

## ЗАДАЧА 3.1



## **ВВЕДЕНИЕ**

**Потоком вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$  (магнитным потоком)** через малую поверхность площадью  $dS$  называется скалярная физическая величина, равная

$$d\Phi_B = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S}) = B_n dS = B \cos \alpha dS.$$

Здесь  $d\mathbf{S} = \mathbf{n} dS$ ,  $\mathbf{n}$  - единичный вектор нормали к площадке площадью  $dS$ ,  $B_n$  - проекция вектора  $\mathbf{B}$  на направление нормали,  $\alpha$  - угол между векторами  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{n}$ .

Магнитный поток  $\Phi_B$  через произвольную замкнутую поверхность  $S$  равен

$$\Phi_B = \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S}) = \int_S B_n dS.$$

**Электромагнитная индукция** - явление возникновения тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего его.

**Закон электромагнитной индукции Фарадея** устанавливает динамическую связь магнитных явлений с электрическими.

**Интегральная форма закона электромагнитной индукции:**

ЭДС электромагнитной индукции  $\mathcal{E}$  в произвольном контуре  $L$  пропорциональна скорости изменения магнитного потока  $\Phi$  через произвольную поверхность  $S$ , опирающую на этот контур:

$$\mathcal{E} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (3.1)$$

Знак «-» в формуле позволяет учесть направление индукционного тока, которое определяется правилом Ленца.

**Правило Ленца:** индукционный ток, возбуждаемый в замкнутом контуре при изменении магнитного потока, всегда направлен так, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.

## Дифференциальная форма закона электромагнитной индукции

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_{\text{вихр}} = - \frac{\nabla \mathbf{B}}{\nabla t}.$$

### Лабораторная работа 3.1 ЭДС ИНДУКЦИИ В КАТУШКЕ

#### Цель работы

*Изучение явления электромагнитной индукции Фарадея.*

#### Идея эксперимента

Используется длинный соленоид и короткая цилиндрическая катушка, помещенная внутрь него. По обмотке соленоида протекает переменный ток, сила которого изменяется с постоянной скоростью, а на внутренней катушке измеряется напряжение, наведенное электромагнитной индукцией.

#### Теория

Когда поток вектора магнитной индукции через площадь замкнутого проводящего контура изменяется, в нем возникает ЭДС электромагнитной индукции в соответствии с законом Фарадея и течет индукционный ток в соответствии с законом Ома.

Пусть однородное магнитное поле с модулем индукции  $B$  создается длинным соленоидом  $K_1$  (длина  $L$ ) с числом витков  $N_1$  (рис. 3.1). Внутри соленоида находится короткая ( $l \ll L$ ,  $l$  - длина катушка)

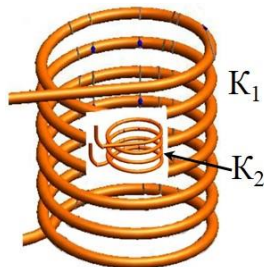


Рис. 3.1. Расположение измерительной катушки  $K_2$  в длинном соленоиде  $K_1$ .

измерительная катушка  $K_2$ , содержащая  $N_2$  витков одинаковой площади  $S$ . Магнитное поле соленоида пронизывает витки катушки  $K_2$  нормально их плоскости, поэтому величину потока магнитной индукции через катушку  $K_2$  можно записать как

$$\Phi = BSN_2$$

Величина индукции магнитного поля в центральной части длинного соленоида равна

$$B = \frac{\mu_0 IN_1}{L},$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная,  $I$  – ток соленоида. При изменении тока соленоида со скоростью  $\frac{dI}{dt}$  создается переменное во времени магнитное поле с модулем индукции

$$B_{\sim} = \frac{dI}{dt} \frac{\mu_0 N_1}{L}$$

а в малой катушке возникает переменная ЭДС

$$E = - \frac{dI}{dt} \frac{\mu_0 N_1}{L} SN_2. \quad (3.2)$$

В работе исследуется ЭДС, индуцируемая в катушках с одинаковым числом витков разного диаметра (следовательно, площади  $S$ ), что позволяет проверить зависимость ЭДС индукции от площади витков. Также используются три катушки одинаковой площади  $S$  с разным числом витков  $N_2$ , что дает возможность проверить зависимость ЭДС индукции от числа витков. Кроме того, изменяя  $\frac{dI}{dt}$ , можно проверить зависимость  $E$  от скорости изменения силы тока в соленоиде и измерить коэффициент взаимной индуктивности соленоида с каждой из пяти измерительных катушек.

