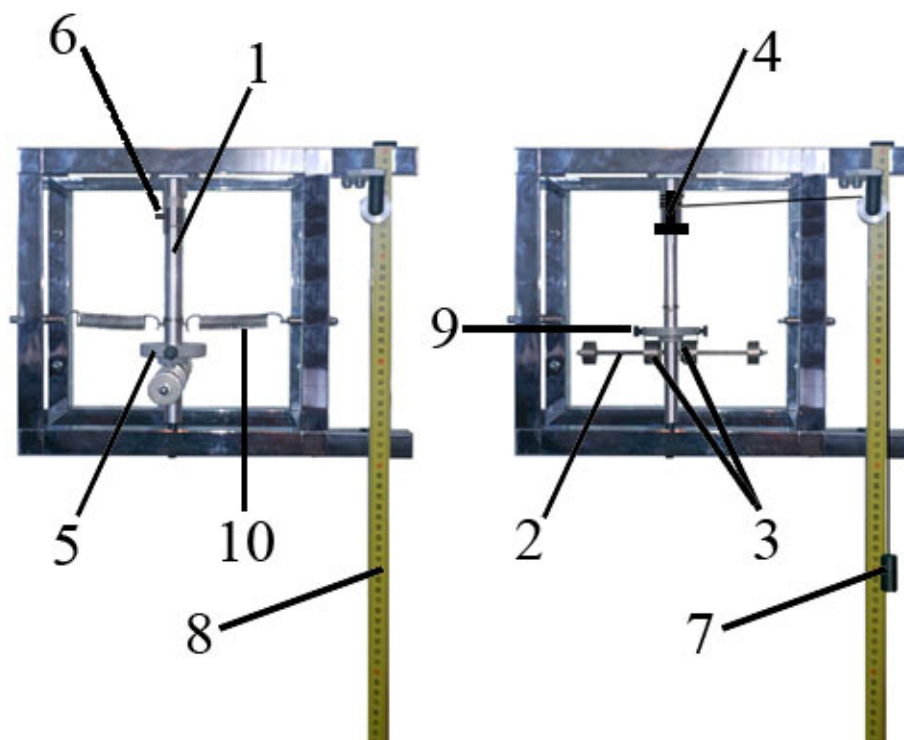


Рис. 4. Схема экспериментальной установки

Схема установки показана на рис. 4. Колонка 1 с закрепленным на ней горизонтальным стержнем 2 может вращаться в подшипниках вокруг вертикальной оси. По стержню могут скользить два цилиндра 3 одинаковой массы. По колонке может перемещаться кольцо с пластиной 4, соединенное

с цилиндрами 3 нитями, пропущенными через отверстия в диске 5. Если подвесить пластинку в верхнем положении на фиксаторе 6, то цилиндры 3 зафиксируются в положении, наиболее близком к оси. Фиксатор 6 изготовлен в виде стерженька, вставленного в отверстие в колонке. На один конец стерженька надевается пластинка 4, к другому его концу прикреплена переброшенная через блок нить с грузом 7 массы m на конце. Нить навивают виток к витку на колонку, охватывая закрепленную на фиксаторе пластинку.

Опускаясь, груз приводит колонку во вращение. В момент, когда груз оказывается в нижнем положении, полностью раскрученная нить смещает стерженек 6, кольцо 4 падает на диск 5, при этом цилиндры 3 освобождаются. Малая сила трения покоя между цилиндрами 3 и стержнем 2 не может удерживать цилиндры, и они под действием центробежной силы (в неинерциальной системе отсчета, связанной со стержнем) очень быстро (мгновенно) перемещаются к концам стержня. Это увеличивает момент инерции системы и, в соответствии с законом сохранения момента количества движения, уменьшает ее угловую скорость.

После этого нить начинает наматываться на колонку 1, груз 7 поднимается вверх, не доходя, однако, до своего первоначального положения из-за потерь энергии. Эти потери обусловлены превращением механической энергии в тепловую при неупругом ударе цилиндров об упоры, наличием сил трения при движении системы и др. По шкале 8 измеряются координаты груза при его опускании и подъеме.

При проведении измерений с неизменным моментом инерции кольцо с пластинкой 4 не используется. Для закрепления цилиндров у оси колонки (момент инерции J_1) на диске 5 имеются специальные крепления 9. При измерении с максимальным моментом инерции J_2 цилиндры раздвигают по стержню до упора.

Систему также можно превратить в крутильный маятник. Для этого используются две пружины 10, груз 7 при этом снимают. Один конец пружины закрепляется на колонке, другой - на неподвижной раме. Поворот колонки на небольшой угол приводит к деформации пружин, в результате чего появляется момент сил, пропорциональный углу отклонения, и возникают колебания.

Компьютерная система регистрации.

В настоящей установке для фиксации результатов измерений применяется компьютерная система регистрации с использованием фотоэлектрического датчика (на рис. 4 не показан). Датчик представляет собой «световые ворота», состоящие из размещенных напротив друг друга источника и приемника света. Он срабатывает в момент, когда какой-либо предмет последовательно сначала перекрывает световой луч «ворот», а затем вновь их открывает. Система регистрации фиксирует время срабатывания «световых ворот».

