Механика

Лекция 6

kosareva@physics.msu.ru

Лекция 6

План

Глава 2. Законы сохранения в простейших системах

П.2.1.3. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского Формула Циолковского.

П.2.2. Механическая энергия.

П.2.2.3. Консервативные силы. Поле сил. Потенциальная энергия материальной точки.

П.2.2.4. Потенциальная энергия м.т. в поле силы тяжести.

П.2.2.5. Потенциальная энергия м.т. в поле упругих сил.

П.2.2.6. Потенциальная энергия м.т. в гравитационном (кулоновском) поле.

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.

П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

П.2.3. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

Глава 3 Неинерциальные системы отсчета.

П.3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

П.3.2. Проявление сил инерции на Земле.

П.2.1.3. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского Формула Циолковского.

$$\vec{P}_к - \vec{P}_н = \vec{F}\,dt$$

$$\vec{P}_к = (m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm\vec{v}_1$$

$$\vec{P}_н = m\vec{v}$$

Здесь ***dm > 0*** и является массой вылетевших газов, ***m-dm - масса ракеты***

$\vec{v}_1$ скорость вылетевших газов относительно неподвижной системы отсчета

П.2.1.3. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского Формула Циолковского.

тогда

$$m d\vec{v} + dm\vec{u} = \vec{F}\,dt$$

$$\vec{u} = \vec{v}_1 - \vec{v}$$

скорость вылетевших газов
относительно ракеты

Считаем, что время взаимодействия dt очень мало

$$m d\vec{v} = -dm\vec{u}$$

Здесь ***m* –масса ракеты, *dm* > *0*** - масса вылетевших газов

П.2.1.3. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского Формула Циолковского.

Тогда чтобы решать дифференциальное уравнение относительно массы m, нужно чтобы dm тоже относилось к ракете, а не к газам.
Значит меняем знак dm:

$$m' d\vec{v} = dm' \vec{u}$$

Здесь ***m=m' – масса ракеты, dm' < 0*** - уменьшение массы ракеты

П.2.1.3. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского Формула Циолковского.

Тогда выбираем направление оси вдоль увеличения скорости ракеты :

$$m' d\vec{v} = dm' \vec{u}$$

Здесь ***m=m' – масса ракеты,***

dm' = -dm < 0 - уменьшение массы ракеты, dm>0 - масса газов

П.2.1.3. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского Формула Циолковского.

Тогда выбираем направление оси вдоль увеличения скорости ракеты :

$$m'dv = -dm'u$$

Здесь ***m=m' – масса ракеты,***

dm' = -dm < 0 - уменьшение массы ракеты, dm>0 - масса газов

П.2.1.3. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского Формула Циолковского.

Тогда выбираем направление оси вдоль увеличения скорости ракеты :

$$\frac{dm'}{m'} = -\frac{dv}{u}$$

Здесь ***m=m' – масса ракеты,***
dm' = -dm < 0 - уменьшение массы ракеты, dm>0 - масса газов

П.2.1.3. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского Формула Циолковского.

Тогда выбираем направление оси вдоль увеличения скорости ракеты :

$$m' = m_0 \exp\left(-\frac{v_k}{u}\right)$$

Здесь ***m=m' – масса ракеты,***

dm' = -dm < 0 - уменьшение массы ракеты, dm>0 - масса газов

Лекция 6
План

Глава 2. Законы сохранения в простейших системах

П.2.1.3. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского Формула Циолковского.

П.2.2. Механическая энергия.

П.2.2.3. Консервативные силы. Поле сил. Потенциальная энергия материальной точки.

П.2.2.4. Потенциальная энергия м.т. в поле силы тяжести.

П.2.2.5. Потенциальная энергия м.т. в поле упругих сил.

П.2.2.6. Потенциальная энергия м.т. в гравитационном (кулоновском) поле.

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.

