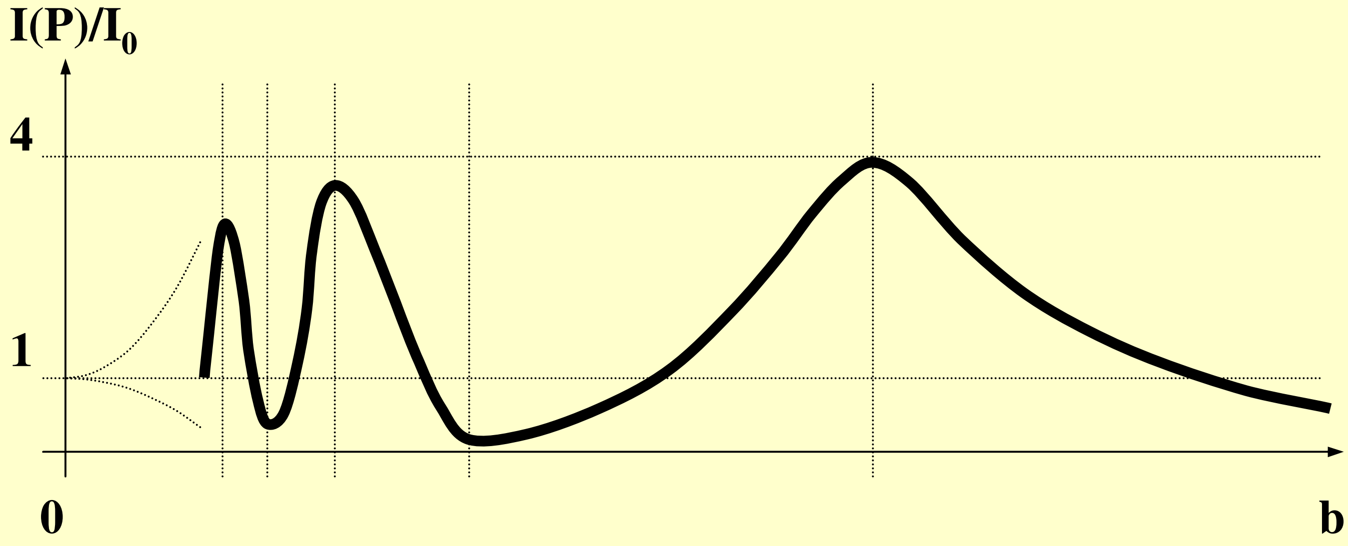


Ближняя зона
дифракции

Дальняя зона
дифракции

$b \ll b_д$, $N \gg 1$

Зона геометрической оптики

$b \sim b_д$, $N \sim 1$

Зона дифракции Френеля

$b \gg b_д$, $N \ll 1$

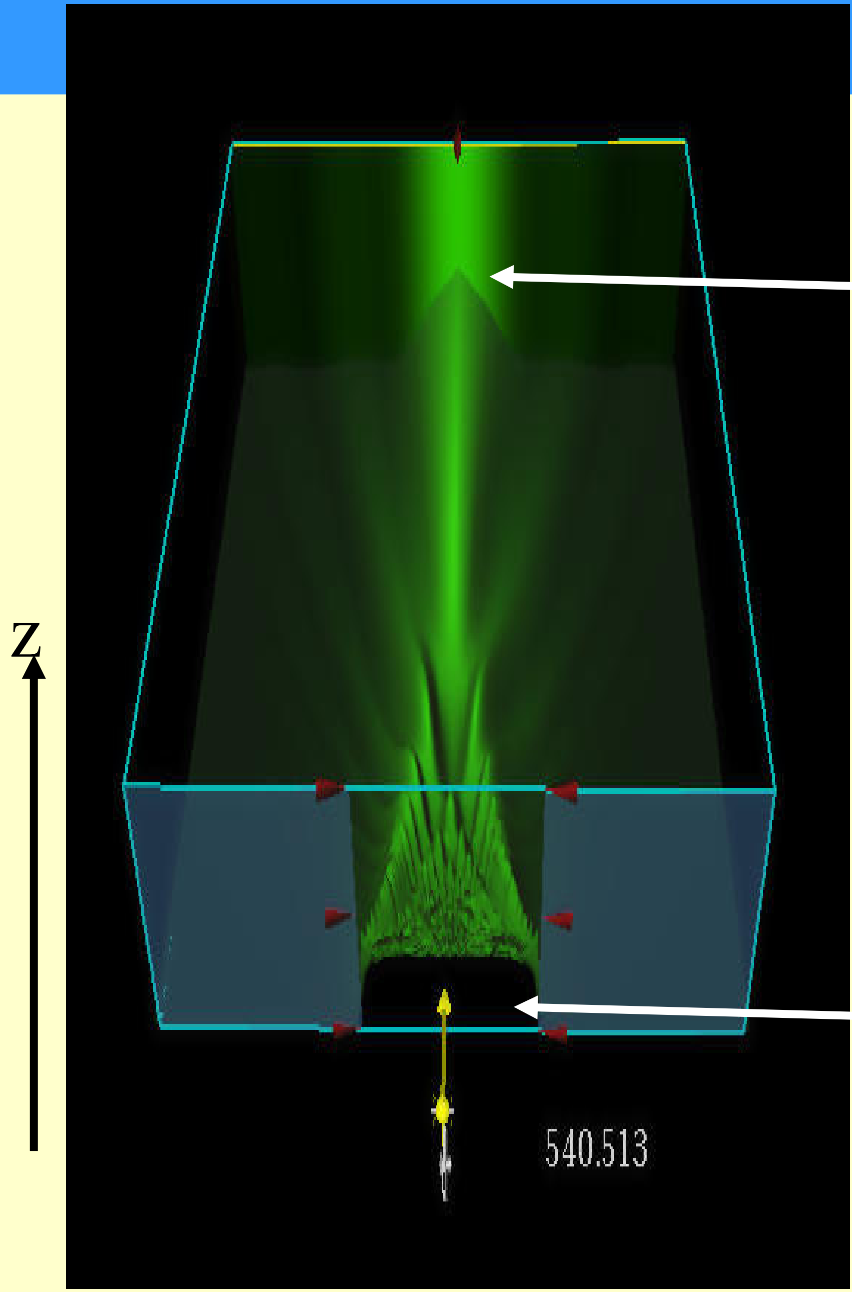
Зона дифракции Фраунгофера

Ближняя зона

- 1. Интенсивность света на оси пучка практически постоянна и равна интенсивности исходной световой волны.
- 2. Пучок сохраняет пространственную структуру, заданную формой отверстия (остается квазиплоской волной). В пределах отверстия помещается множество зон Френеля.