На оси колонки в верхней части закреплено небольшое колесо с 15 «спицами». При движении груза вниз или вверх колонка вращается, и спицы

колеса закрывают и открывают «световые ворота». Зная радиус колонки и число «спиц», можно по углу поворота рассчитать изменение положения груза.

При запуске программы на мониторе компьютера появляется рабочее поле (рис. 5) для отображения графика зависимости пути, пройденного грузом 7, от времени. В процессе измерений колонка может вращаться в ту или иную сторону, но используемые «световые ворота» не позволяют определять направление вращения. Поэтому на графике показывается именно путь s , пройденный грузом 7, а не его координата.

В верхней части экрана расположены кнопки управления работой установки.

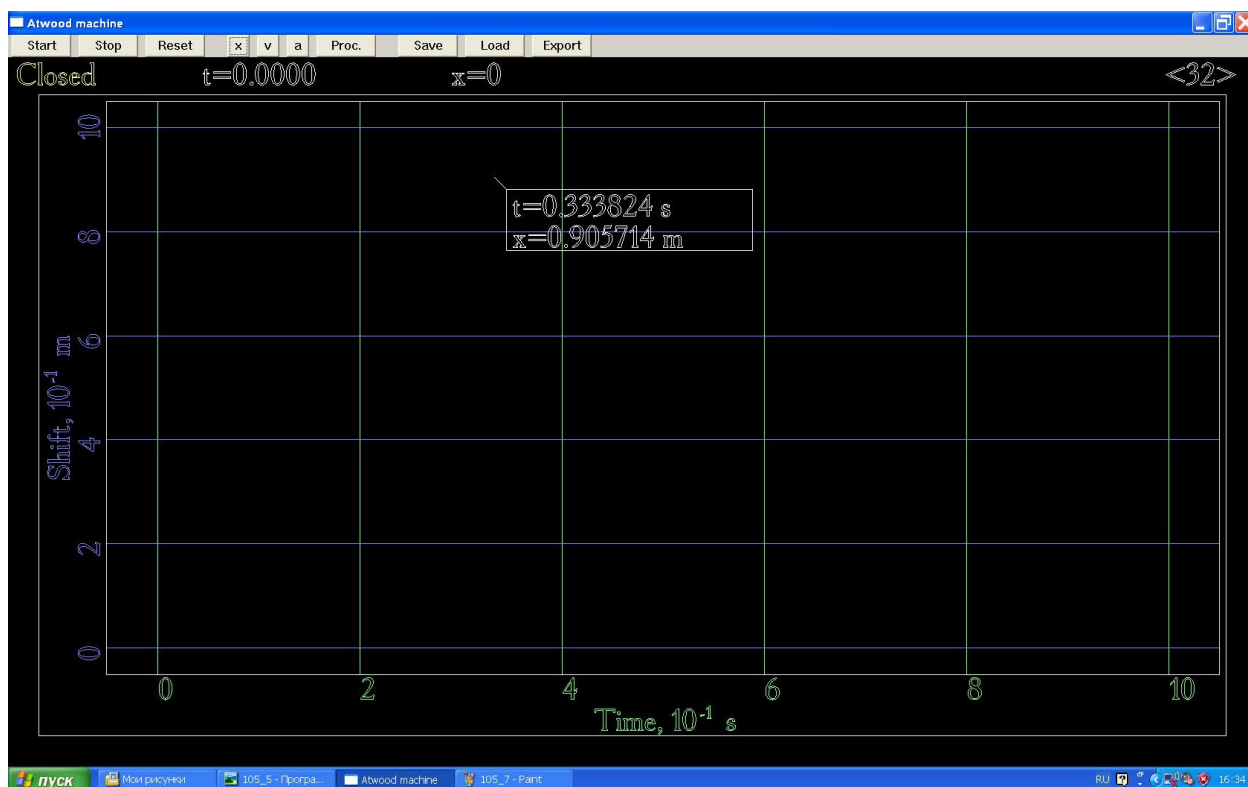


Рис. 5. Рабочее окно программы.

Start – начинается отсчет времени; при срабатывании фотодатчика на экране появляется соответствующая экспериментальная точка.

Stop – прекращается фиксация результатов измерений.

Reset – очистка экрана.

X, V, A – в зависимости от выбора кнопки на экране показывается график пройденного телом пути (**X**), модуля скорости тела (**V**) или ускорения тела (**A**). Значения скорости и ускорения рассчитываются по экспериментальным точкам, поэтому из-за погрешностей эксперимента могут быть некорректными.

Proc. – запуск программы обработки результатов эксперимента. При нажатии и удержании левой кнопки мыши выделяется область данных для последующей обработки. При отпускании кнопки мыши программа

аппроксимирует **методом наименьших квадратов** (МНК) выделенную область параболической зависимостью вида

$$y = At^2 + Bt + C.$$

В нижней части экрана появляются значения коэффициентов A , B и C без указания размерности.