### Экспериментальная установка

Блок-схема установки и ее внешний вид представлены на рис. 3.2 и 3.3.

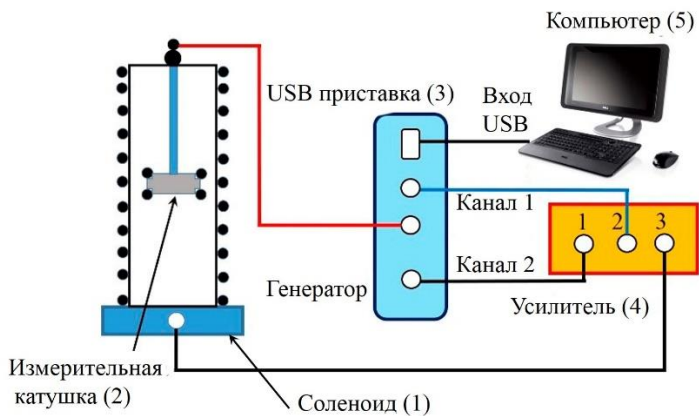


Рис. 3.2. Блок-схема установки для исследования электромагнитной индукции.

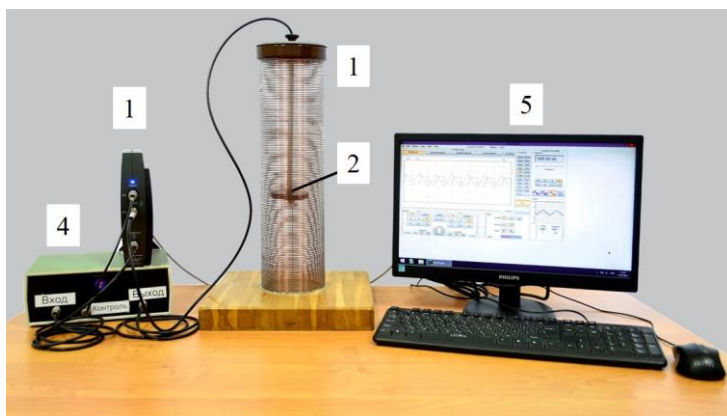


Рис. 3.3. Внешний вид установки для исследования электромагнитной индукции.

Вертикальный соленоид (1) на рис. 3 (слева) имеет длину  $L = 430$  мм и содержит  $N_1 = 150$  витков. Внутри него находится малая катушка (2) со своим держателем (ее внешний вид показан на рис. 4), с помощью которого она помещена в центральную часть соленоида. На верхнем конце держателя находится фиксирующая крышка с кабелем для подключения к измерительной части USB-приставки PClab2000LT (3). Соленоид(1) питается от того же USB-модуля (от его генераторной части через усилитель мощности (4)) пилообразным напряжением, что приводит к изменению тока через обмотку соленоида с постоянной скоростью. Изменяя частоту следования пилообразного напряжения, можно выбирать различные скорости изменения тока через обмотку соленоида и снять зависимость  $E$  от  $\frac{dI}{dt}$ .

В состав установки также входит персональный компьютер (5) (см. рис. 3.2 и 3.3).

Комплект измерительных катушек входит 5 катушек. Три катушки (1, 2, 5) с одинаковым числом витков  $N_2 = 250$ . Катушки имеют внешний диаметр 3, 7 и 10 см и внутренний



Рис. 3.4. Набор измерительных катушек.

диаметром 2,4; 6,4 и 9,4 см (№ 5, 2, 1, соответственно).

Толщина обмоток всех трех катушек равна 3 мм. Поскольку магнитное поле однородно вдали от краев соленоида, т.е. в области нахождения измерительной катушки, толщина катушки не играет роли. При обработке результатов (при расчете площади витков  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ ) следует брать среднее арифметическое от внешнего и внутреннего диаметров измерительной катушки.

Кроме того, в комплект входят катушки, отличающиеся числом витков  $N_2 = 150, 250$  и  $350$  (№ 4, 2 и 3, соответственно), но имеющие одинаковые размеры (внутренний диаметр 6,4 см).

