

Механика

Лекция 20

kosareva@physics.msu.ru



Лекция 20

План

Глава 7. Колебания

П.7.5. Нелинейные колебания.

П.7.6. Параметрические колебания.

П.7.7. Автоколебания.

Глава 8. Волны



П.7.5. Нелинейные колебания.

$$\ddot{x}_1 + f(x) = 0$$

$$f(x) = f_1 \cdot x + f_2 \cdot x^2 + f_3 \cdot x^3 + \dots$$

П.7.5. Нелинейные колебания.

$$\psi = \psi_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) + \varepsilon \cdot \cos(3(\omega t + \varphi))$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \omega_0^2\psi - \frac{1}{6}\omega_0^2\psi^3 = 0$$

$$\begin{aligned} & \cos(\omega t + \varphi) \left[-\omega^2\psi_0 + \omega_0^2\psi_0 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}\omega_0^2\psi_0^3 \cdot 3 \right] + \\ & \cos(3(\omega t + \varphi)) \left[\omega_0^2\psi_0\varepsilon + \varepsilon(-9\omega^2)\psi_0 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}\omega_0^2\psi_0^3 \right] = 0 \end{aligned}$$



Лекция 20

План

Глава 7. Колебания

П.7.5. Нелинейные колебания.

П.7.6. Параметрические колебания.

П.7.7. Автоколебания.

Глава 8. Волны

П.7.6. Параметрические колебания.

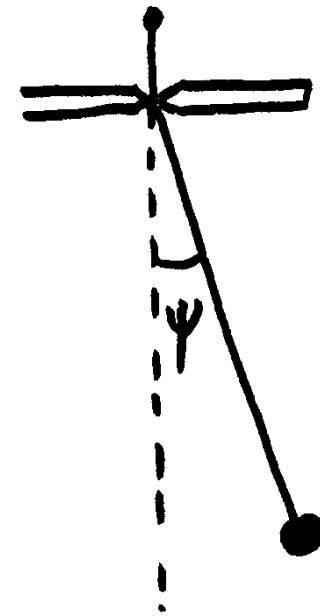
$$\ddot{x} + \chi_1(t)\dot{x} + \chi_2(t)x = 0$$

Пример. Математический маятник.

$$2(A^+ + A^-) + A_{mp} = 0$$

$$\psi = \psi_0 \cos \omega t$$

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{16} \psi_0^2 \right)$$



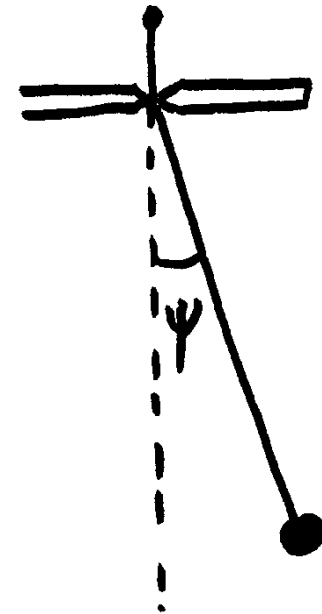
П.7.6. Параметрические колебания.

$$\ddot{x} + \chi_1(t)\dot{x} + \chi_2(t)x = 0$$

Пример. Математический маятник.

$$\frac{mv^2}{l} = T_1 - mg$$

$$T_1 = m \left(\frac{v^2}{l} + g \right)$$

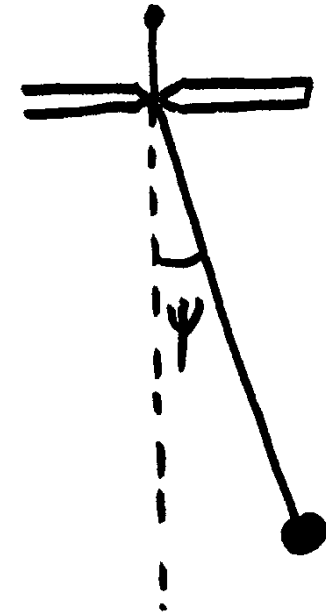


П.7.6. Параметрические колебания.

Пример. Математический маятник.

$$T_1 = m \left(\frac{v^2}{l} + g \right)$$

$$A^+ = T_1 \cdot \Delta l = \left(mg + \frac{mv^2}{l} \right) \cdot \Delta l$$



$$v^2 = \psi_0^2 \omega^2 l^2 = \psi_0^2 \omega_0^2 l^2 \left(1 - \frac{\psi_0^2}{16} \right)^2 \approx \psi_0^2 \omega_0^2 l^2 \left(1 - \frac{\psi_0^2}{8} \right)$$

П.7.6. Параметрические колебания.