Если на экране представлен график скорости от времени (нажата кнопка **V**), то точки в выделенной области аппроксимируются линейной зависимостью

$$v = At + B.$$

В данном случае коэффициент A равен ускорению груза на соответствующем участке.

Кнопки **Save**, **Load** и **Export** в настоящей работе не используются.

Эксперимент.

В работе проводятся измерения для трех различных движений:

- 1) с неизменяющимся малым моментом инерции J_1 колонки (цилиндры расположены максимально близко к оси);
- 2) с неизменяющимся большим моментом инерции J_2 колонки (цилиндры расположены максимально далеко от оси);
- 3) с изменяющимся в процессе движения моментом инерции J_1 колонки (опускание с J_1 , подъем с J_2).

Измерения

1. Измерьте штангенциркулем диаметр колонки и взвесьте груз. Значения радиуса колонки r и массы груза m запишите в Таблицу 1.
2. Определите по шкале 8 координату $x_{\text{низ}}$ груза в нижнем положении при полном разматывании нити.
3. Зафиксируйте цилиндры 3 креплением 9 на максимально близком расстоянии от оси (момент инерции J_1). Измерьте расстояние l_1 от оси вращения до центра масс цилиндра¹. Аккуратно накрутите нить на колонку до тех пор, пока координата груза не станет равной некоторой произвольной величине $x_{\text{верх}}$. Эта координата будет одной и той же для всех последующих экспериментов. Координаты $x_{\text{низ}}$ и $x_{\text{верх}}$ груза и l_1 запишите в Таблицу 1.

Таблица 1. Параметры установки.

$r \pm \text{погр. (м)}$	$m \pm \text{погр. (г)}$	$x_{\text{низ}} \pm \text{погр. (м)}$	$x_{\text{верх}} \pm \text{погр. (м)}$	$l_1 \pm \text{погр. (м)}$	$l_2 \pm \text{погр. (м)}$

¹ Продумайте самостоятельно, как определить положение центра масс цилиндра и соответствующее расстояние. Укажите это в отчете.

4. Запустите рабочую программу. Нажмите кнопку **Start** и освободите колонку. Груз начнет опускаться вниз, раскручивая колонку. На экране монитора появляется график зависимости пройденного грузом пути $s(t)$ от времени. Дойдя до нижней точки, груз начнет подниматься вверх, но путь, пройденный грузом, по-прежнему увеличивается. Колонка будет вращаться замедленно и в какой-то момент остановится, при этом груз окажется на высоте, которая вследствие потерь энергии будет меньше начальной.

Затем груз начнет движение вниз и т.д. Измерения продолжают в течение 3-4 циклов «спуск-подъем». В программе предусмотрено ограничение по количеству измеряемых точек, после чего фиксация прекращается. На рис. 6 показан примерный вид графика $s(t)$ на экране.

