

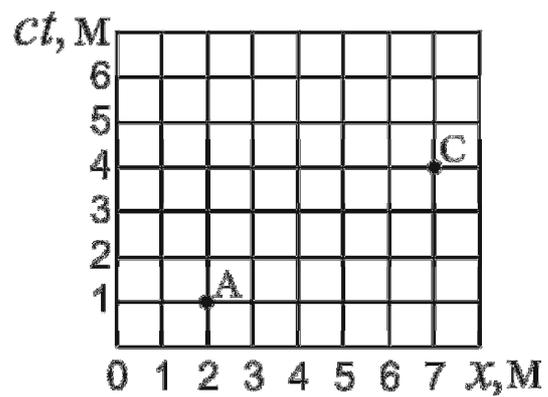


Курс общей физики

Механика

Л.Г.Деденко, А.И.Слепков

Задачи по релятивистской механике



Москва – 2011

Задачи

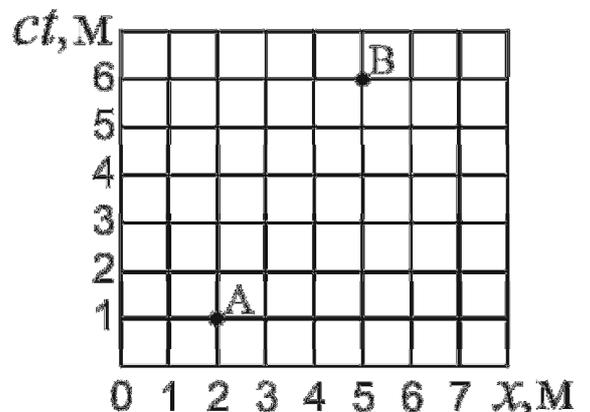
1. В 79 году произошло знаменитое извержение Везувия, а в 1054 г. на небе наблюдали сверхновую звезду, расстояние до которой равно $R=3588$ световых лет. Найдите скорость V системы отсчета, в которой это извержение Везувия и взрыв сверхновой произошли одновременно.

2. В 472 г. произошло очередное сильное извержение Везувия, а в 1572 г. Тихо Браге наблюдал на небе сверхновую, расстояние до которой равно $R = 1174$ световых лет. Найдите скорость V системы отсчета в которой это извержение Везувия произошло на 1000 лет позже момента взрыва сверхновой звезды

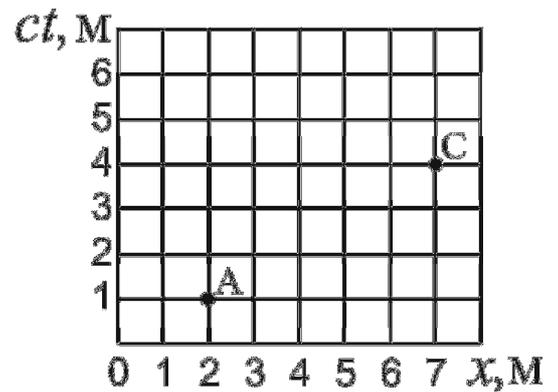
3. В 685 году произошло очередное сильное извержение Везувия, а в 1604 году Кеплер наблюдал на небе сверхновую звезду, расстояние до которой равно $R = 3262$ световых года. Найдите скорость V системы отсчета, в которой это извержение Везувия произошло на 1000 лет раньше момента взрыва сверхновой звезды.

4. Нестабильная частица родилась и распалась в одной и той же точке. Время жизни частицы равно $\tau = 1$ мкс. Найдите скорость V системы отсчета, в которой расстояние между точками рождения и распада равно $l = 3$ км.

5. На диаграмме пространство – время Минковского показаны координаты событий А и В. Найдите промежуток времени $\Delta t'$ между этими событиями в системе отсчета, в которой оба эти события произошли в одной точке.



6. На диаграмме пространство – время Минковского показаны координаты событий А и С. Найти расстояние $\Delta x'$ между точками, в которых произошли события, в той системе отсчета, где они произошли одновременно.