П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

П.2.3. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

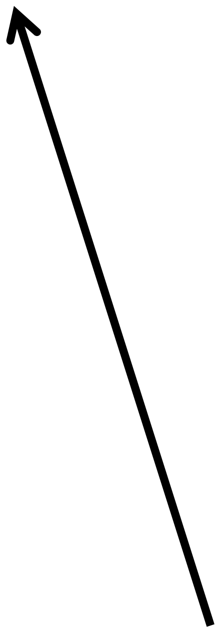
Глава 3 Неинерциальные системы отсчета.

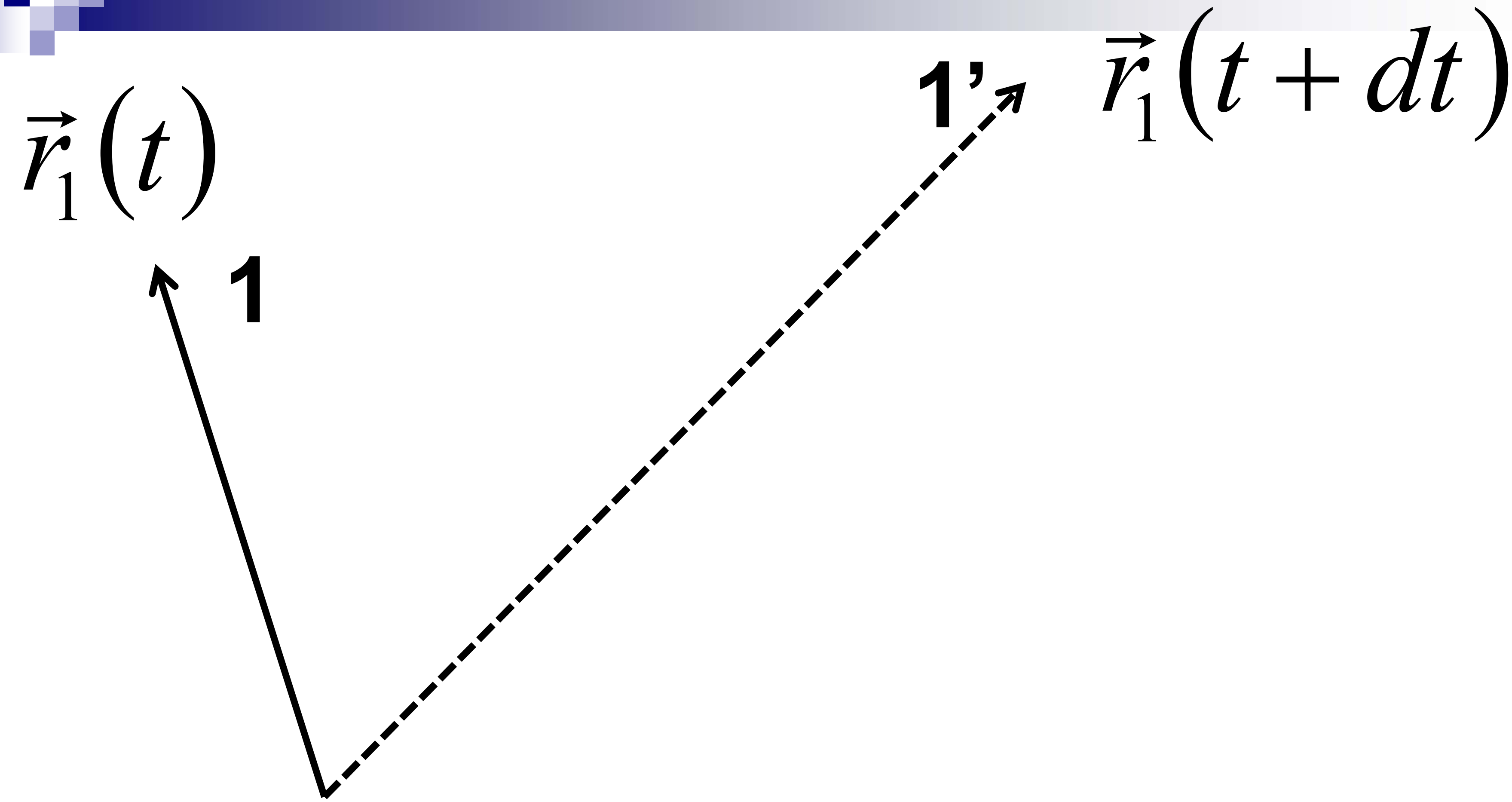
П.3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