Дальная зона

- 1. Интенсивность света на оси пучка много меньше интенсивности исходной волны и с увеличением расстояния интенсивность уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния.
- 2. Световой пучок расширяется. В пределах отверстия помещается только малая центральная часть первой зоны Френеля.



Дальная зона (Дифракция Фраунгофера)

Ближняя зона (дифракция Френеля)

- ***Оценки.*** Оценим дифракционную длину и угловую расходимость для пучка гелий-неонового лазера. Полагая d_0 = 5 мм и λ = 0.5 мкм, получим:

$$b_д = \frac{r_0^2}{\lambda} = \frac{25 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6}} = 12{,}5 \text{ м}$$

$$\vartheta_д \cong \frac{\lambda}{d_0} = \frac{0.5 \cdot 10^{-6}}{0.5 \cdot 10^{-2}} = 10^{-4} \text{рад} \cong \frac{10^{-4} \cdot 180 \cdot 60}{3.14} \cong 0.34'$$

Оценки. Пусть когерентный лазерный пучок с длиной волны $\lambda = 0.5$ мкм и диаметром $d_0 = 0.5$ см фокусируется линзой с фокусным расстоянием $f = 1$ м. Тогда:

$$d_f \cong 2\lambda \frac{f}{d} = 2 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{0.5 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-4}\,\text{м} = 0.2\,\text{мм},$$

$$l_f \cong 2\lambda \frac{f^2}{d_0^2} = 2 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{0.25 \cdot 10^{-4}} = 4 \cdot 10^{-2}\,\text{м} = 4\,\text{см}.$$

4.8. Понятие о теории дифракции Кирхгофа

- ***Недостатки положений принципа Гюйгенса-Френеля***

1. При расчетах интерференции вторичных волн от отдельных зон, приходиться учитывать тот факт, что амплитуда колебаний элемента волновой поверхности, дошедших до точки наблюдения зависит от значения угла α между нормалью к поверхности волны и направлением наблюдения (в общем случае коэффициентом $K(\alpha)$).

2. Метод зон Френеля, правильно задавая амплитуду колебаний вторичных источников не корректно определяет их фазы. В результате чего, вычисленные с помощью методов Френеля фазы волн отличаются от измеренных на $\frac{\pi}{2}$ *.

3. В принципе Гюйгенса-Френеля ничего не говорится об обратной волне, наличие которой следует из принципа Гюйгенса. Эти волны исходят из вторичных источников волнового фронта и распространяются - одна по направлению к источнику друга в противоположном направлении в сторону наблюдателя.

4. Метод зон Френеля применим для решения задач дифракции на объектах, имеющих осевую симметрию.

5. Не совсем корректно объясняется существование зависимости интенсивности света в точке наблюдения от