Пример. Математический маятник.

$$A^+ = T_1 \cdot \Delta l = \left(mg + \frac{mv^2}{l} \right) \cdot \Delta l \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l}$$
$$v^2 = \psi_0^2 \omega^2 l^2 = \psi_0^2 \omega_0^2 l^2 \left(1 - \frac{\psi_0^2}{16} \right)^2 \approx \psi_0^2 \omega_0^2 l^2 \left(1 - \frac{\psi_0^2}{8} \right)$$

$$A^+ = T_1 \cdot \Delta l = \left(mg + \frac{m\psi_0^2 \omega^2 l^2}{l} \right) \cdot \Delta l = \left(mg + \frac{m\psi_0^2 \omega_0^2 l^2}{l} \right) \cdot \Delta l$$

$$= \left(mg + m\psi_0^2 \omega_0^2 l \left(1 - \frac{\psi_0^2}{8} \right) \right) \cdot \Delta l = mg \left(1 + \psi_0^2 - \frac{\psi_0^4}{8} \right) \cdot \Delta l$$

П.7.6. Параметрические колебания.

$$2(A^+ + A^-) + A_{mp} = 0$$

$$A^- = -mg \cos \psi_0 \cdot \Delta l = -mg \left(1 - \frac{\psi_0^2}{2} + \frac{\psi_0^4}{24} \right) \cdot \Delta l$$

$$A^+ = mg \left(1 + \psi_0^2 - \frac{\psi_0^4}{8} \right) \cdot \Delta l$$

П.7.6. Параметрические колебания.

$$A^- = -mg \cos \psi_0 \cdot \Delta l = -mg \left(1 - \frac{\psi_0^2}{2} + \frac{\psi_0^4}{24} \right) \cdot \Delta l$$

$$A^+ = mg \left(1 + \psi_0^2 - \frac{\psi_0^4}{8} \right) \cdot \Delta l$$

$$2(A^+ + A^-) = mg \Delta l \left(1 + \psi_0^2 - \frac{\psi_0^4}{8} - 1 + \frac{\psi_0^2}{2} - \frac{\psi_0^4}{24} \right)$$

$$2(A^+ + A^-) = 3mg \Delta l \psi_0^2 \left(1 - \frac{\psi_0^2}{9} \right)$$

П.7.6. Параметрические колебания.

$$2(A^+ + A^-) + A_{mp} = 0$$

$$\begin{aligned} A_{mp} &= \int_0^T F_{mp} v dt = - \int_0^T h v^2 dt = \\ &= -h(\psi_0 l \omega)^2 \int_0^T \sin^2(\omega t + \varphi) \cdot dt = \\ &= -\frac{1}{2} h(\psi_0 l \omega)^2 T = -h \psi_0^2 l^2 \frac{2\pi}{2} \omega \end{aligned}$$

П.7.6. Параметрические колебания.

$$2(A^+ + A^-) + A_{mp} = 0$$

$$\begin{aligned} A_{mp} &= -h \psi_0^2 l^2 \frac{2\pi}{2} \omega = \\ &= -2\pi m g \delta l \psi_0^2 \frac{l}{\omega_0^2} \omega_0 \left(1 - \frac{1}{16} \psi_0^2 \right) = \\ &= -m g l \frac{2\pi \delta}{\omega_0} \psi_0^2 \left(1 - \frac{1}{16} \psi_0^2 \right) \end{aligned}$$

П.7.6. Параметрические колебания.

$$2(A^+ + A^-) + A_{mp} = 0$$

$$2(A^+ + A^-) = 3mg\Delta l \psi_0^2 \left(1 - \frac{\psi_0^2}{9} \right)$$

$$A_{mp} = -mgl \frac{2\pi\delta}{\omega_0} \psi_0^2 \left(1 - \frac{1}{16} \psi_0^2 \right)$$

П.7.6. Параметрические колебания.

$$2(A^+ + A^-) + A_{mp} = 0$$

$$3\Delta l \left(1 - \frac{\psi_0^2}{9}\right) = l \frac{2\pi\delta}{\omega_0} \left(1 - \frac{1}{16}\psi_0^2\right) = l \frac{\pi}{Q} \left(1 - \frac{1}{16}\psi_0^2\right)$$

$$3\Delta l \left(1 - \frac{\psi_0^2}{9}\right) = l \frac{\pi}{Q} \left(1 - \frac{1}{16}\psi_0^2\right)$$

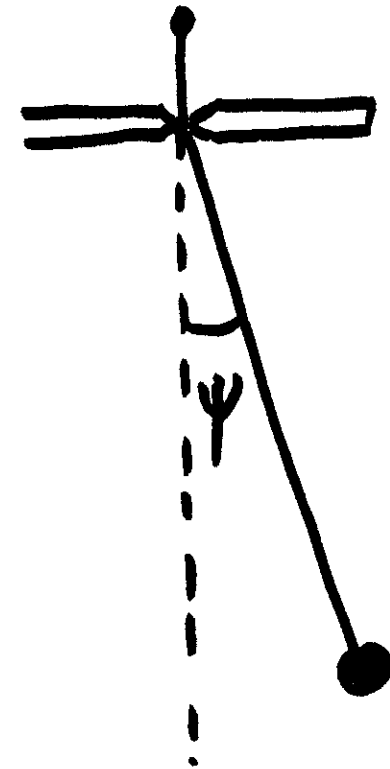
$$3\frac{\Delta l}{l} > \frac{\pi}{Q}, \quad \frac{\Delta l}{l} > \frac{1}{Q}$$

П.7.6. Параметрические колебания.

$$2(A^+ + A^-) + A_{mp} = 0$$

$$\frac{\Delta l}{l} > \frac{1}{Q}$$

$$\psi_0 = 3 \sqrt{1 - \frac{\pi}{3Q \cdot \Delta l / l}}$$





Лекция 20

План

Глава 7. Колебания

П.7.5. Нелинейные колебания.

П.7.6. Параметрические колебания.

П.7.7. Автоколебания.