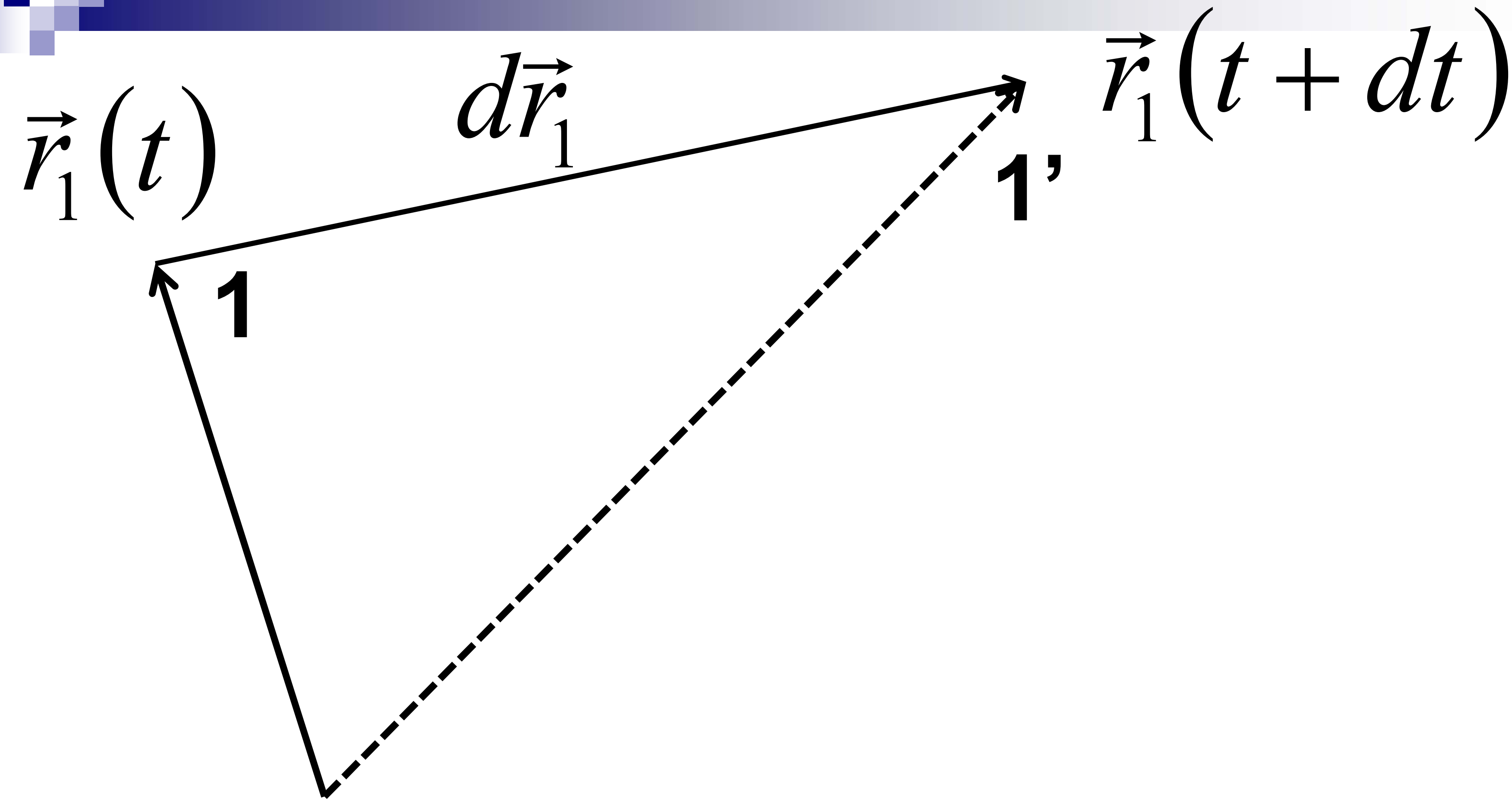
П.3.2. Проявление сил инерции на Земле.