$$\frac{i}{\lambda}$$

Уравнение Гельмгольца и интегральная теорема Гельмгольца-Кирхгофа

$$\boxed{\left(\Delta + k^2\right) A(\mathbf{r}) = 0}$$

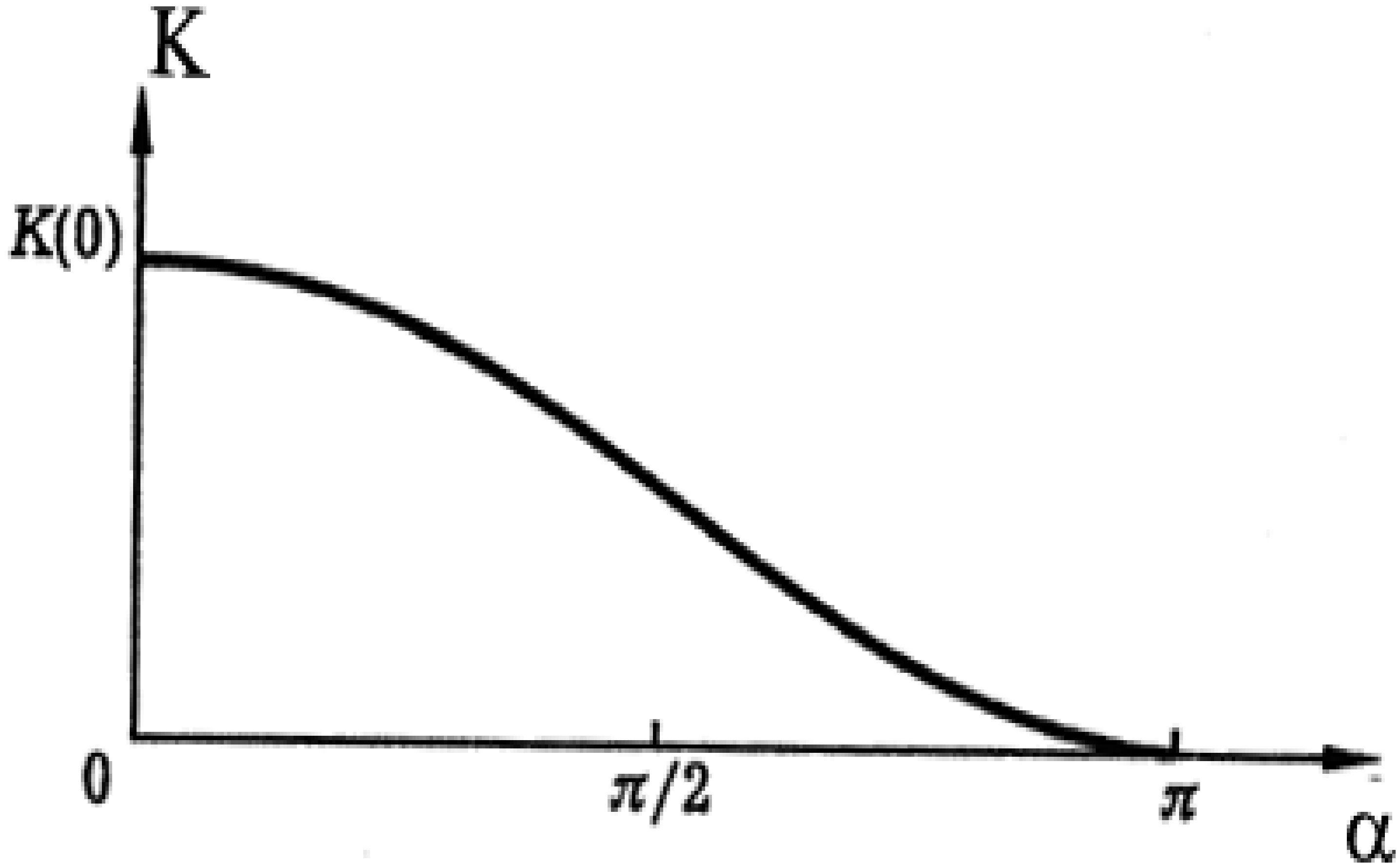
уравнение Гельмгольца

интегральная теорема Гельмгольца-Кирхгофа

$$A(P)=\frac{1}{4\pi}\iint\limits_{\Sigma}\left(A_{\Sigma}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\ell^{-ik\rho}}{\rho}\right)\Bigg|_{\Sigma}-\frac{\ell^{-ik\rho}}{\rho}\cdot\frac{\partial A}{\partial n}\Bigg|_{\Sigma}\right)d\sigma$$

Дифракционный интеграл Френеля-Кирхгофа

$$A(P) = \iint\limits_{\Sigma_0} A_0 \frac{\ell^{-ik\rho_1}}{\rho_1} \cdot \frac{\ell^{-ik\rho}}{\rho} \cdot \frac{i}{2\lambda} (\cos\vartheta_1 - \cos\vartheta) d\sigma$$