Глава 8. Волны

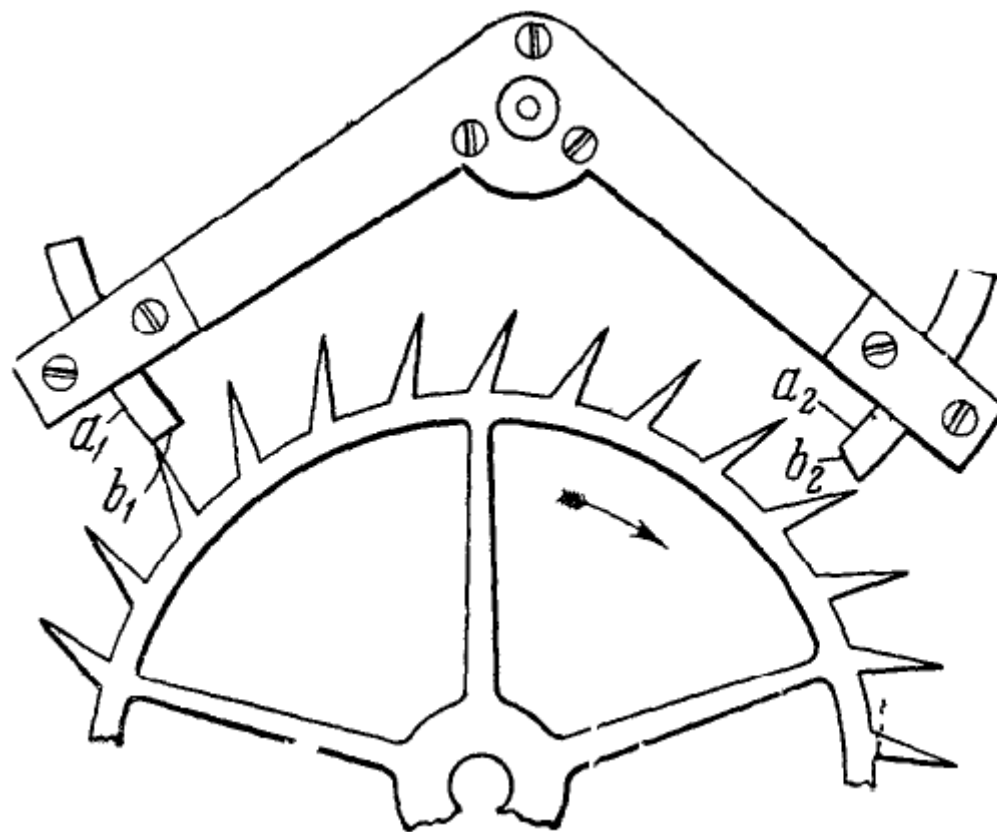


П.7.7. Автоколебания.

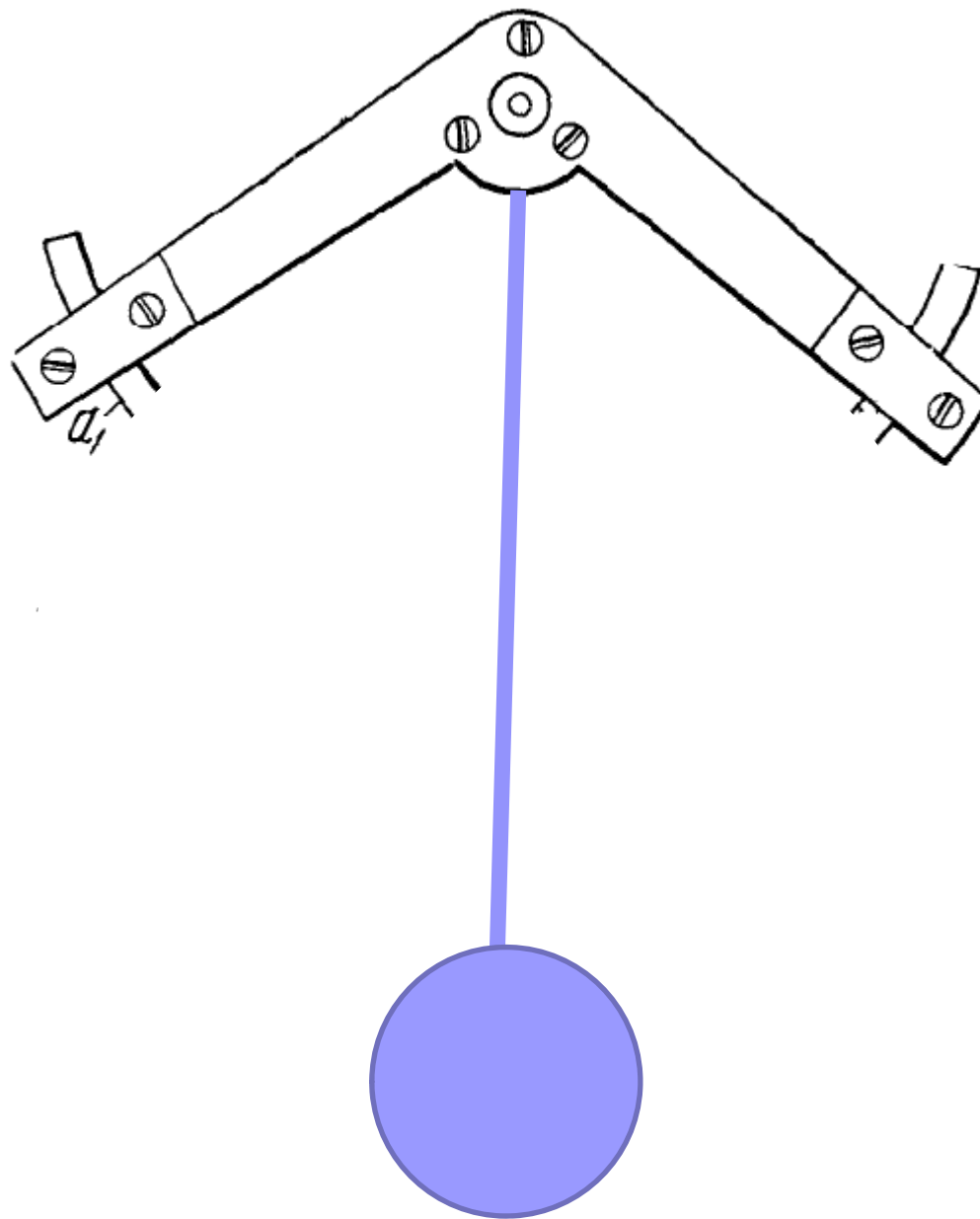
Автоколебания - незатухающие колебания, поддерживаемые внешними источниками энергии, в нелинейной диссипативной системе, внешний вид и свойства которых определяются самой системой.