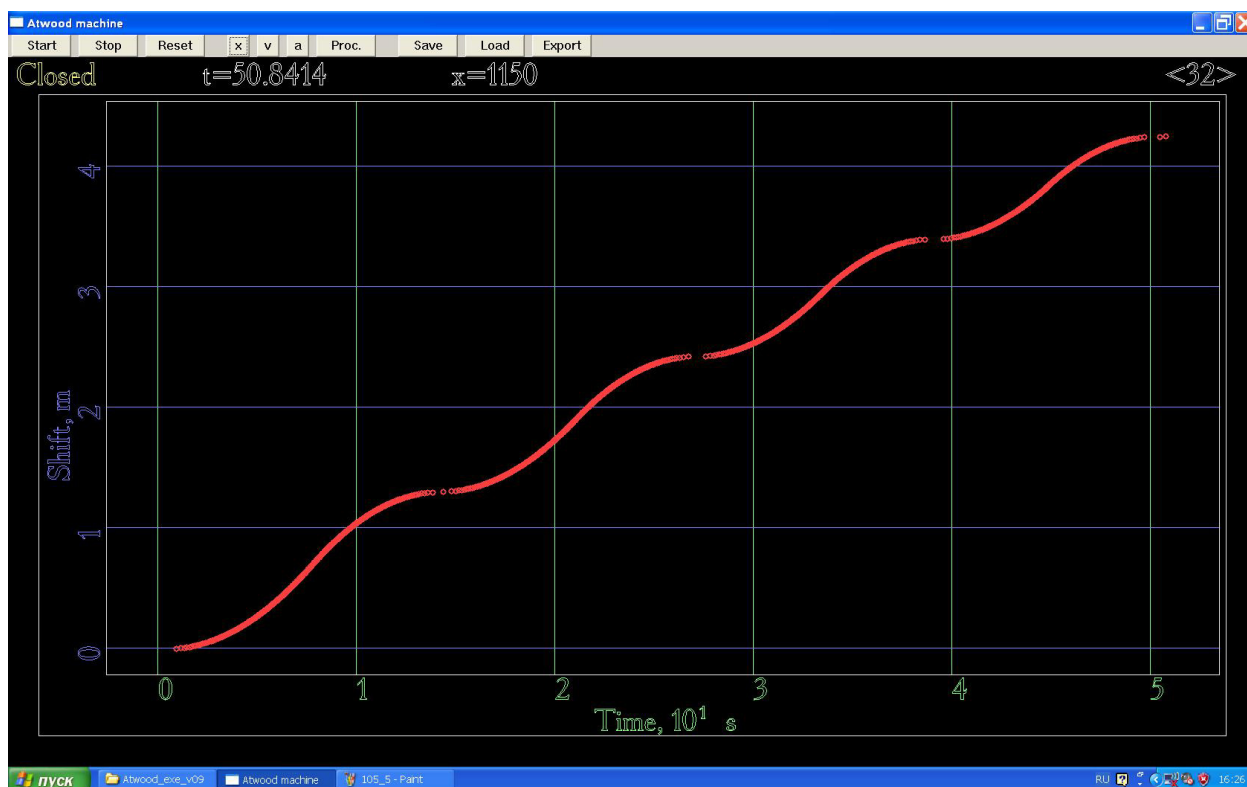


Рис. 6. График пути, пройденного грузом, от времени.

5. Нажав на кнопку **V**, получите график модуля скорости $v(t)$ от времени (примерный вид графика показан на рис. 7). Если полученные в эксперименте графики соответствуют указанным на рис. 6-7, приступайте к обработке данных.

6. Для каждого экстремального положения груза (в верхней или нижней точках) необходимо найти момент времени, координату и скорость груза, а также рассчитать ускорение груза на этапе спуска или подъема. Для этого на графике $v(t)$ наведите курсор мыши на какой-либо экстремум, при этом в дополнительном окне появятся соответствующие ему значения времени и скорости. Для повышения точности наведения можно увеличить масштаб, вращая колесико мышки.

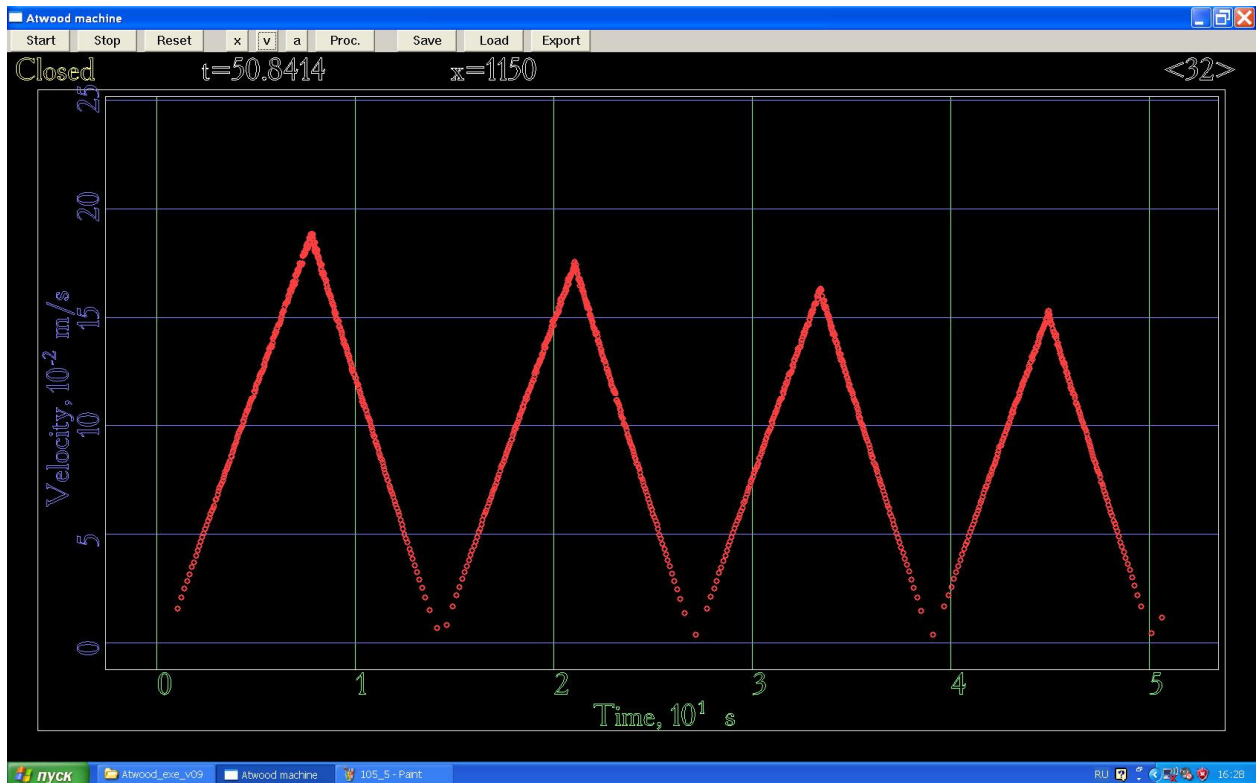


Рис. 7. График модуля скорости от времени при неизменном моменте инерции.