K
K(0)
0
π/2
π
α

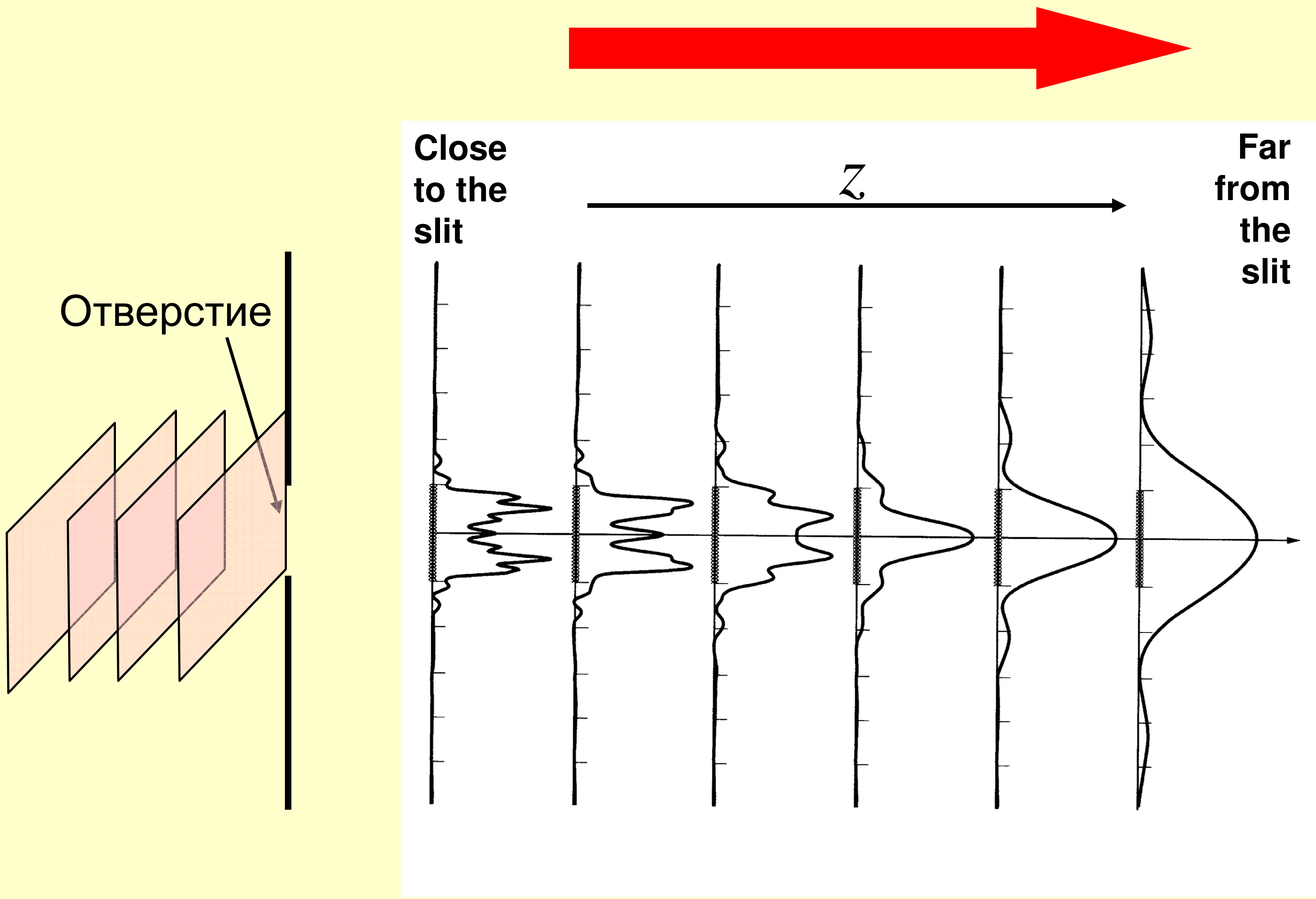
Приближения Френеля и Фраунгофера

- **Приближение Френеля**

$$A\left(P\right)=\frac{i}{\lambda}\cdot\frac{\ell^{-ikb_0}}{b_0}\iint\limits_{\Sigma_0}A_{\Sigma_0}\,\ell^{-ik\frac{\left(x-x'\right)^2+\left(y-y'\right)^2}{2b_0}}\,d\sigma$$

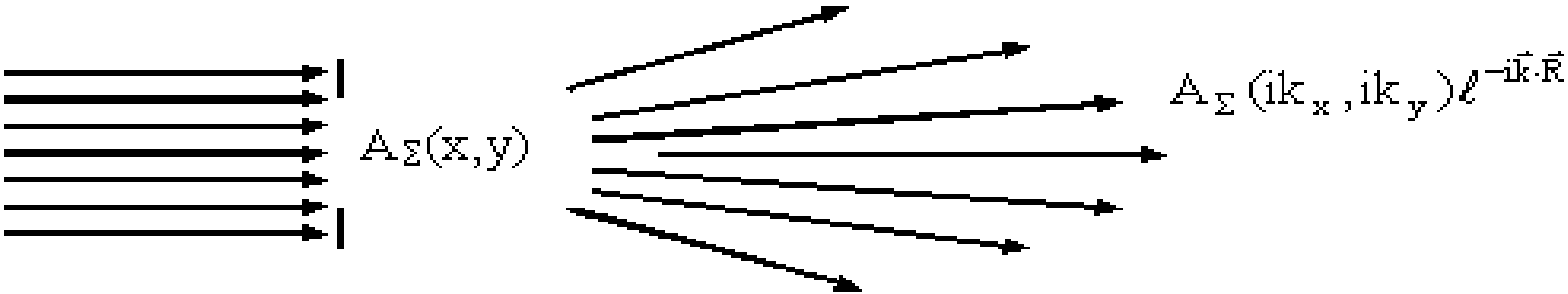
- **Приближение *Фраунгофера***