Модуль PClab2000LT представляет собой специальную приставку к ПК, позволяющую генерировать электрические сигналы различной формы (гармонические, пилообразные и прямоугольные), период (основную частоту  $f = \frac{1}{T}$ ) которых можно плавно изменять в широких пределах (от единиц герц до сотен тысяч герц). Усилитель мощности позволяет использовать относительно слабый выходной сигнал модуля для питания больших нагрузок, например, обмотки соленоида, ток через который составляет величину порядка

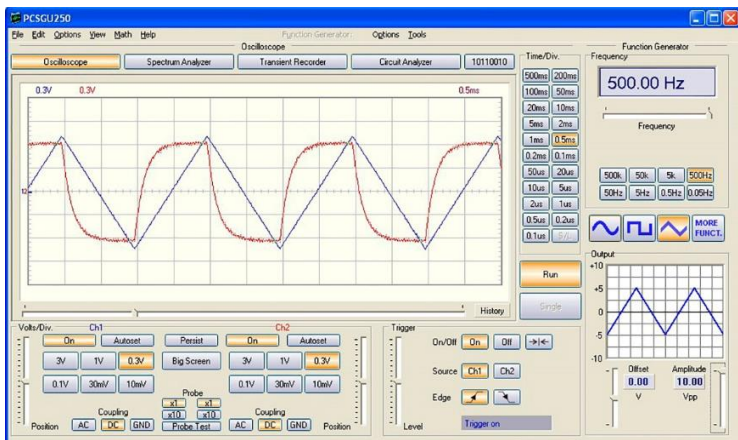


Рис. 3.5. Меню осциллографической приставки.

одного ампера. Управление генератором осуществляется с помощью мыши и кнопок в окне программы PClab2000LT на экране дисплея ПК (рис. 3.5). Нажатием левой клавиши мыши и помещением курсора на соответствующие элементы управления выбирается форма сигнала (пила в этой работе), его частота, масштаб измеряемых токов (индуцирующего и индуцируемого) по вертикальной шкале и масштаб длительности соответствующих сигналов по горизонтальной шкале.

### **Проведение эксперимента**

#### ***Упражнение 1. Изучение зависимости ЭДС индукции от площади витков катушек***

##### ***Проведение эксперимента***

1. Собрать схему, согласно рис. 3.2.
2. Поместить наименьшую из трех измерительных катушек (№ 5) в соленоид. Подключить кабель катушки к гнезду Ch2 приставки PClab2000LT.
3. Включить компьютер и монитор. После загрузки ПК на экране появится *Рабочий стол*.
4. С помощью мыши поместить курсор на значок PClab2000LT и, дважды нажав левую клавишу мыши, запустить рабочую программу. На экране дисплея появляется окно программы PClab2000LT (рис. 3.5) представляющее собой координатное поле двухлучевого осциллографа с отсчетом напряжения (в вольтах) по вертикали и длительности (в секундах) по горизонтали, и кнопок управления генераторной и осциллографической частью системы.
5. Далее следует привести курсор на картинку пилообразного (треугольного) сигнала, нажать на него и на кнопку *Run* с помощью мыши.
6. Включить усилитель. В координатном поле появляются две кривые – синяя пила индуцирующего сигнала и красная для измеряемого индуцированного сигнала



(рис. 3.5). Чтобы картина на экране была устойчивой, нажимаем кнопку *On*.

Амплитуды сигналов измеряются по делениям вертикальной шкалы (В/дел.), масштаб которой может быть задан (или изменен) кнопками в нижней левой части *Ch1* для синей кривой и *Ch2* для красной кривой. Следует иметь в виду, что измеряемое индуцирующее напряжение (синяя пила) снимаются с резистора 1 Ом, поэтому ему соответствует ток соленоида в амперах. Масштаб по горизонтали (длительность, например, мс/деление) устанавливается (или изменяется) кнопками вертикального двойного столбца справа от поля осциллографа. Частота следования зубцов пилы указана в верхнем правом окне на экране. Частоту можно плавно изменять, перемещая мышью бегунок под окном частоты, или дискретно, нажимая соответствующие кнопки рядом с окном.

7. Следует измерить индуцируемую ЭДС  $E$  (высоту плато красной кривой по вертикальной шкале) при установленной частоте индуцирующего тока. Измерения провести для трех частот ( $f_1 = 300$  Гц,  $f_2 = 500$  Гц и  $f_3 = 800$  Гц, или при других номиналах по указанию преподавателя).

8. Результаты п.7 записать в табл.3.1.

9. Провести измерения  $E$  также для катушек с числом витков  $N_1$  и  $N_2$  для тех же частот  $f_1 = 300$  Гц,  $f_2 = 500$  Гц и  $f_3 = 800$  Гц.

10. Результаты п.9 записать в табл.3.1.