Аналогично поступают и с графиком $s(t)$, на котором четко видны моменты времени, когда груз находится в верхней точке. Но для определения $s(t)$ в нижних точках следует воспользоваться результатами измерений моментов времени t , когда груз имел максимальную скорость (найлены по графику $v(t)$). При определении характеристик с помощью курсора мыши следует иметь в виду, что в качестве оценки погрешности берется субъективная погрешность, связанная с неточностью определения соответствующей координаты.

По результатам таких измерений заполните Табл. 2, в которой строчка «1верх» соответствует начальному положению тела в верхней точке, строчка «1низ» – положению в нижней точке, когда тело имеет максимальную скорость, и т.д. Напомним, что точки на графике $s(t)$ соответствуют пройденному грузом пути, а не его координатам. Поэтому для расчета высоты подъема h груза в верхних точках следует провести дополнительные вычисления.

Будем считать, что во всех нижних точках высота подъема груза равна нулю

$$h(1\text{низ}) = h(2\text{низ}) = h(3\text{низ}) = h(4\text{низ}) = 0.$$

Тогда в начальной точке высота $h(1\text{верх})$ находится как разность

$$h(1\text{верх}) = s(1\text{низ}) - s(1\text{верх}).$$

Эта величина должна быть примерно равна разности ранее определенных значений

$$h(1\text{верх}) = x_{\text{верх}} - x_{\text{низ}}.$$

Высоту в точке $h(2\text{верх})$ можно найти двумя способами:

$$h(2\text{верх}) = s(2\text{верх}) - s(1\text{низ}) = s(2\text{низ}) - s(2\text{верх}),$$

оба значения с учетом погрешностей должны быть примерно одинаковыми.

Аналогичные расчеты делаются и для других точек максимумов, данные заносятся в соответствующий столбец в Табл.2.

Для всех величин находится оценка погрешности измерения.

Таблица 2.Результаты измерений.

	J_1					J_2				
	$t(c)$	$s(m)$	$v(m/c)$	$h(m)$	$W(Дж)$	$t(c)$	$s(m)$	$v(m/c)$	$h(m)$	$W(Дж)$
1верх			0					0		
1низ				0					0	
2верх			0					0		
2низ				0					0	
3верх			0					0		
3низ				0					0	
4верх			0					0		
4низ				0					0	

7. Далее приступают к нахождению ускорения груза при движении как вниз, так и вверх. Для этого, нажав на кнопку **V**, а затем на кнопку **Pros**, выделите с помощью мышки один из участков равноускоренного движения (вниз) и по результатам аппроксимации определите ускорение $a_{вниз}$. Повторите те же действия для остальных участков движения груза вниз.

Так же найдите и ускорения $a_{вверх}$ при движении груза вверх. Результаты запишите в Табл.3.

Таблица 3.Результаты измерения ускорений.

		1	2	3	4	среднее	Погр.
J_1	$a_{вниз} (м/с^2)$						
	$a_{вверх} (м/с^2)$						
J_2	$a_{вниз} (м/с^2)$						
	$a_{вверх} (м/с^2)$						

8. Раздвиньте цилиндры на максимальное расстояние (момент инерции J_2). Измерьте расстояние l_2 от оси вращения до центра масс цилиндра. Проведите измерения в соответствии с пунктами 4-7. Результаты измерений запишите в соответствующие ячейки таблиц 1-3.

9. Проведите также измерения в случае, когда в нижней точке происходит перемещение цилиндров и изменяется момент инерции. Для этого намотайте нить на колонку, как указано в описании экспериментальной установки. В случае корректной намотки при прохождении грузом нижней точки цилиндры по стержню должны быстро сместиться к его концам.

Получившийся в результате измерений график $s(t)$ будет визуально похож на аналогичные графики при неизменном моменте инерции (см. рис. 4). Однако график $v(t)$ будет существенно отличаться, его примерный вид показан на рис. 8. Время, за которое происходит изменение момента инерции, должно быть очень малым, на графике это всего несколько точек. Если полученный в эксперименте график будет существенно отличаться от приведенного на рис. 8, следует провести эксперимент повторно.