$$A(P)=\frac{i}{\lambda}\cdot\frac{\ell^{-ikb}}{b}\iint\limits_{\Sigma_0}A_{\Sigma_0}\,\ell^{ik\frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}'}{b}}\,d\sigma=\frac{i}{\lambda}\cdot\frac{\ell^{-ikb}}{b}\iint\limits_{\Sigma_0}A_{\Sigma_0}\,\ell^{ik\frac{xx'+yy'}{b}}\,dxdy$$


Отверстие
Close to the slit
z
Far from the slit

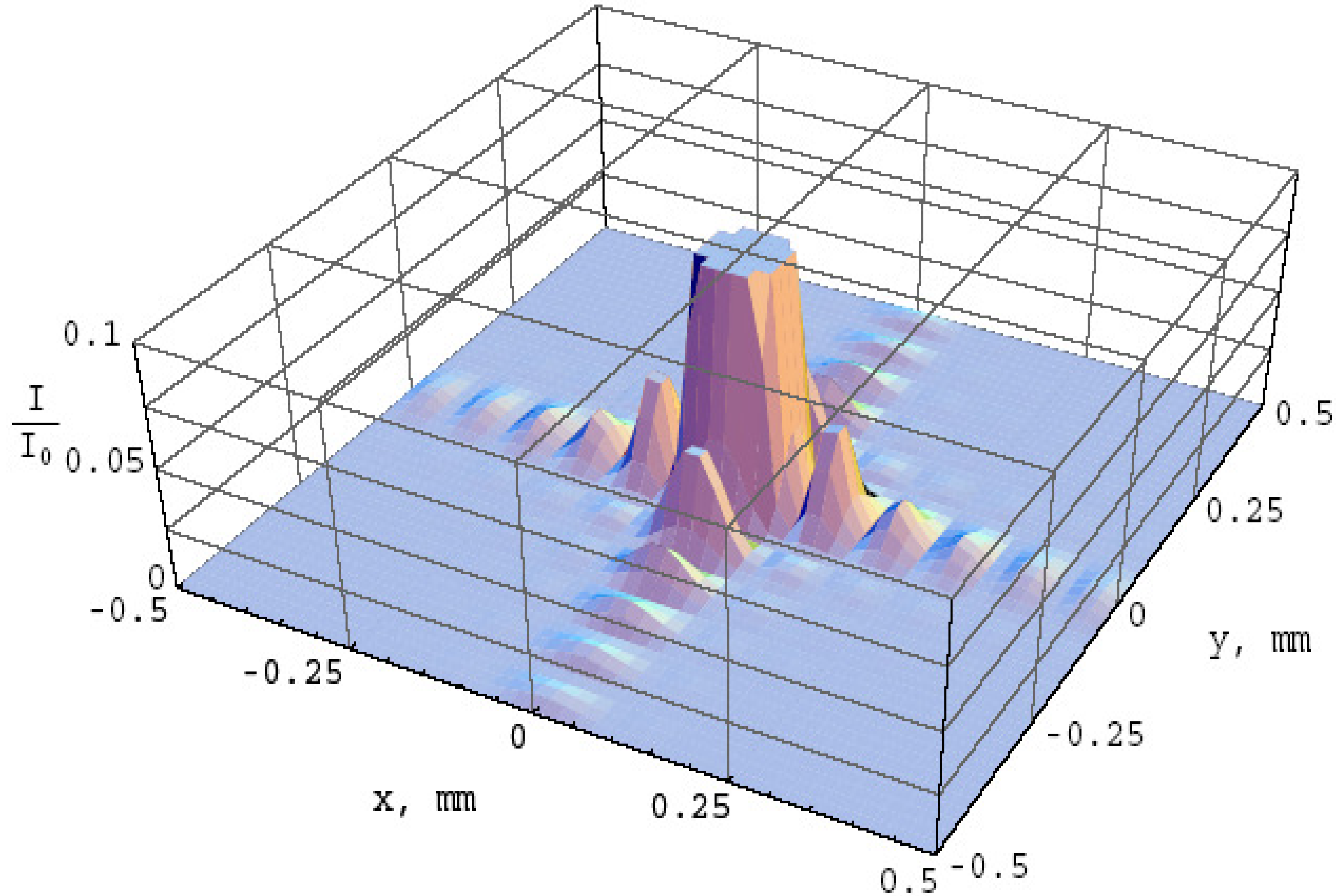
Дифракция в дальней зоне как пространственное преобразование Фурье.