7. Нейтрон родился в атмосфере Земли, полетел в некотором направлении в космическое пространство и через некоторое время распался. Кинетическая энергия нейтрона равна $T=2$ ГэВ (энергия покоя $mc^2 = 0.94$ ГэВ). Найдите скорость системы V отсчета, в которой нейтрон родился и распался в одной и той же точке.

8. Навигационный спутник вращается вокруг Земли по орбите, высота которой равна $h=1.9 \cdot 10^4$ км. На какое время Δt атомные часы на этом спутнике отстанут из-за лоренцевского замедления темпа хода движущихся часов от аналогичных часов на Земле за одни сутки?

9. Нестабильная частица родилась в атмосфере на высоте $h=10$ км и распалась вблизи поверхности Земли. Полная энергия частицы равна $E=300$ ГэВ (энергия покоя $mc^2 = 0.14$ ГэВ), а ее скорость направлена под углом 60° к вертикали. Найдите отношение собственного времени $\Delta t'$ жизни этой частицы к ее среднему времени жизни $\tau=2.6 \cdot 10^{-8}$ с

10. Нейтроны с энергией E рождаются в гипотетическом источнике в центре Галактики и некоторая их часть летит по направлению к Земле, а половина из этой части долетает до Земли. Расстояние от Земли до центра Галактики равно $2.6 \cdot 10^4$ световых лет. Среднее время жизни нейтрона $\tau=887$ с, а энергия покоя $mc^2 = 0.94$ ГэВ. Найдите энергию E этих нейтронов.

11. По прямой в одном и том же направлении летят две частицы с одинаковыми скоростями $V = 0.999 \cdot c$. В лабораторной системе отсчета до неподвижной мишени сначала долетает первая частица, а через промежуток времени $\Delta t = 100$ нс по лабораторным часам – вторая. Найдите время $\Delta t'$ запаздывания второй частицы относительно первой в системе отсчета, связанной с частицами.

12. Два космических корабля летят к Земле по прямой с одинаковыми скоростями друг за другом. Второй корабль приблизился к Земле спустя два месяца после первого по лабораторным часам на Земле. Время $\Delta t'$ запаздывания второго корабля относительно первого в системе отсчета, связанной с кораблями равно 4 месяцам. Найдите скорость V космических кораблей.

13. На ускорителе из большого числа одинаковых нестабильных частиц формируются два одинаковых сгустка, которые летят по прямой друг за другом с одинаковой скоростью $V = 0.99 \cdot c$. В системе отсчета, связанной со сгустками средние числа частиц в сгустках одинаковы в любой момент времени. Среднее собственное время жизни каждой частицы в сгустках равно $\tau = 2.6 \cdot 10^{-8}$ с. Когда первый сгусток попал в неподвижную мишень, в нем было $N_1 = 10^8$ частиц. Через промежуток времени $\Delta t = 10$ нс по лабораторным часам в мишень попал второй сгусток. Найдите число частиц N_2 во втором сгустке в этот момент времени.

14. Сгусток из большого числа $N = 10^6$ нестабильных частиц (мюонов) формируется у начала трубы длины $L = 2000$ м и летит вдоль этой трубы. Полная энергия каждой частицы равна $E = 10$ ГэВ (энергия покоя $mc^2 = 0.106$ ГэВ, среднее время жизни $\tau = 2.2 \cdot 10^{-6}$ с). Найдите среднее число ΔN распавшихся частиц за время движения сгустка по трубе.

15. Сгусток из $N=10^6$ нестабильных частиц (мюонов) летит в некотором направлении в лабораторной системе. Полная энергия каждого мюона равна $E=50$ ГэВ (энергия покоя $mc^2=0.106$ ГэВ, среднее время жизни $\tau=2.2 \cdot 10^{-6}$ с). Какое расстояние l пролетит сгусток к моменту времени, когда в нем останется $N_1=10^5$ частиц?

16. Сгусток из $N=10^7$ нестабильных частиц (пи-мезонов) летит вдоль трубы длины L . Полная энергия каждого мезона равна 14 ГэВ (энергия покоя $mc^2=0.14$ ГэВ, среднее время жизни $\tau=2.6 \cdot 10^{-8}$ с). За время движения сгустка по трубе распалось $\Delta N=10^6$ частиц. Найдите длину L этой трубы.