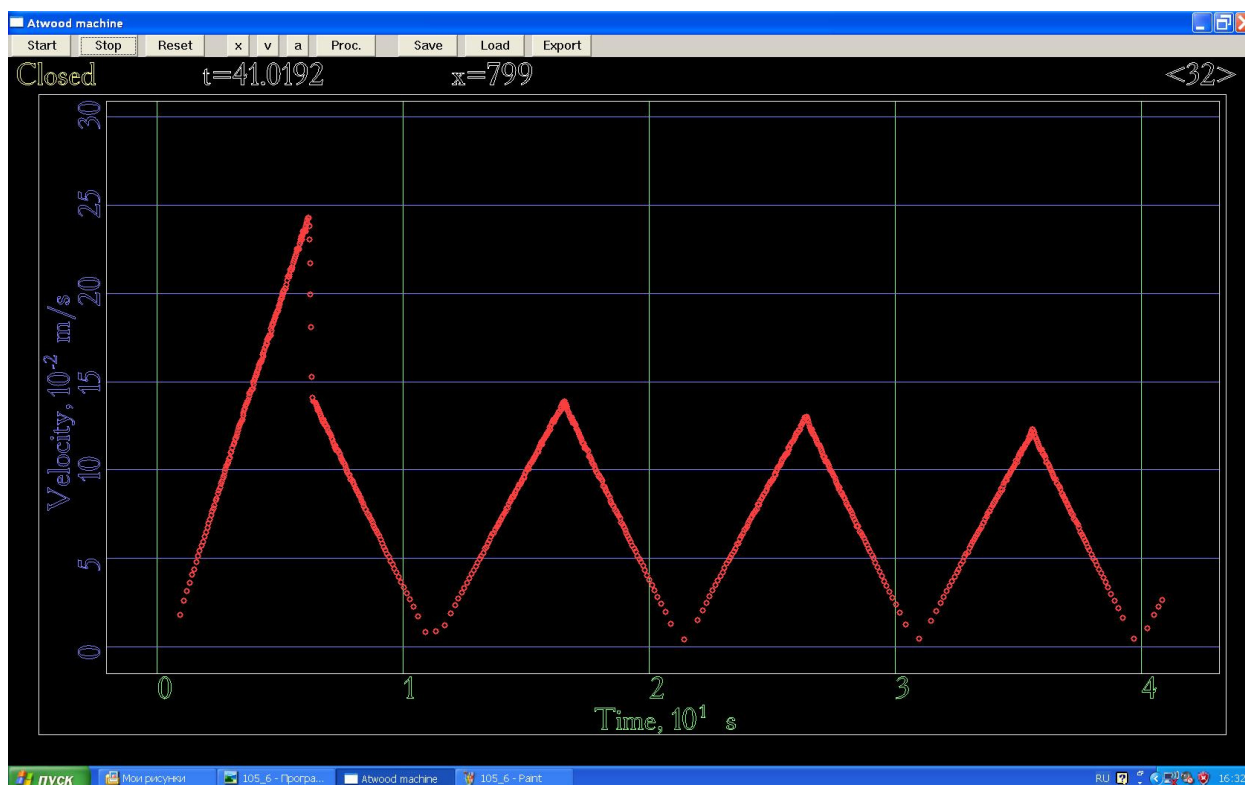


Рис. 8. График модуля скорости от времени при изменяющемся моменте инерции.

10. По графику $v(t)$ определите момент времени t_1 , непосредственно предшествующий изменению момента инерции (груз находится в нижней точке) и момент времени t_2 , сразу после изменения момента инерции (груз по-прежнему находится в нижней точке). Для данных моментов времени найдите значения скоростей $v_{\text{до}}(t_1)$ и $v_{\text{после}}(t_2)$. Результаты запишите в Табл. 4.

Повторите данные измерения п.п. 9-10 не менее 3 раз.

Таблица 4. Результаты измерений при изменении момента инерции.

t_1 (с)	t_2 (с)	$(t_2 - t_1)$ (с)	$v_{\text{до}}$ (м/с)	$v_{\text{после}}$ (м/с)	$\omega_{\text{до}}$ (1/с)	$\omega_{\text{после}}$ (1/с)
Среднее $\pm$ погр						

11. По графику скорости найдите ускорения груза при движении вниз (с моментом инерции J_1) и вверх (с моментом инерции J_2). Сравните с результатами, полученными ранее.

12. Определите периоды колебаний T_1 и T_2 крутильного маятника. Для этого снимите груз и, прикрепив две пружины, создайте колебательную систему (см. описание установки). Измерьте времена t_{N1} и t_{N2} , за которое система с моментами инерции J_1 и J_2 совершает N колебаний ($N \approx 5-7$). Измерения повторите 3-5 раз, результаты запишите в Табл.5.

Таблица 5. Результаты измерения колебаний.

	t_N (с)			$\langle t_N \rangle$ (с)	N	T (с)	σ_T (с)
	1	2	3				
J_1							
J_2							

Обработка результатов.

1. По результатам измерения ускорений (Табл. 3) рассчитайте среднее значение каждого из ускорений, считая их результатами независимых прямых измерений, и оцените случайную погрешность по формулам

$$\bar{a} = \frac{\sum a_i}{N}; \quad S_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{\sum (a_i - \bar{a})^2}{N(N-1)}}.$$

В соответствии с описанной выше моделью эти ускорения должны несколько отличаться друг от друга. Проверьте это.

2. По формуле

$$J = mgr^2 \frac{2}{a_{\text{вверх}} + a_{\text{вниз}}}. \quad (5)$$

получите оценку для моментов инерции J_1 и J_2 .