- ***Комплексная пространственная спектральная амплитуда*.**

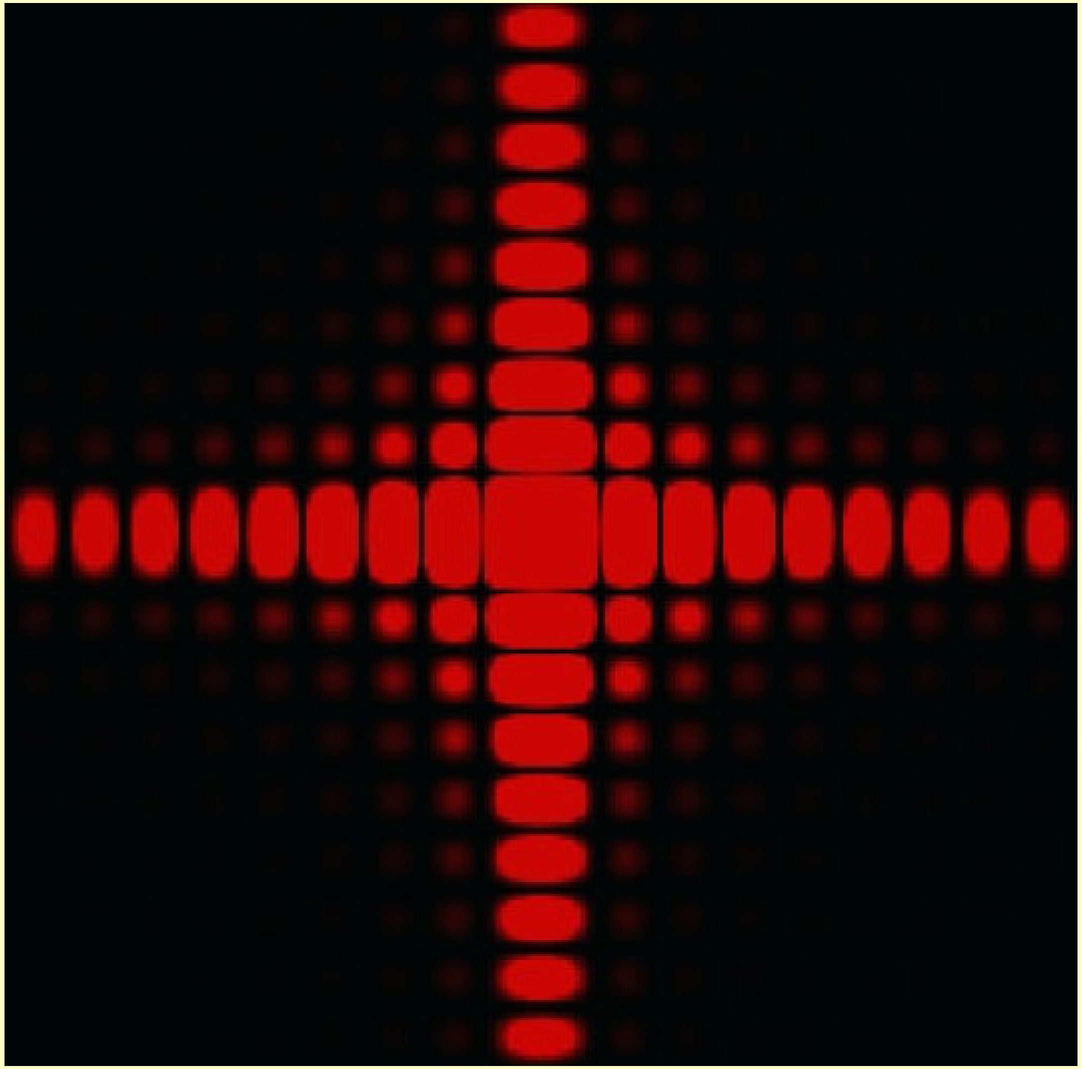


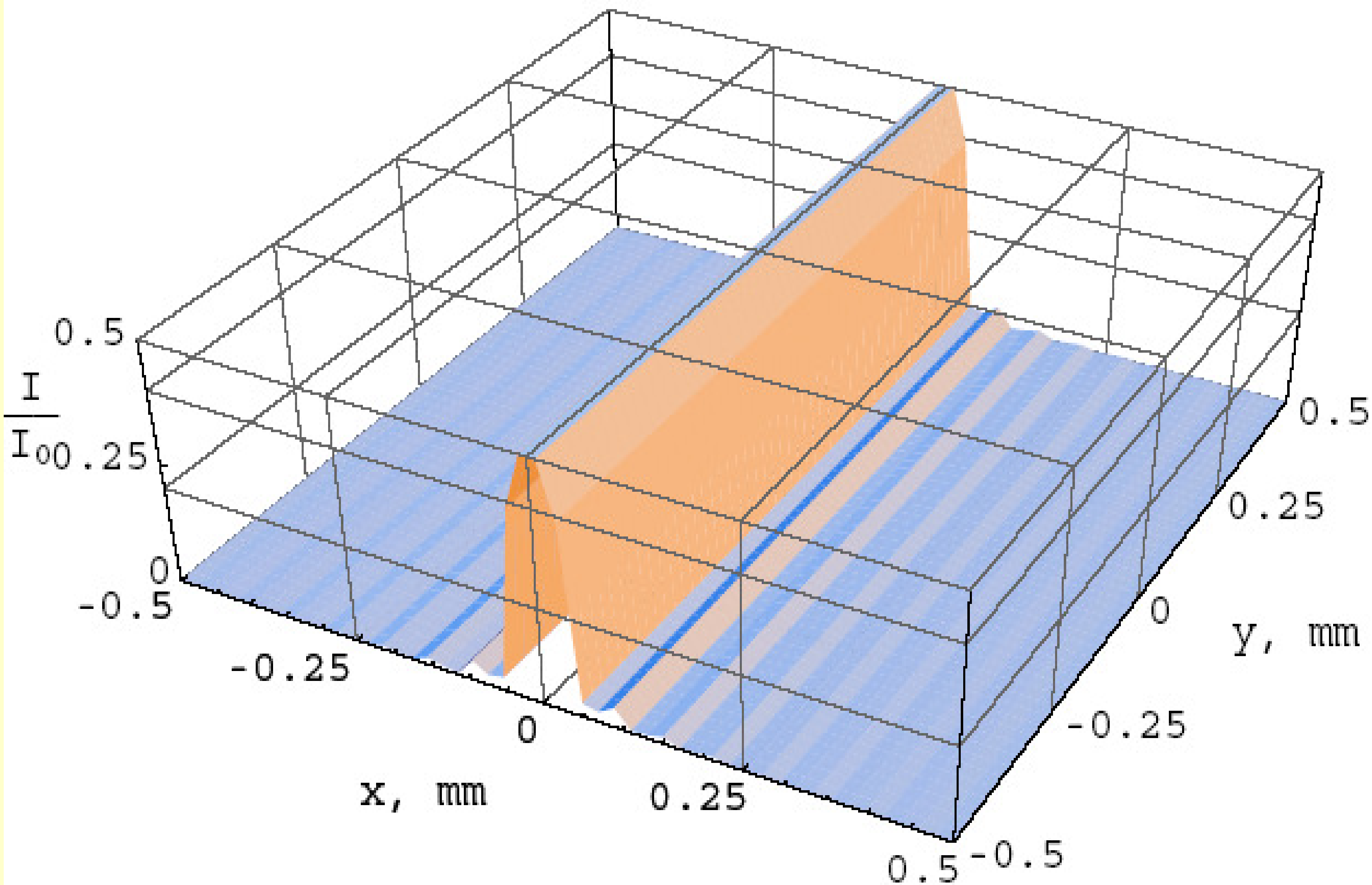
Дифракция на прямоугольном отверстии

$$I(P) = I(k_x, k_y) = \frac{1}{2}\left|A(k_x, k_y)\right|^2 = I_0\left(\frac{l_x l_y}{\lambda b}\right)^2 \operatorname{sinc}^2 \xi_x \operatorname{sinc}^2 \xi_y$$