17. Сгусток из большого числа нестабильных частиц (пи-мезонов) летит вдоль трубы длины L . Полная энергия каждой частицы равна $E=140$ ГэВ (энергия покоя $mc^2=0.14$ ГэВ, среднее время жизни $\tau=2.6 \cdot 10^{-8}$ с). За время движения по трубе распалось 1% частиц. Относительно этого сгустка движется труба. Найдите длину $L_{\text{дв}}$ этой движущейся относительно сгустка трубы.

18. Две частицы летят навстречу друг другу со скоростями, которым соответствуют лоренцевские факторы $\gamma_1=10^3$ и $\gamma_2=10^5$. Найдите величину лоренцевского фактора γ одной из частиц в системе покоя другой.

19. На ускорителе (большом адронном коллайдере) сталкиваются два протона, летящие навстречу друг другу. Полная энергия каждого протона равна $E_0=7 \cdot 10^3$ ГэВ (энергия покоя $mc^2=0.94$ ГэВ). Найдите энергию E одного из протонов в системе покоя другого.

20. Частица летит в направлении оси OX лабораторной системы отсчета со скоростью $V=0.9999 \cdot c$. В системе отсчета, связанной с этой частицей ось $O'X'$ параллельна оси OX . В этой системе отсчета вдоль оси $O'Y'$ по

направлению к частице летит фотон. Под каким углом α относительно оси ОХ лабораторной системы отсчета летит этот фотон?

21. Нестабильная частица (нейтральный пи-мезон) летит в направлении оси ОХ лабораторной системы отсчета и распадается на два гамма-кванта. В системе отсчета, связанной с этой частицей ось О'Х' параллельна оси ОХ. В этой системе один из гамма-квантов летит в направлении оси О'У', а другой - в противоположном. Полная энергия частицы равна $E=135$ ГэВ (энергия покоя $mc^2 = 0.135$ ГэВ). Найдите угол α между направлениями разлета этих гамма-квантов в лабораторной системе отсчета.

22. Два ядра свинца летят навстречу друг другу с одинаковыми скоростями и сталкиваются. При столкновении рождаются тысячи разных частиц, которые разлетаются изотропно в системе центра масс. Полная энергия каждого ядра в лабораторной системе отсчета равна $E = 2.87 \cdot 10^5$ ГэВ (энергия покоя $mc^2 = 195$ ГэВ). Скорости разлета частиц в системе центра масс приближенно равны $V = 0.9999 \cdot c$. Найдите угол α раствора конуса, в котором летит 99% всех частиц в системе отсчета, связанной с одним из ядер.

23. Нестабильные частицы (нейтральные пи-мезоны) летят со скоростью $V = 0.9999 \cdot c$ в направлении оси ОХ лабораторной системы отсчета и распадаются на два гамма-кванта. В системе отсчета, связанной с каждой частицей, направление разлета гамма-квантов противоположны и распределены равномерно по всем углам. Найдите угол α раствора конуса, в котором летит 75% всех гамма-квантов в лабораторной системе отсчета.

24. В ускорителе (большом адронном коллайдере) протоны из-за воздействия магнитного поля движутся по окружности радиуса $R = 4.3$ км. Индукция магнитного поля равна $B=5.43$ Тл и ее вектор направлен перпендикулярно к

плоскости траектории. Найдите полную энергию E протона. Энергия покоя протона $mc^2 = 0.94$ ГэВ, заряд $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

25. В космическом пространстве протон движется по окружности в плоскости перпендикулярной линиям индукции магнитного поля, которая равна $B = 2 \cdot 10^{-10}$ Тл. Полная энергия протона равна $E = 10^7$ ГэВ. Найдите радиус R этой окружности. Энергия покоя протона $mc^2 = 0.94$ ГэВ, заряд $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

26. Электрон начинает двигаться по прямой с постоянным ускорением в сопутствующей системе отсчета и через некоторое время t достигает скорости $V = 0.9999 \cdot c$. Если бы электрон двигался с постоянным ускорением, той же величины в соответствии с законами кинематики Ньютона, той же скорости он достиг бы он достиг бы за время t_H . Найдите отношение t/t_H этих времен.