Для оценки погрешности моментов инерции действуйте следующим образом. Сначала оцените погрешность среднего значения ускорения

$$a_{cp} = \frac{a_{\text{вверх}} + a_{\text{вниз}}}{2}$$

по формуле

$$S_{a_{cp}} = \frac{\sqrt{S_{a_{\text{вверх}}}^2 + S_{a_{\text{вниз}}}^2}}{2}.$$

Записав (5) в виде

$$J = \frac{mgr^2}{a_{cp}}. \quad (5a)$$

для оценки погрешности косвенно измеряемой величины J воспользуйтесь формулой

$$\frac{S_J}{J} = \sqrt{\left(\frac{S_m}{m}\right)^2 + \left(2\frac{S_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{S_{a_{cp}}}{a_{cp}}\right)^2}.$$

Результаты запишите в Табл. 6.

Таблица 6. Результаты обработки .

$J_1 \pm \text{погр.}$ (кг·м ²)	$J_2 \pm \text{погр.}$ (кг·м ²)	$J_1 \omega_{\text{до}} \pm \text{погр.}$ (кг·м ² /с)	$J_2 \omega_{\text{после}} \pm \text{погр.}$ (кг·м ² /с)	$m_0 \pm \text{погр.}$ (кг)	$a_{\text{удар}} \pm \text{погр.}$ (м/с ²)	$W_{\text{до}} - W_{\text{после}}$ (Дж)

3. Для измерений с изменяющимся моментом инерции (Табл. 4) рассчитайте среднее значения времени изменения ($t_2 - t_1$) и скоростей $v_{\text{до}}(t_1)$ и $v_{\text{после}}(t_2)$. Оцените погрешность. В соответствии с уравнением кинематической связи

$$v = \omega r,$$

где r – радиус колонки, на которую намотана нить, определите угловые скорости колонки $\omega_{\text{до}}(t_1)$ и $\omega_{\text{после}}(t_2)$ и оцените погрешность. Результаты запишите в Табл. 4.

4. Рассчитайте произведения $J_1 \omega_{\text{до}}$ и $J_2 \omega_{\text{после}}$ и оцените погрешность.

5. По данным Табл.2 для обеих конфигураций системы рассчитайте механическую энергию W в каждом экстремальном положении груза (в верхней или нижней точках). В верхних точках энергия равна потенциальной энергии груза

$$W_{\text{верх}} = mgh,$$

а в нижних – сумме кинетической энергии вращающейся колонки

$$W_{\text{кин_кол}} = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{mgr^2}{a_{\text{ср}}} \frac{\left(\frac{v}{r}\right)^2}{2} = mg \frac{v^2}{2a_{\text{ср}}} = \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{g}{a_{\text{ср}}}$$

и кинетической энергии груза

$$W_{\text{кин_груз}} = \frac{mv^2}{2}.$$

Сравните $W_{\text{кин_кол}}$ и $W_{\text{кин_груз}}$ и сделайте вывод.

Результаты расчета энергии запишите в Табл. 2.

Постройте графики зависимости механической энергии системы от номера экстремального положения. Объясните полученную зависимость.

6. Рассчитайте по формуле

$$m_0 = \frac{J_2 - J_1}{2(l_2^2 - l_1^2)} \quad (6)$$

массу цилиндра на горизонтальном стержне и оцените погрешность.

Результаты запишите в Табл. 6.

7. Получите оценку ускорения груза $a_{\text{удар}}$ в момент удара. За время удара, равное $(t_2 - t_1)$, проекция скорости груза на вертикальную ось изменяется на $(v_{\text{до}}(t_1) + v_{\text{после}}(t_2))$, т.к. груз двигался сначала вниз, а потом вверх. Ускорение груза равно отношению этих величин

$$a_{\text{удар}} = \frac{v_{\text{до}} + v_{\text{после}}}{t_2 - t_1}.$$

Оцените погрешность ускорения груза $a_{\text{удар}}$. Результаты запишите в Табл. 6, сравните с ускорением свободного падения g .

8. Проведите сравнение полученных в эксперименте значений моментов количества движения системы тел при двух различных конфигурациях. Для этого на оси $J\omega$ (рис. 9) отметьте полученные оценки $J_1\omega_{\text{до}}$ и $J_2\omega_{\text{после}}$ и оценки погрешностей. По наличию или отсутствию пересечения соответствующих интервалов сделайте вывод о справедливости закона сохранения в данном эксперименте.

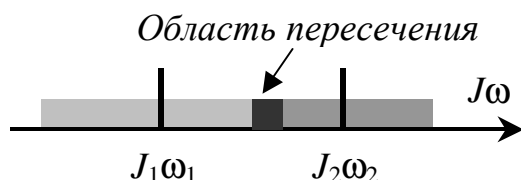


Рис. 9. Графическое представление результатов сравнения (п. 8)

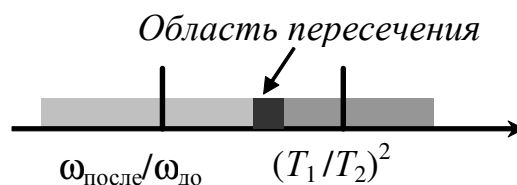


Рис. 10. Графическое представление результатов сравнения (п. 10)

9. Проведите сравнение полученных в эксперименте значений механической энергии системы тел при двух различных конфигурациях – до и после разлета цилиндров. Груз находится в нижнем положении, поэтому энергия системы равна кинетической энергии вращающейся колонки

$$W_{\text{до}} = \frac{J_1\omega_{\text{до}}^2}{2}; \quad W_{\text{после}} = \frac{J_2\omega_{\text{после}}^2}{2}.$$

Результаты запишите в Табл. 6.