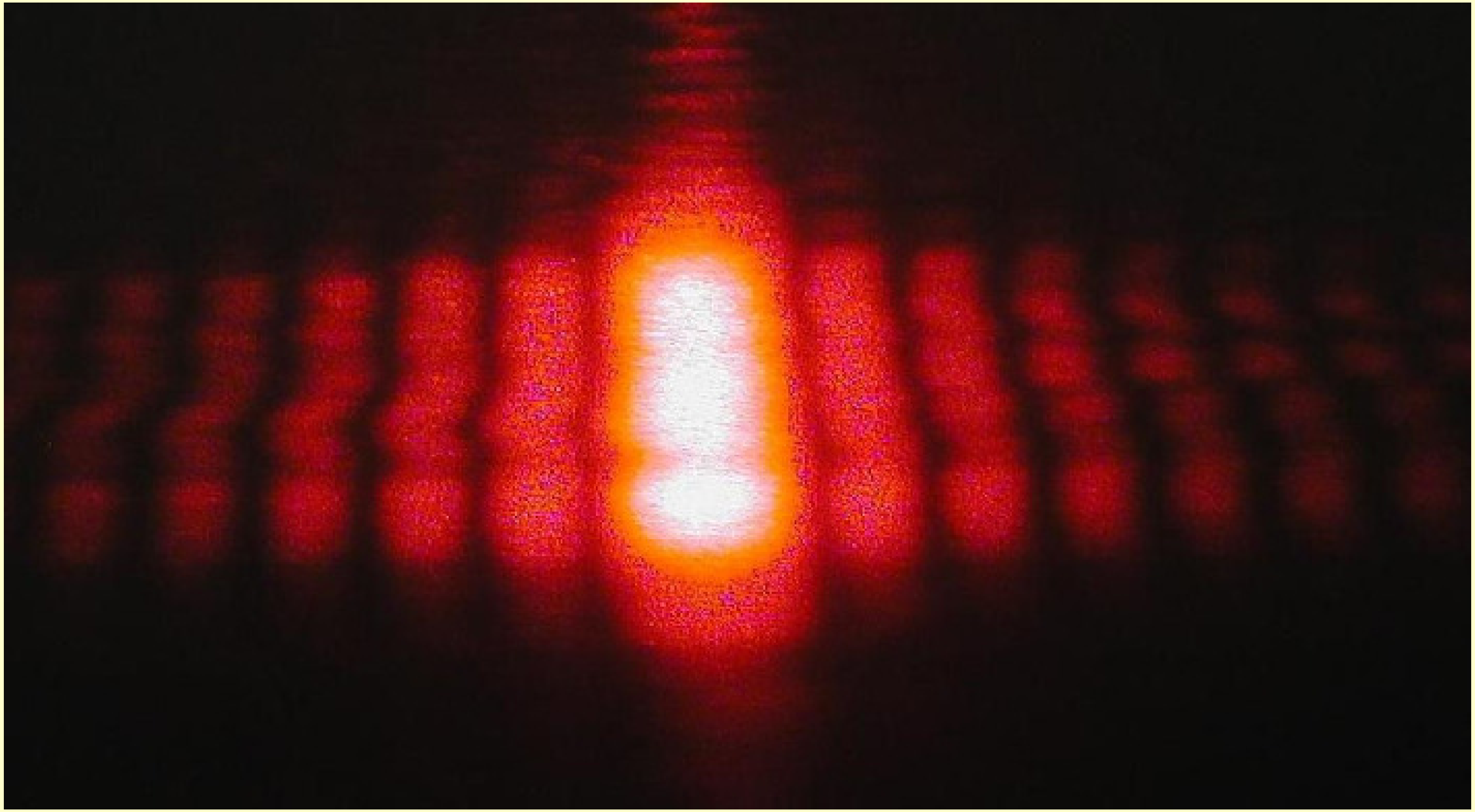


0.1
I / I0
0.05
0
-0.5
-0.25
0
0.25
0.5
x, mm
0.5
0.25
0
y, mm
-0.25
-0.5

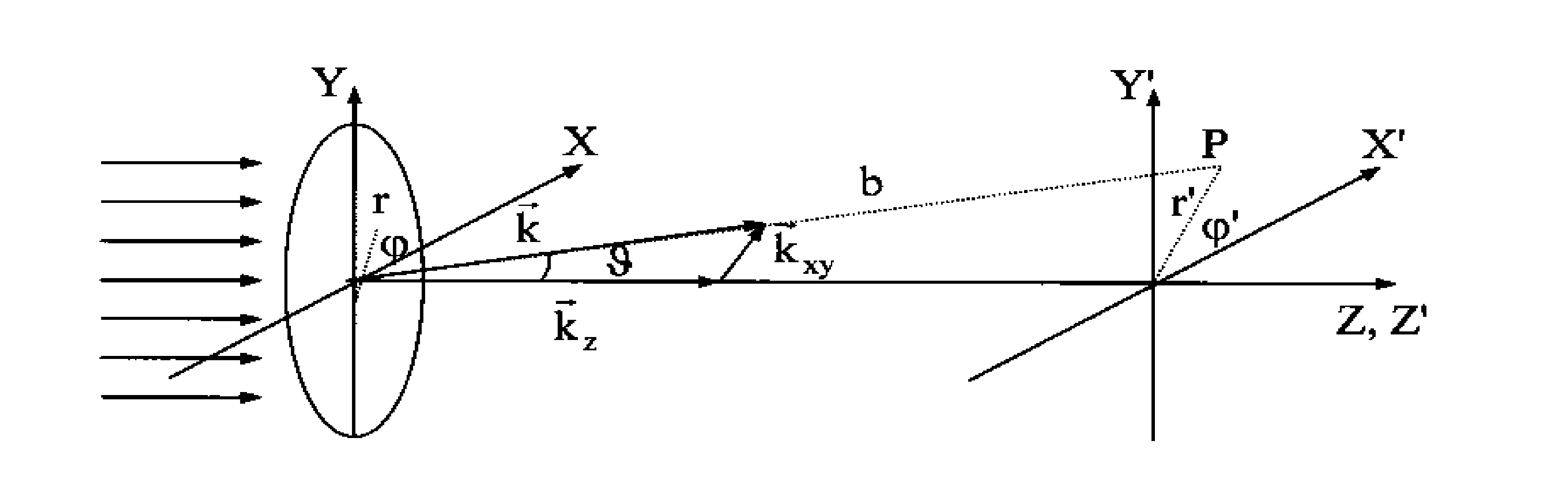




0.5
I
I0
0.25
0
-0.5
-0.25
0
x, mm
0.25
0.5
-0.5
-0.25
0
y, mm
0.25
0.5



3. Дифракция в дальней зоне от круглого отверстия



$$\sin\vartheta = \frac{r'}{b} \qquad k_{xy} = k\sin\vartheta$$

$$\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} = \left(\mathbf{k}_z + \mathbf{k}_{xy}\right)\cdot\mathbf{r} = \mathbf{k}_{xy}\cdot\mathbf{r} = k_{xy} r\cdot\cos\left(\phi - \phi'\right)$$

$$A(P)=\frac{i}{\lambda}\cdot\frac{\ell^{-ikb}}{b}\iint_{\Sigma_0} A_{\Sigma_0}\,\ell^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,d\sigma=\frac{i}{\lambda}\cdot\frac{\ell^{-ikb}}{b}A_0\int_0^{2\pi}\int_0^{R}\ell^{ik_{xy}r\cos(\phi-\phi')}\,rdrd\phi=$$

$$=\frac{i}{\lambda}\cdot\frac{\ell^{-ikb}}{b}A_0\int_0^{R}\int_0^{2\pi}\ell^{ik_{xy}r\cos(\phi-\phi')}\,d\phi\, r\,dr$$

$$\boxed{\int_0^{2\pi} \ell^{i\alpha\cos(\phi-\phi')} d\phi = 2\pi J_0(\alpha)}$$