27. В ускорителе электрон (энергия покоя $mc^2 = 0,511$ МэВ) начинает двигаться по прямой с постоянным ускорением в сопутствующей системе отсчета и достигает энергии $E = 511$ ГэВ. Длина этого ускорителя равна l . Если бы электрон двигался с постоянным ускорением той же величины в соответствии с законами кинематики Ньютона, то той же энергии E он достиг бы в ускорителе длины l_H . Во сколько раз длина релятивистского ускорителя l превышает длину l_H ускорителя, основанного на законах Ньютона?

28. Электрон (энергия покоя $mc^2 = 0,511$ МэВ) начинает двигаться по прямой с постоянным ускорением в сопутствующей системе отсчета и достигает энергии $E = 511$ ГэВ за время $t = 10^{-4}$ с в лабораторной системе отсчета. Найдите собственное время t' , за которое электрон достигает этой энергии E .

29. Первую половину пути длины $L = 8$ световых лет до некоторой планеты ракета движется с постоянным ускорением $a = g$ в сопутствующей системе

отсчета, а вторую половину - с постоянным ускорением $a=-g$ найдите собственное время t' , за которое ракета долетит до планеты.

30. Протон с полной энергией $E = 9.4 \cdot 10^3$ (энергия покоя $mc^2 = 0.94$ ГэВ) и огромное плазменное облако движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. Из-за воздействия магнитного поля протон абсолютно упруго отражается от облака. Найдите полную энергию E_0 этого отраженного протона в лабораторной системе отсчета.

31. Две частицы летели одна за другой по прямой с одинаковой скоростью $V = 0.6 \cdot c$ в лабораторной системе отсчета и попали в неподвижную мишень с интервалом времени $\Delta t = 50$ нс. Найдите расстояние l' между частицами в системе отсчета, в которой они покоились столкновения с мишенью.

32. Две частицы летят по прямой в одном направлении с одинаковыми скоростями скоростью $V = 0.99 \cdot c$ в лабораторной системе отсчета. Расстояние между ними в этой системе отсчета $l = 120$ м. В системе отсчета, связанной с частицами, эти частицы распались одновременно. Найдите промежуток времени Δt между моментами распада частиц в лабораторной системе координат.

33. Частица, полная энергия которой равна E , движется со скоростью $V=c$. Найдите массу m этой частицы.

34. Частица, полная энергия которой равна $E=9.9$ ГэВ движется со скоростью $V = 0.9999 \cdot c$. Найдите энергию покоя mc^2 этой частицы.

35. Два протона летят навстречу друг другу. Полная энергия каждого протона в лабораторной системе отсчета равна $E = 7 \cdot 10^3$ ГэВ. Найдите энергию покоя Mc^2 этой системы протонов.

36. Ядро гелия ${}^4_2\text{He}$ состоит из двух протонов и двух нейтронов. Атомная масса гелия равна $m=4.002602$ а.е.м (1 а.е.м.=931.494 МэВ). Энергии покоя

протона , нейтрона и электрона равны соответственно $m_p c^2 = 938,272 \text{ МэВ}$, $m_n c^2 = 939,565 \text{ МэВ}$, $m_e c^2 = 0,511 \text{ МэВ}$. Найдите удельную энергию \mathcal{E} связи этого ядра.

37. Солнечная постоянная (плотность потока энергии, излучаемая Солнцем) равна $I = 1.36 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$. Расстояние от Солнца до Земли равно $R = 1.5 \cdot 10^8$ км. Найдите массу m вещества Солнца, которая превращается в энергию за одну секунду.

38. Две частицы летят навстречу друг другу со скоростями $V_1 = 0.5 \cdot c$ и $V_2 = 0.75 \cdot c$ в лабораторной системе отсчета. Найдите скорость $V_{отн}$ одной частицы относительно другой.