Сравните изменение механической энергии на данном этапе с ее изменениями при движении с неизменным моментом инерции (п. 5). Дайте объяснение.

10. Проверьте закон сохранения момента импульса по результатам анализа крутильных колебаний. Для этого вычислите отношения $\frac{\omega_{\text{после}}}{\omega_{\text{до}}}$ и

$\frac{J_1}{J_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$ и оцените погрешности. На числовой оси (рис. 10) отметьте

полученные оценки указанных величин и погрешности. По наличию или отсутствию пересечения областей сделайте вывод о применимости закона сохранения в данном эксперименте.

Основные итоги работы.

В результате выполнения работы:

- должны быть экспериментально определены моменты количества движения системы тел при двух ее конфигурациях в случаях ускоренного и колебательного движений. Сделаны выводы о применимости закона сохранения момента количества движения.

- проведено сравнение ускорений груза при его движении в различных условиях эксперимента. Дано соответствующее объяснение.
- определена масса цилиндров на горизонтальной оси колонки. Проведено сравнение с табличным значением.

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1. Механика. Глава V, §30. М., Физматлит, 2005.
2. Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А. Механика. Лекция 13. М., Изд. Центр «Академия», 2004.

Контрольные вопросы и задания

1. Как формулируется закон сохранения момента количества движения относительно неподвижной оси?
2. При каких условиях закон сохранения момента количества движения относительно неподвижной оси применим и при наличии момента внешних сил?
3. Получите уравнение (4) для нахождения момента силы трения.
4. Как соотносятся ускорения груза при движении вниз и вверх при неизменном моменте инерции в случае наличия и отсутствия момента силы трения?
5. Как зависит ускорение груза при движении вверх (и вниз) от момента инерции системы?
6. Каким способом можно найти массу цилиндров, расположенных на горизонтальном стержне?
7. Докажите, что за малое время перемещения цилиндров по горизонтальному стержню (изменения момента инерции колонки) момент внешней силы (натяжения нити) не успевает заметно изменить момент количества движения колонки.

Таблица 1. Параметры установки.

$r \pm \text{погр.}$ (мм)	$m \pm \text{погр.}$ (г)	$x_{\text{низ}} \pm \text{погр.}$ (м)	$x_{\text{верх}} \pm \text{погр.}$ (м)	$l_1 \pm \text{погр.}$ (мм)	$l_2 \pm \text{погр.}$ (мм)

Таблица 2. Результаты измерений.

	J_1					J_2				
	$t(\text{с})$	$s(\text{м})$	$v(\text{м/с})$	$h(\text{м})$	$W(\text{Дж})$	$t(\text{с})$	$s(\text{м})$	$v(\text{м/с})$	$h(\text{м})$	$W(\text{Дж})$
1верх			0					0		
1низ				0					0	
2верх			0					0		
2низ				0					0	
3верх			0					0		
3низ				0					0	
4верх			0					0		
4низ				0					0	

Таблица 3. Результаты измерения ускорений.

		1	2	3	4	среднее	Погр.
J_1	$a_{\text{низ}} (\text{м/с}^2)$						
	$a_{\text{верх}} (\text{м/с}^2)$						
J_2	$a_{\text{низ}} (\text{м/с}^2)$						
	$a_{\text{верх}} (\text{м/с}^2)$						

Таблица 4. Результаты измерений при изменении момента инерции.

$t_1(\text{с})$	$t_2(\text{с})$	$(t_2 - t_1)(\text{с})$	$v_{\text{до}} (\text{м/с})$	$v_{\text{после}} (\text{м/с})$	$\omega_{\text{до}} (1/\text{с})$	$\omega_{\text{после}} (1/\text{с})$
Среднее $\pm$ погр						

Таблица 5. Результаты измерения колебаний.

	$t_N(\text{с})$			$\langle t_N \rangle (\text{с})$	N	$T(\text{с})$	$\sigma_T(\text{с})$
	1	2	3				
J_1							
J_2							

Таблица 6. Результаты обработки.

$J_1 \pm \text{погр.}$ (кг·м ²)	$J_2 \pm \text{погр.}$ (кг·м ²)	$J_1 \omega_{\text{до}} \pm \text{погр.}$ (кг·м ² /с)	$J_2 \omega_{\text{после}} \pm \text{погр.}$ (кг·м ² /с)	$m_0 \pm \text{погр.}$ (кг)	$a_{\text{удар}} \pm \text{погр.}$ (м/с ²)	$W_{\text{до}} - W_{\text{после}}$ (Дж)