(Физический энциклопедический словарь)

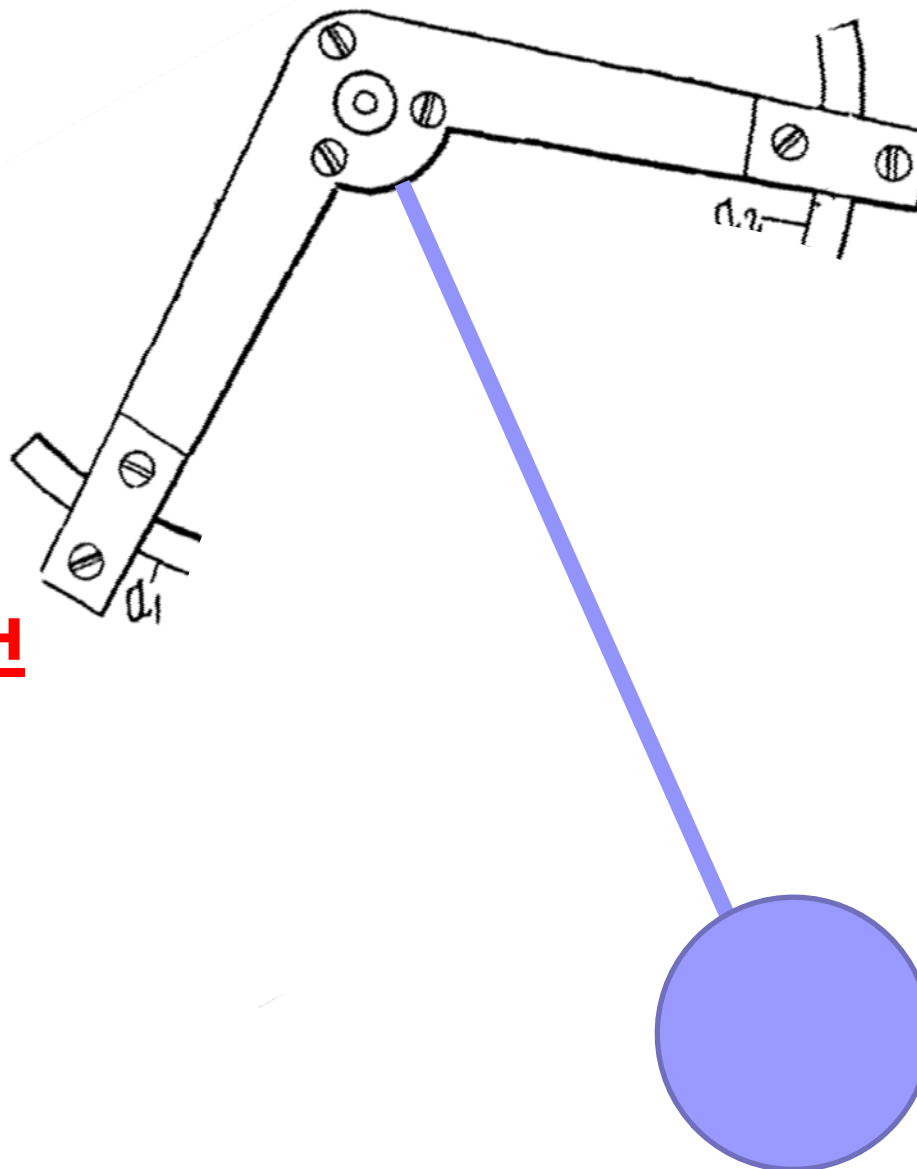
Анкерный механизм



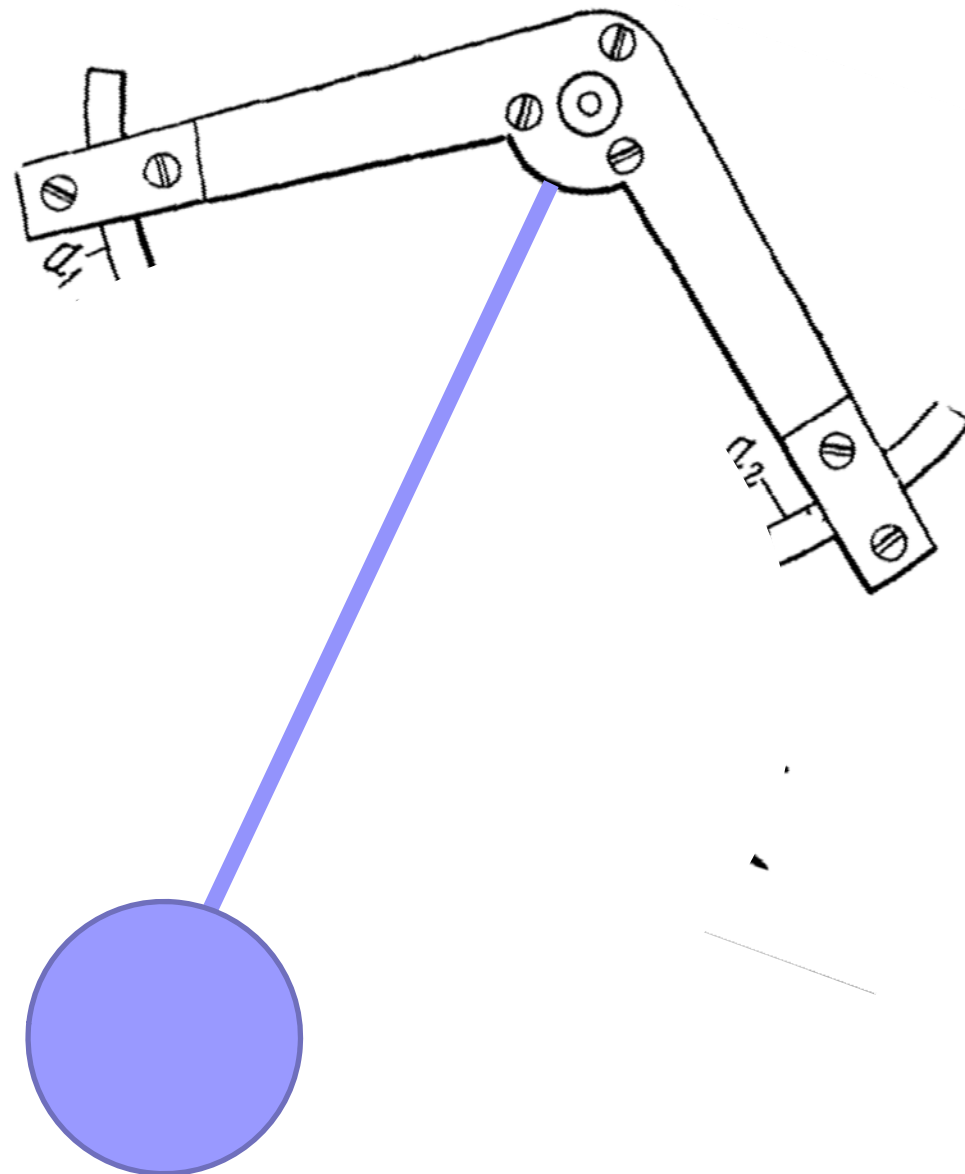
Маятник
снабжен