39. Первая частица летит со скоростью V_{1x} в направлении оси ОХ, а вторая - со скоростью V_{2y} вдоль оси ОУ в лабораторной системе отсчета. Найдите скорость $V_{отн}$ одной частицы относительно другой.

40. Частица летит со скоростью V_0 под углом θ к оси ОХ лабораторной системы отсчета. Под каким углом θ' к оси О'Х', параллельной оси ОХ летит эта частица в системе отсчета, которая движется со скоростью V относительно лабораторной системы отсчета в положительном направлении оси ОХ.

41. Нестабильная частица (нейтральный пи-мезон) летит вдоль некоторой оси в лабораторной системе отсчета и распадается на два фотона. В системе отсчета, связанной с частицей, эти фотоны летят в противоположных направлениях параллельно той же оси. Под каким углом α разлетаются фотоны в лабораторной системе отсчета?

42. Линейный размер галактики в лабораторной системе составляет величину $L = 10^5$ световых лет. Частица летит со скоростью, которая отличается от

скорости света на $\delta = 10^{-20}$ её величины. Каков размер галактики L' в системе отсчета, связанной с этой частицей?

43. Протон и электрон образуют атом водорода. Найдите энергию \mathcal{E} , которая выделяется в этой реакции.

Ответы.

$$1. V = c \cdot (c\Delta t / \Delta x) = -2.2 \cdot 10^8 \text{ м/с, где } \Delta t = t_1 - (t_2 - R/c); \Delta x = -R.$$

$$2. V = c(\beta_0 + a\sqrt{(1+a^2) - \beta_0^2}) / (1+a^2) = 1.8 \cdot 10^8 \text{ м/с, где } \beta_0 = c\Delta t / \Delta x;$$

$$a = c\Delta t' / \Delta x; \Delta t = t_1 - (t_2 - R/c); \Delta t' = t_1' - t_2'; \Delta x = -R.$$

$$3. V = c(\beta_0 + a\sqrt{(1+a^2) - \beta_0^2}) / (1+a^2) = -2.6 \cdot 10^8 \text{ м/с, где } \beta_0 = c\Delta t / \Delta x;$$

$$a = c\Delta t' / \Delta x; \Delta t = t_1 - (t_2 - R/c); \Delta t' = t_1' - t_2'; \Delta x = -R.$$

$$4. V = c / \sqrt{c^2\Delta t^2 / l^2 + 1} = 2.98 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

$$5. \Delta t' = \sqrt{c^2\Delta t^2 - \Delta x^2} / c = 13.3 \text{ нс}$$

$$6. \Delta x' = \sqrt{-(c^2\Delta t^2 - \Delta x^2)} = 4 \text{ м}$$

$$7. V = c\sqrt{1 - (mc^2 / (T + mc^2))^2} = 2.84 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

$$8. \Delta t = 0.5 \cdot t(g_0 R_0 / c^2)(R_0 / (R_0 + h)) = 7.7 \text{ мкс, где } t \text{ — длительность суток, } g_0 \text{ и } R_0 \text{ — ускорение свободного падения и радиус Земли.}$$

$$9. \Delta t' / \tau = h / c\tau(mc^2 / E) / \cos 60^\circ = 1.2$$

$$10. E = mc^2 / c\tau / \ln 2 = 1.25 \cdot 10^9 \text{ ГэВ}$$

$$11. \Delta t' = \Delta t / \sqrt{1 - (v/c)^2} = 7.07 \text{ мкс}$$

$$12. V = \sqrt{3} \cdot c / 2$$

$$13. N_2 = N_1 \cdot \exp\left(-(\Delta t / \tau) / \sqrt{1 - (v/c)^2}\right) = 6.5 \cdot 10^6$$

$$14. \Delta N = N_1 - \exp\left(- (L / c\tau) / \sqrt{(E / mc^2) - 1}\right) = 3.16 \cdot 10^4$$

$$15. l = (c\tau) \cdot \sqrt{(E / mc^2)^2 - 1} \cdot \ln(N / N_1) = 7.16 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$16. L = (c\tau) \cdot \sqrt{(E / mc^2)^2 - 1} \cdot \ln(N / (N - \Delta N)) = 82.2 \text{ м}$$