- ***Табличный интеграл***

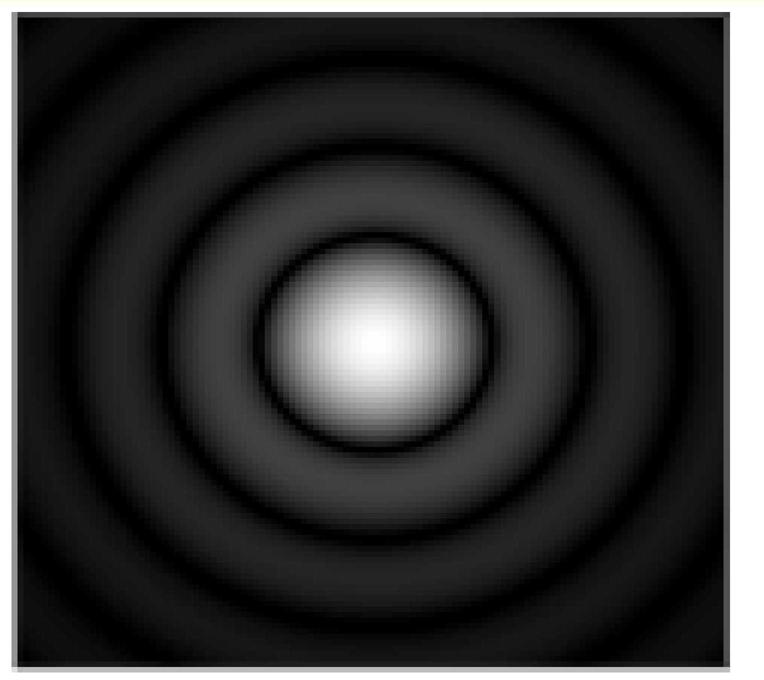
$$A(P) = \frac{i}{\lambda}\cdot\frac{\ell^{-ikb}}{b} A_0 2\pi \int_0^R J_0(k_{xy} r) r dr = \frac{i}{\lambda}\cdot\frac{\ell^{-ikb}}{b} A_0 \frac{2\pi R}{k_{xy}} J_1(k_{xy} R) =$$

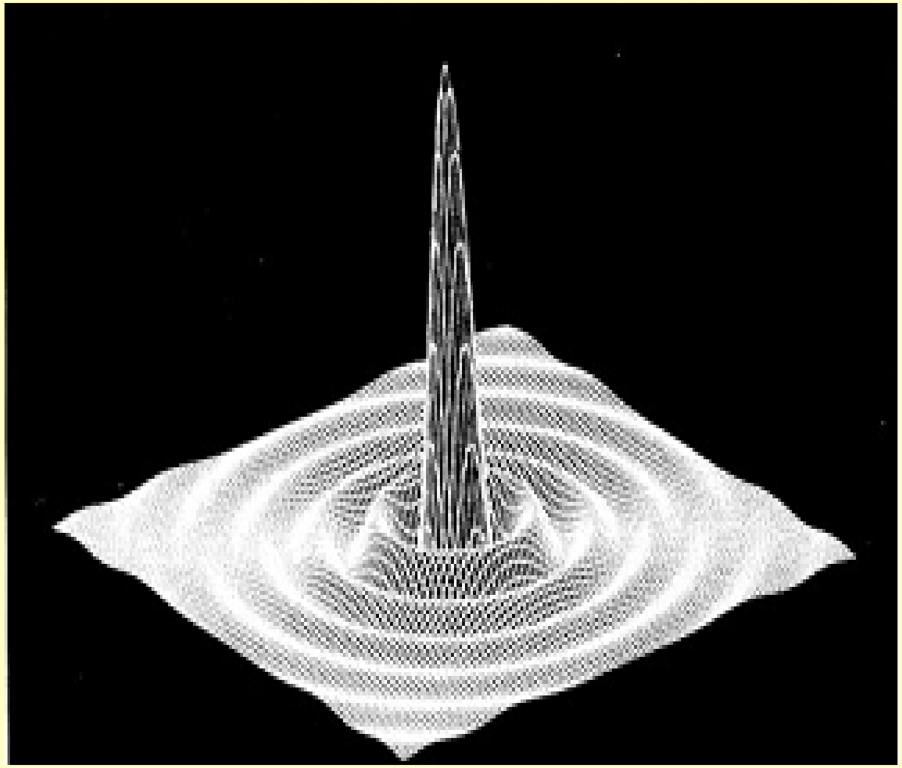
$$= A(\xi) = \frac{i}{\lambda}\cdot\frac{\ell^{-ikb}}{b} A_0 \pi R^2 \frac{2J_1(\xi)}{\xi}$$

$$\xi \equiv kR\sin\vartheta = \frac{2\pi R}{\lambda}\sin\vartheta$$

$$\boxed{I(\xi)=\frac{1}{2}\left|A(\xi)\right|^2=I_0\left(\frac{\pi R^2}{\lambda b}\right)^2\left(\frac{2J_1(\xi)}{\xi}\right)^2}$$

$$\xi \equiv kR\sin\vartheta=\frac{2\pi R}{\lambda}\sin\vartheta$$





4.Дифракционные решетки

- *Дифракционная решетка – оптический элемент с пространственной периодической структурой оптических свойств, который осуществляет пространственную модуляцию падающей волны по амплитуде и (или) фазе*

Классификация дифракционных решеток.

1. Пропускательные – работают на пропускание света.
2. Отражательные – работают на отражение света.
3. Амплитудные – пространственно модулируют амплитуду падающей волны – $|t(x,y)| \neq 1$, $\Phi(x,y) = 0$.
   Пример – чередование прозрачных и непрозрачных участков.
4. Фазовые – пространственно модулируют фазу падающей волны – $|t(x,y)| = 1$, $\Phi(x,y) \neq 0$.
   Пример – среда без поглощения, но с периодически изменяющейся толщиной.
5. Амплитудно-фазовые – пространственно модулируют и амплитуду, и фазу падающей волны – $|t(x,y)| \neq 1$, $\Phi(x,y) \neq 0$.