равноплечим
рычагом -
анкером



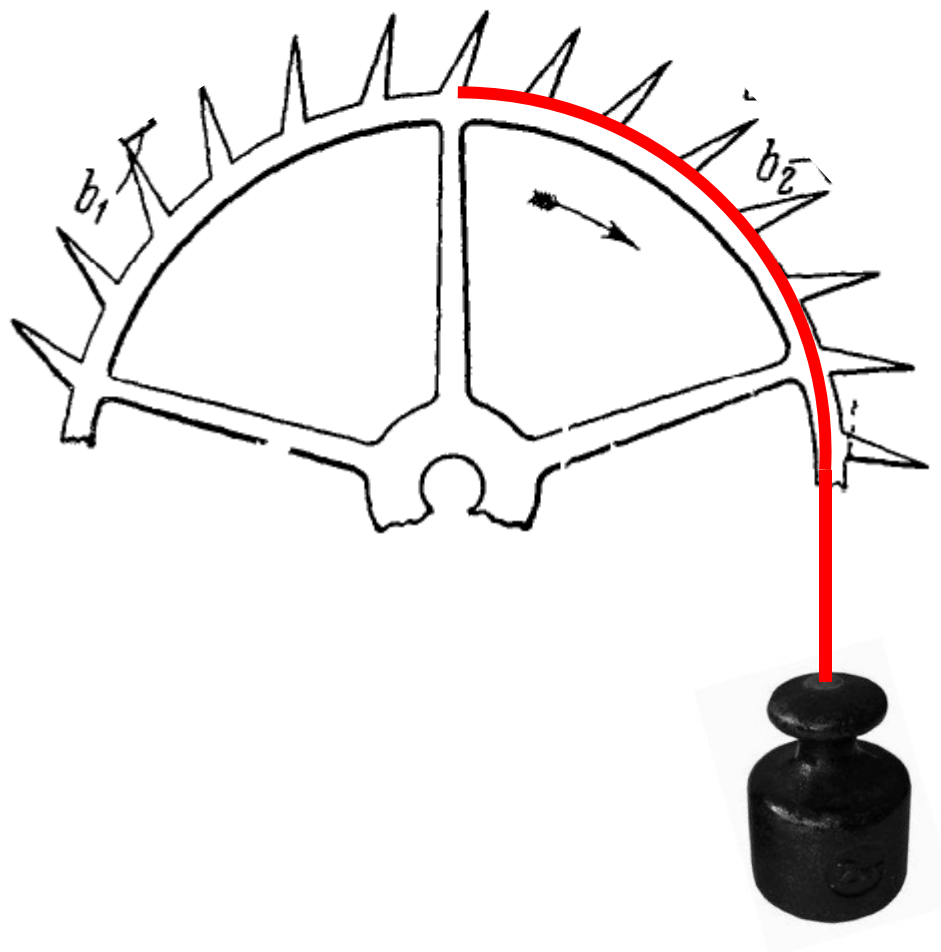
**Маятник
снабжен
равноплечим
рычагом –
анкером
и жестко связан
с анкером**