Таблица 3.1

**Значения ЭДС индукции в катушках различного размера при разных индуцирующих частотах**

| Номер катушки | $S$ | $\sigma_S$ | $f_1 = 300$ Гц |                        | $f_2 = 500$ Гц |                        | $f_3 = 800$ Гц |                        |
|---------------|-----|------------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|
|               |     |            | $\mathcal{E}$  | $\Delta_{\mathcal{E}}$ | $\mathcal{E}$  | $\Delta_{\mathcal{E}}$ | $\mathcal{E}$  | $\Delta_{\mathcal{E}}$ |
|               |     |            |                |                        |                |                        |                |                        |

|   |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |

### *Обработка результатов*

1. Вычислить погрешности однократного измерения ЭДС с помощью осциллографа по формуле

$$\Delta_{\mathcal{E}} = \sqrt{(\sigma_{\text{прибл}}^{\mathcal{E}})^2 + (\sigma_{\text{счет}}^{\mathcal{E}})^2}, \quad (3.3)$$

где  $\sigma_{\text{прибл}}^{\mathcal{E}}$  – приборная погрешность (5% от измеряемой величины, если они не менее 1 деления – клетки),  $\sigma_{\text{счет}}^{\mathcal{E}}$  – погрешность считывания (с учетом мелких делений 0,2 клетки).

2. Определить погрешность расчета площади катушек  $\sigma_S$  как для косвенных измерений.

3. Результаты пп.1 и 2 записать в табл.3.1.

4. Построить зависимости  $E$  от  $S$  для трех частот на одном графике с указанием погрешностей.

### **Упражнение 2. Изучение зависимости ЭДС индукции от числа витков измерительных катушек**

#### *Измерение*

1. Провести измерения  $E$  для трех катушек с разным числом витков  $N_2 = 150, 250$  и  $350$  (№ 4, 2 и 3, соответственно) при частотах  $f_1 = 300$  Гц,  $f_2 = 500$  Гц и  $f_3 = 800$  Гц. Результаты записать в табл. 3.2.

Таблица 3.2

**Значения ЭДС индукции для катушек с различным числом витков при разных частотах**

| Номер катушки | N | f <sub>1</sub> = 300 Гц |                        | f <sub>2</sub> = 500 Гц |                        | f <sub>3</sub> = 800 Гц |                        |
|---------------|---|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|
|               |   | $\mathcal{E}$           | $\Delta_{\mathcal{E}}$ | $\mathcal{E}$           | $\Delta_{\mathcal{E}}$ | $\mathcal{E}$           | $\Delta_{\mathcal{E}}$ |
| 4             |   |                         |                        |                         |                        |                         |                        |
| 2             |   |                         |                        |                         |                        |                         |                        |
| 3             |   |                         |                        |                         |                        |                         |                        |

### *Обработка результатов*

1. Вычислить погрешности однократного измерения ЭДС, аналогично п.1 «Обработка результатов» упр. 1. Результат записать в табл. 3.2.

2. Построить зависимости  $E$  от  $N_2$  для трех частот на одном графике с указанием погрешностей.

### **Упражнение 3. Изучение зависимости ЭДС индукции от скорости изменения индуцирующего тока в обмотке соленоида**

В данном упражнении изучается зависимость ЭДС

индукции от скорости  $\frac{dI}{dt}$

изменения индуцирующего тока. Изменение тока  $I$  происходит за счет изменения частоты следования

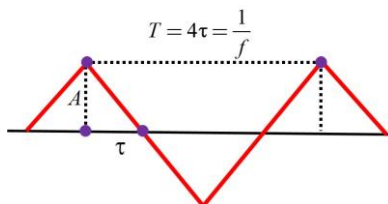


Рис. 3.6. Форма индуцирующего сигнала.

треугольных импульсов (рис. 6) и определяется как отношение высоты наклон-ного (например, возрастающего) участка пилы к его длине по оси времени (длительности):

$$\frac{dI}{dt} = \frac{A}{\tau} = 4Af . \quad (3.4)$$

### *Измерения*

1. Установить катушку № 1 в соленоид. Установить частоту генератора 100 Гц и измерить значение  $E$  (высоту плато красной кривой по вертикальной шкале) и  $\frac{dI}{dt}$ , определяемое по формуле (3.4). Результат записать в табл. 3.3.

2. Провести измерение аналогичные п.1 для частот 200 – 1000 Гц с шагом 100 Гц. Данные измерений внести в табл. 3.3.