$$17. L_{\delta\theta} = (c\tau) \cdot \sqrt{1 - (mc^2 / E)^2} \cdot \ln(N_0 / N) = 7.8,$$

$$\text{где } N = 0.99 \cdot N_0$$

$$18. \gamma = \gamma_1\gamma_2 + \sqrt{(\gamma_1^2 - 1) \cdot (\gamma_2^2 - 1)} = 2 \cdot 10^8$$

$$19. E = mc^2 \left((E / mc^2)^2 - 1 \right) = 1.04 \cdot 10^8 \text{ ГэВ}$$

$$20. \alpha \approx \sqrt{1 - (V/c)^2} / (V/c) = 1.41 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 0.81^\circ$$

21. $\alpha = 2 \cdot \sqrt{(E/mc^2)^2 - 1} = 2 \cdot 10^{-4}$ рад
22. $\alpha \approx (V/c) \cdot \sin \theta_0 / \left(\sqrt{(E/mc^2)^2 - 1} - (V/c) \cdot (E/mc^2) \cdot \cos \theta_0 \right) = 6.7 \cdot 10^{-3}$,
где θ_0 определяется из условия $2\pi(1 + \cos \theta_0)/(4\pi) = 0.99$
23. $\alpha \approx \sqrt{1 - (V/c)^2} \sin \theta_0 / ((V/c) - \cos \theta_0) = 2.45 \cdot 10^{-2}$ рад
где θ_0 определяется из условия $2\pi(1 + \cos \theta_0)/(4\pi) = 0.75$
24. $E = e \cdot c \cdot B \cdot R = 7.0 \cdot 10^3$ ГэВ
25. $R = E/(ecB) = 1.7 \cdot 10^{17}$
26. $t/t_H = 1/\sqrt{1 - (V/c)^2} = 70.7$
27. $l/l_H = 2(E/mc^2)^2 / (E/mc^2 + 1) = 2 \cdot 10^3$
28. $t' = \left(t / \sqrt{(E/mc^2)^2 - 1} \right) \cdot \ln(2\sqrt{(E/mc^2)^2 - 1}) \approx 2 \cdot 10^3$
29. $t' = 2(c/g) \ln \left(0.5L(g/c^2) + 1 + \sqrt{(0.5Lg/c^2 + 1)^2 - 1} \right) \approx 4.44$ года
30. $E_0 = mc^2 \cdot (4(E/mc^2)^3 - 3(E/mc^2)) = 3.76 \cdot 10^{12}$ ГэВ
31. $l' = V \cdot \Delta t / \sqrt{1 - (V/c)^2} = 11.25$
32. $\Delta t = (l/V)(V/c)^2 \cdot / (1 - (V/c)^2) = 19.9$ мкс
33. $m = \sqrt{E^2 - (V \cdot E/c^2)^2} \cdot c^2 / c^2 = 0$
34. $mc^2 = E \cdot \sqrt{1 - (V/c)^2} = 0.14$ ГэВ
35. $Mc^2 = \sqrt{(E + E)^2 - (p - p)^2} c^2 = 1.4 \cdot 10^4$ ГэВ
36. $\mathcal{E} = (2(m_p + m_H) - (m - 2m_e))c^2 / 4 = 7.07$ МэВ
37. $m = 4\pi R^2 I \Delta t / c^2 = 4.3 \cdot 10^9$ кг
38. Скорость 1-й относительно второй $V_{omn} = (V_1 + V_2) / (1 + V_1 V_2 / c^2) = 0.91 \cdot c$
39. Скорость 2-й относительно первой $V_{omn} = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{2y}^2} / (1 - (V_{1x}/c)^2)$
40. $\theta' = \arctg \left(\frac{V_0 \sin \theta \sqrt{1 - (V/c)^2}}{(V_0 \cos \theta - V)} \right)$
41. $\alpha = \pi$
42. $L' = L / \sqrt{1 - (1 - \delta)^2} = 1.33 \cdot 10^8$ км
43. $\mathcal{E} = 13.6$ эВ