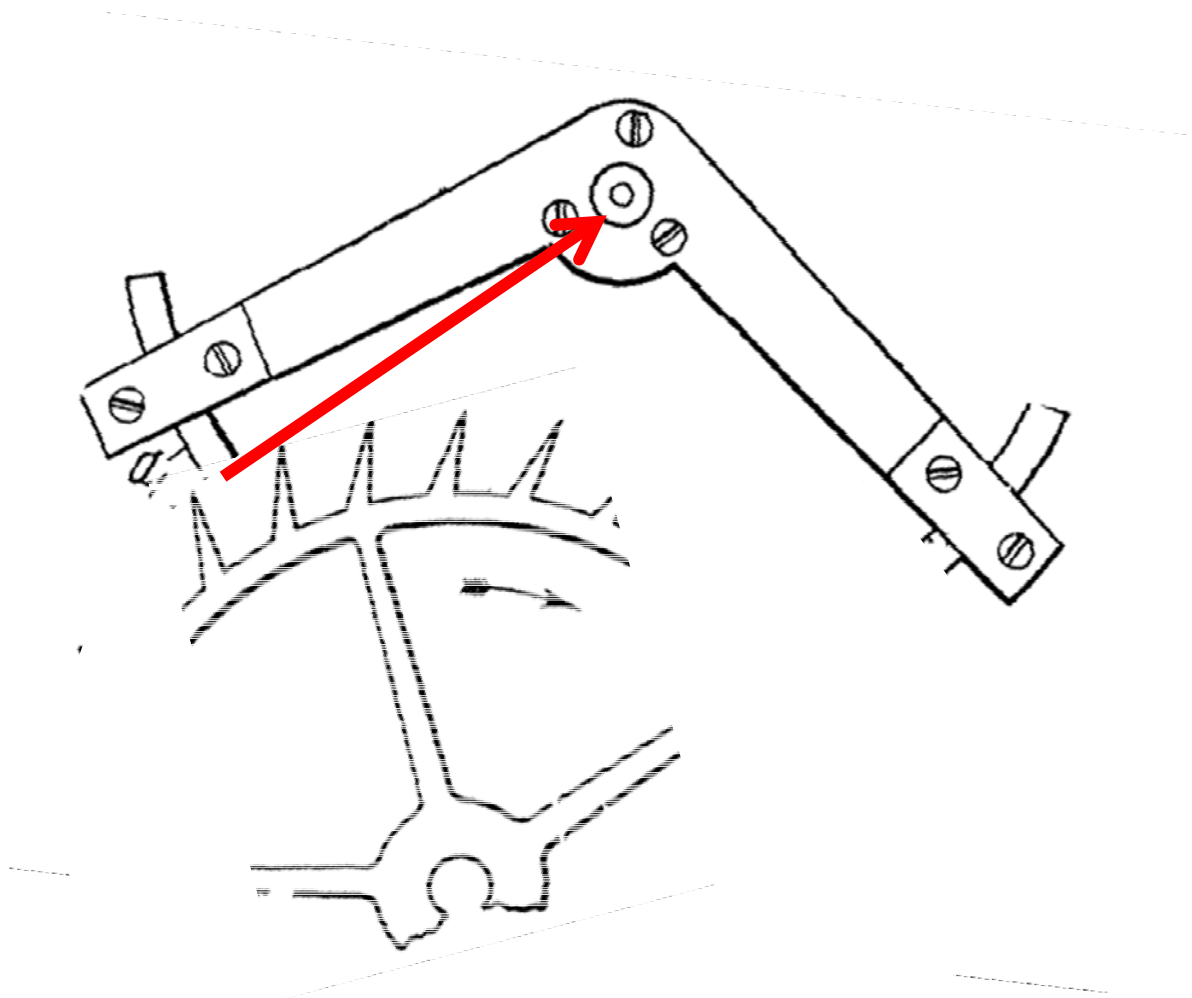
**Маятник
снабжен
равноплечим
рычагом –
анкером
и жестко связан
с анкером**