3. Провести измерения аналогичные пп.1 и 2 для катушек № 2, 3, 4 и 5. Результаты записать в табл.3.3.

Таблица 3.3

### Значения $\mathcal{E}$ для различных катушек и коэффициентов взаимной индукции

| Номер катушки | $f, \text{ Гц}$ | $\frac{dI}{dt}$ | $\sigma\left(\frac{dI}{dt}\right)$ | $\mathcal{E}$ | $\Delta_{\mathcal{E}}$ | $A$ | $\sigma_A$ | $L_{\text{эксп}} \pm \sigma_L$ | $L_{\text{теор}} \pm \sigma_L$ |
|---------------|-----------------|-----------------|------------------------------------|---------------|------------------------|-----|------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1             | 100             |                 |                                    |               |                        |     |            |                                |                                |
|               | 200             |                 |                                    |               |                        |     |            |                                |                                |
|               | ...             |                 |                                    |               |                        |     |            |                                |                                |
|               | 1000            |                 |                                    |               |                        |     |            |                                |                                |
| 2             | 100             |                 |                                    |               |                        |     |            |                                |                                |

|   |      |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|------|--|--|--|--|--|--|--|--|
|   | 200  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | ...  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | 1000 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 | 100  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | 200  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | ...  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | 1000 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 | 100  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | 200  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | ...  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | 1000 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 | 100  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | 200  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | ...  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   | 1000 |  |  |  |  |  |  |  |  |

### ***Обработка результатов***

1. Вычислить погрешности однократного измерения ЭДС с помощью осциллографа по формуле (3.3). Результаты записать в табл. 3.3.

2. Определить погрешности определения  $\frac{dI}{dt}$ . В связи с тем, что величина  $\frac{dI}{dt}$  определяется по формуле (7) будем считать, что частота определяется с погрешностью  $\sigma_f = 0,5$  Гц. Найдем погрешность определения  $\frac{dI}{dt}$  по формуле для косвенных измерений

$$\sigma_{\left(\frac{dI}{dt}\right)} = \sqrt{\left(\frac{\partial\left(\frac{dI}{dt}\right)}{\partial A}\right)^2 \cdot \sigma_A^2 + \left(\frac{\partial\left(\frac{dI}{dt}\right)}{\partial f}\right)^2 \cdot \sigma_f^2},$$

где  $\sigma_A = \Delta_{\varepsilon}$ , а  $\Delta_{\varepsilon}$  определяется по формуле (3.3).

3. Т.к. в экспериментах целенаправленно изменяется одна величина  $\frac{dI}{dt}$ , то для обработки можно использовать метод наименьших квадратов.

Поскольку  $\varepsilon = A \frac{dI}{dt}$ , где  $A$  – коэффициент наклона зависимости  $\varepsilon \left(\frac{dI}{dt}\right)$ , то с помощью метода наименьших квадратов<sup>1</sup> следует для всех пяти катушек определить коэффициенты  $A$  и погрешности  $\sigma_A$ . Результаты записать в табл. 3.3.

---

<sup>1</sup> Программа обработки установлена на компьютере.

4. Построить на одном графике зависимости  $\mathcal{E}$  от  $\frac{dI}{dt}$  с указанием погрешностей. На графиках построить прямую, аппроксимирующую экспериментальную зависимость.

5. Определить коэффициенты взаимной индуктивности  $L_{1i}$  ( $i$  – номер катушки) соленоида и измерительных катушек как коэффициент наклона зависимостей, построенных в предыдущем упражнении (использовать МНК).

Рассчитать коэффициенты взаимной индуктивности соленоида и измерительных катушек по формуле

$$L_{1i}^{\text{теор}} = \mu_0 S_i N_2 \frac{N_1}{L},$$

т.е. как коэффициент пропорциональности при  $\frac{dI}{dt}$  в формуле для  $E$ .

Сравнить измеренные и рассчитанные значения  $L_{1i}$  и  $L_{1i}^{\text{теор}}$ .

## Основные итоги работы

### Контрольные вопросы

1. Явление электромагнитной индукции.
2. Закон электромагнитной индукции Фарадея.
3. Правило Ленца.
4. Явление самоиндукции.
5. Коэффициент самоиндукции (индуктивность).
6. Индуктивность соленоида конечной длины.
7. Индуктивность длинного соленоида.

8. Явление взаимной индукции.
9. Коэффициент взаимной индукции (взаимная индуктивность).
10. Коэффициент взаимной индукции длинного соленоида и одиночного соосного витка внутри него.