Ходовое колесо
приводится в
движение гирей



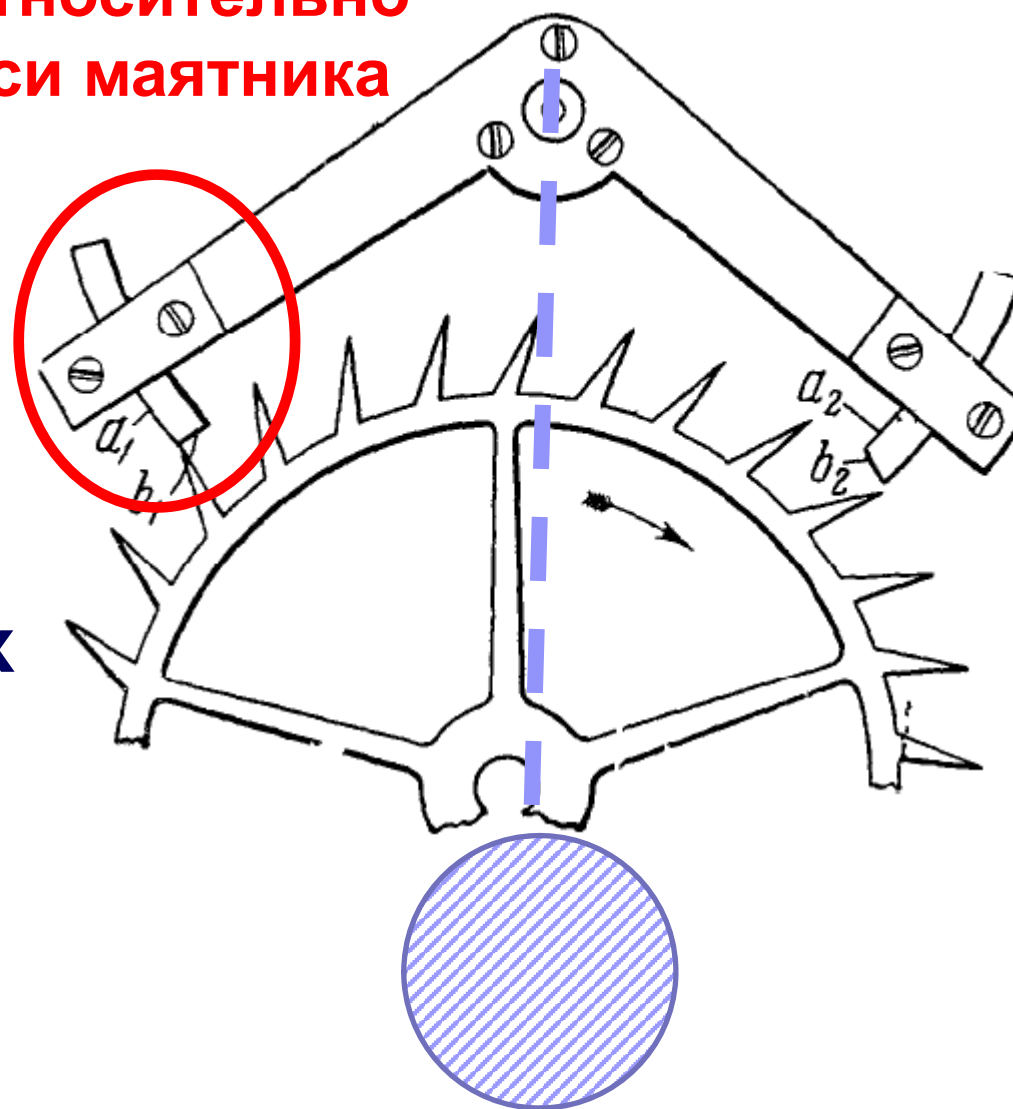
Палетта
запирает
маятник, если
он не в
положении
равновесия.
Момент сил
равен нулю.



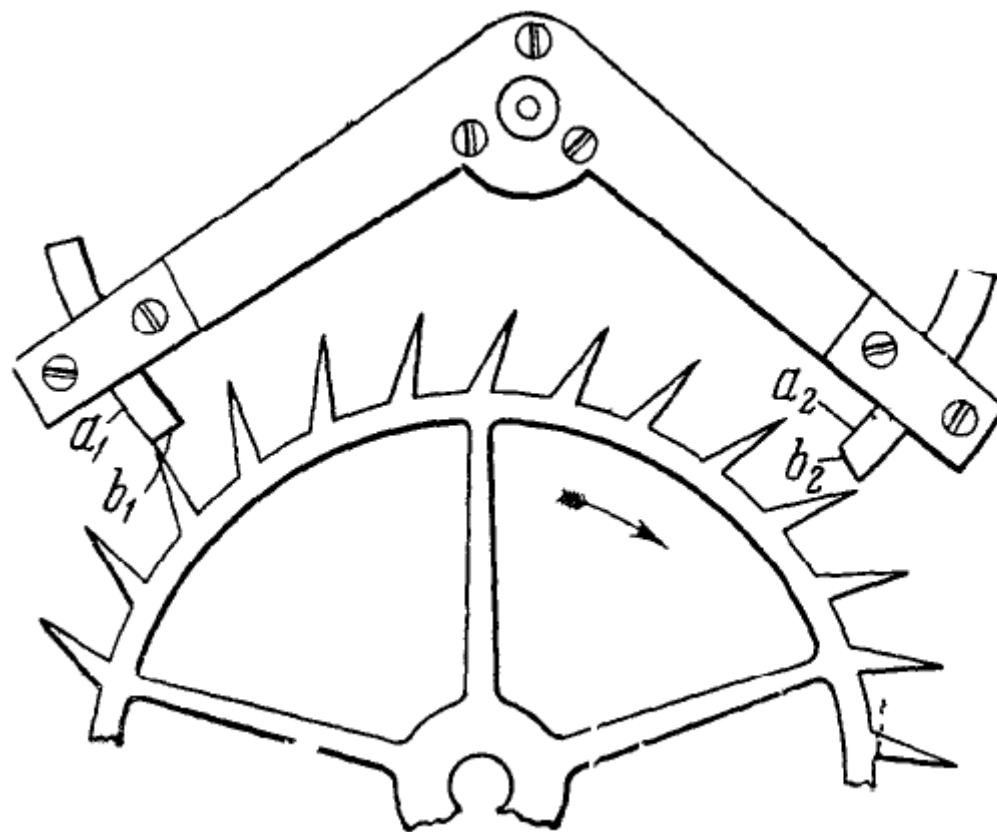
Палетта

подталкивает
маятник в
вертикальном
положении и
запирает во
всех остальных

Есть момент
силы
относительно
оси маятника

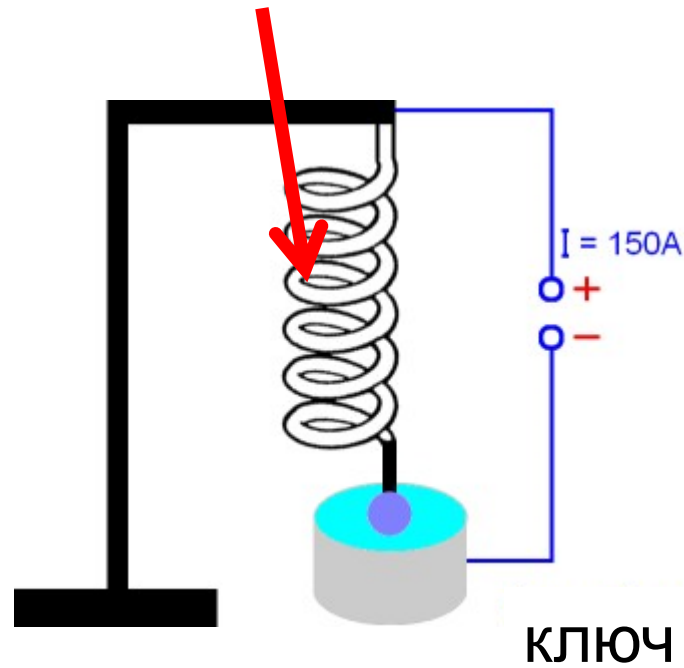


Анкерный механизм

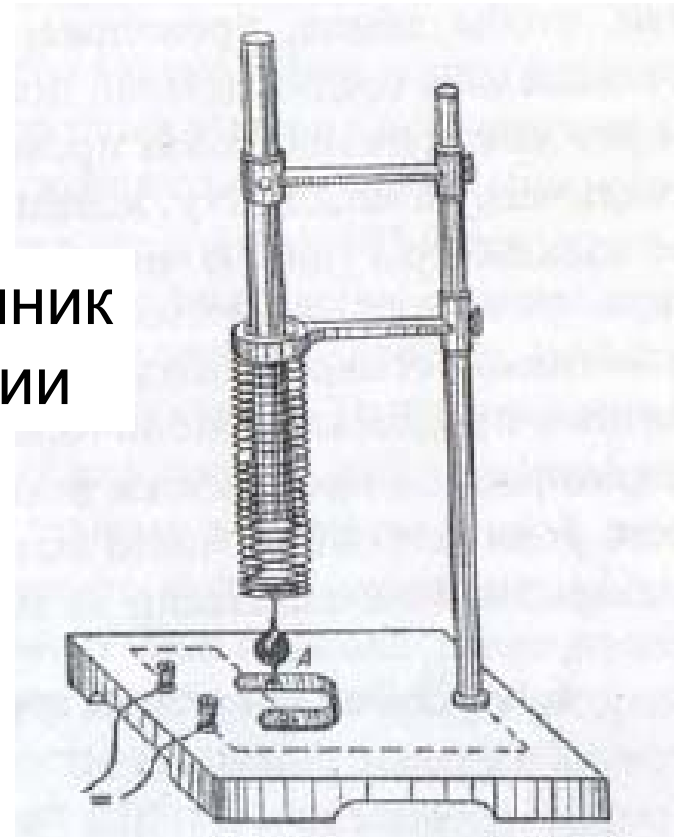


П.7.7. Автоколебания. Спираль Роже

Обратная связь



Источник энергии





Лекция 20

План

Глава 7. Колебания

П.7.5. Нелинейные колебания.

П.7.6. Параметрические колебания.

П.7.7. Автоколебания.

Глава 8. Волны

П.8.1. Распространение импульса в среде. Волновое уравнение

П.8.1.1. Распространение импульса в среде. Бегущие волны. Волновое уравнение.

П.8.1.2. Волны на струне.

П.8.1.3. Продольные волны в стержне

П.8.1.4. Волны в жидкости и газе

П.8.1.5. Волны смещений, скоростей, деформаций, напряжений.

П.8.2. Плотность и поток энергии в бегущей волне. Вектор Умова.