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.

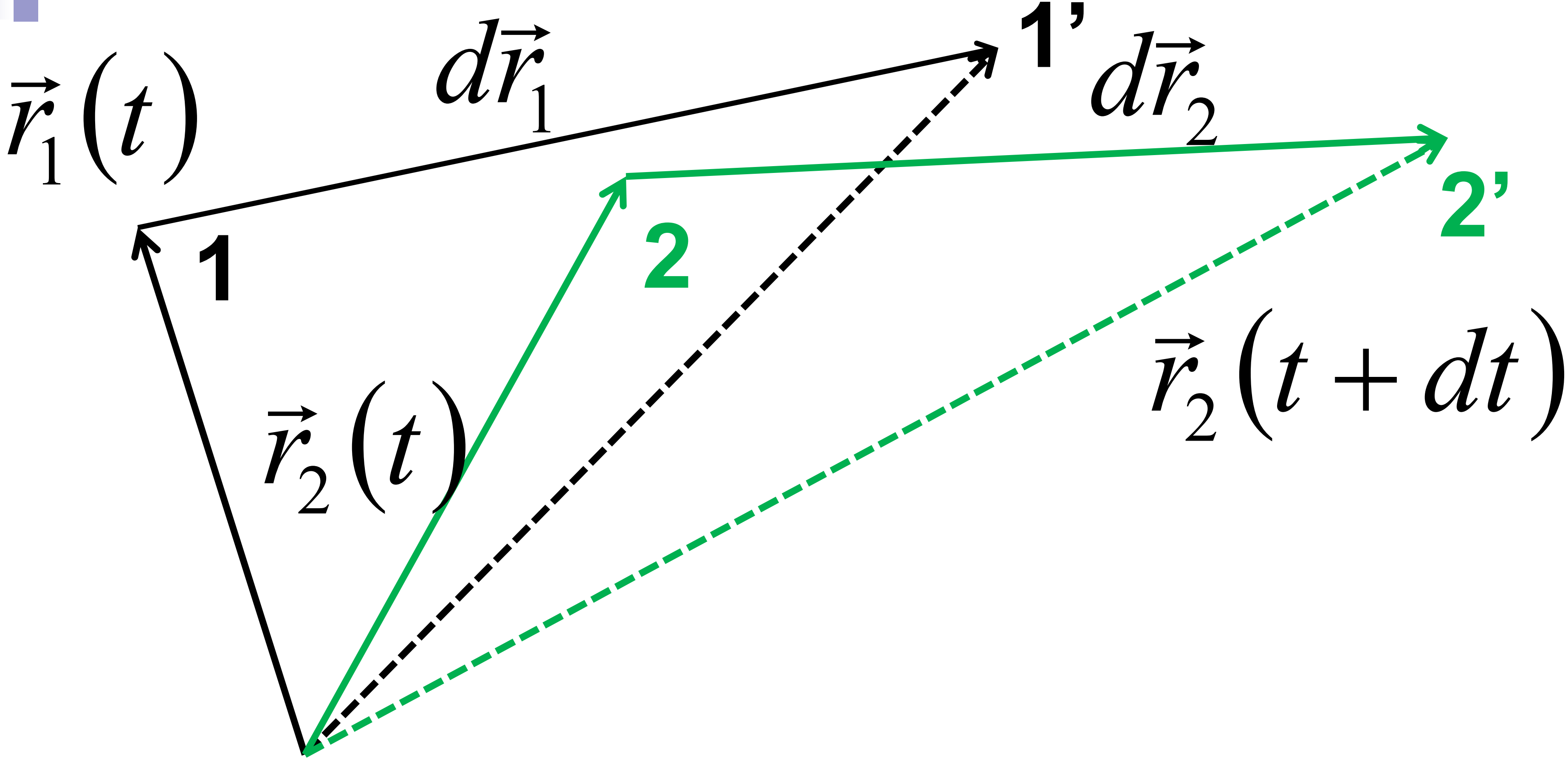
$$\vec{r}_1(t)$$



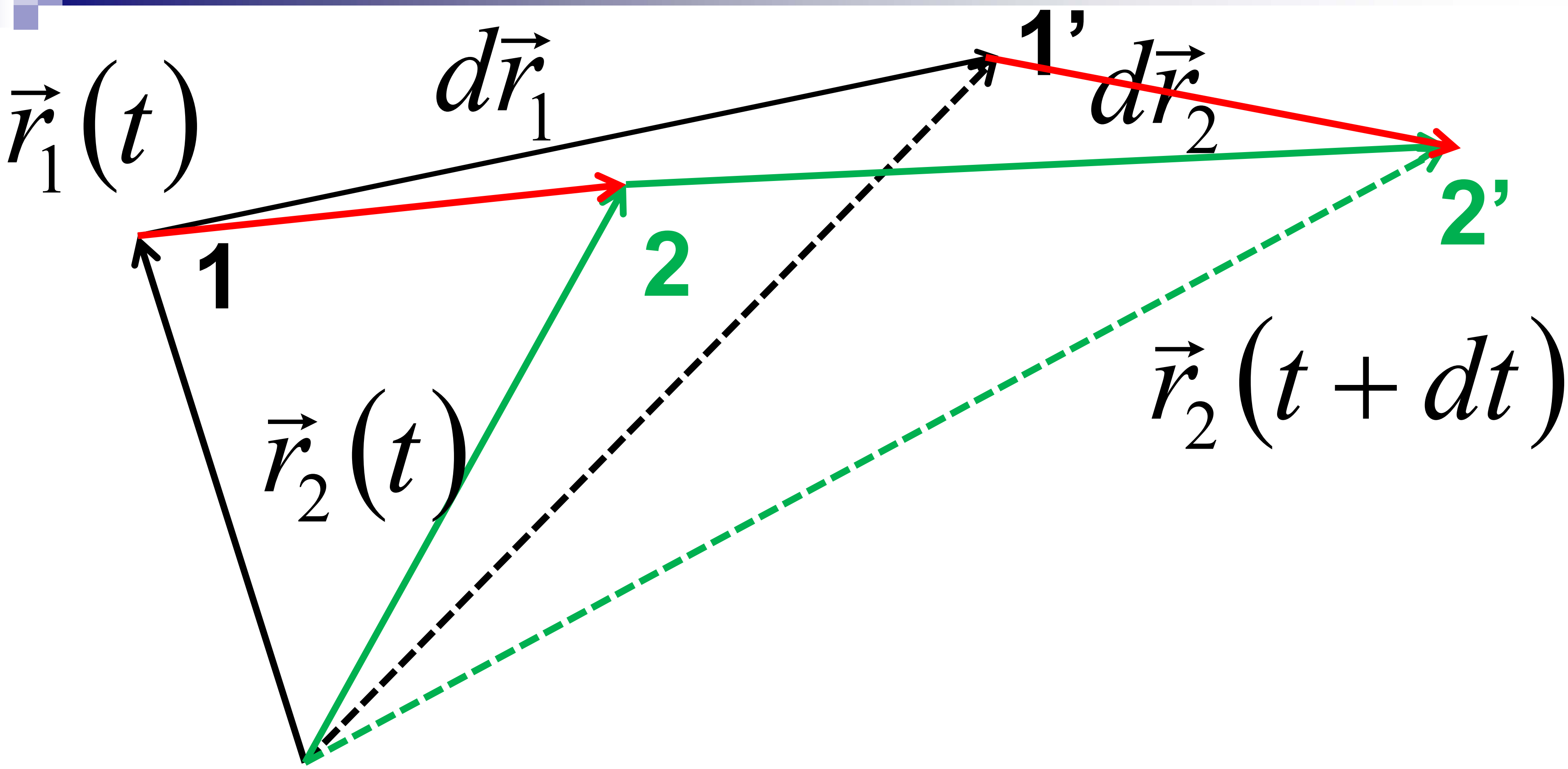

$\vec{r}_1(t)$
1
1'
$\vec{r}_1(t+dt)$



$$d\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t+dt) - \vec{r}_1(t)$$

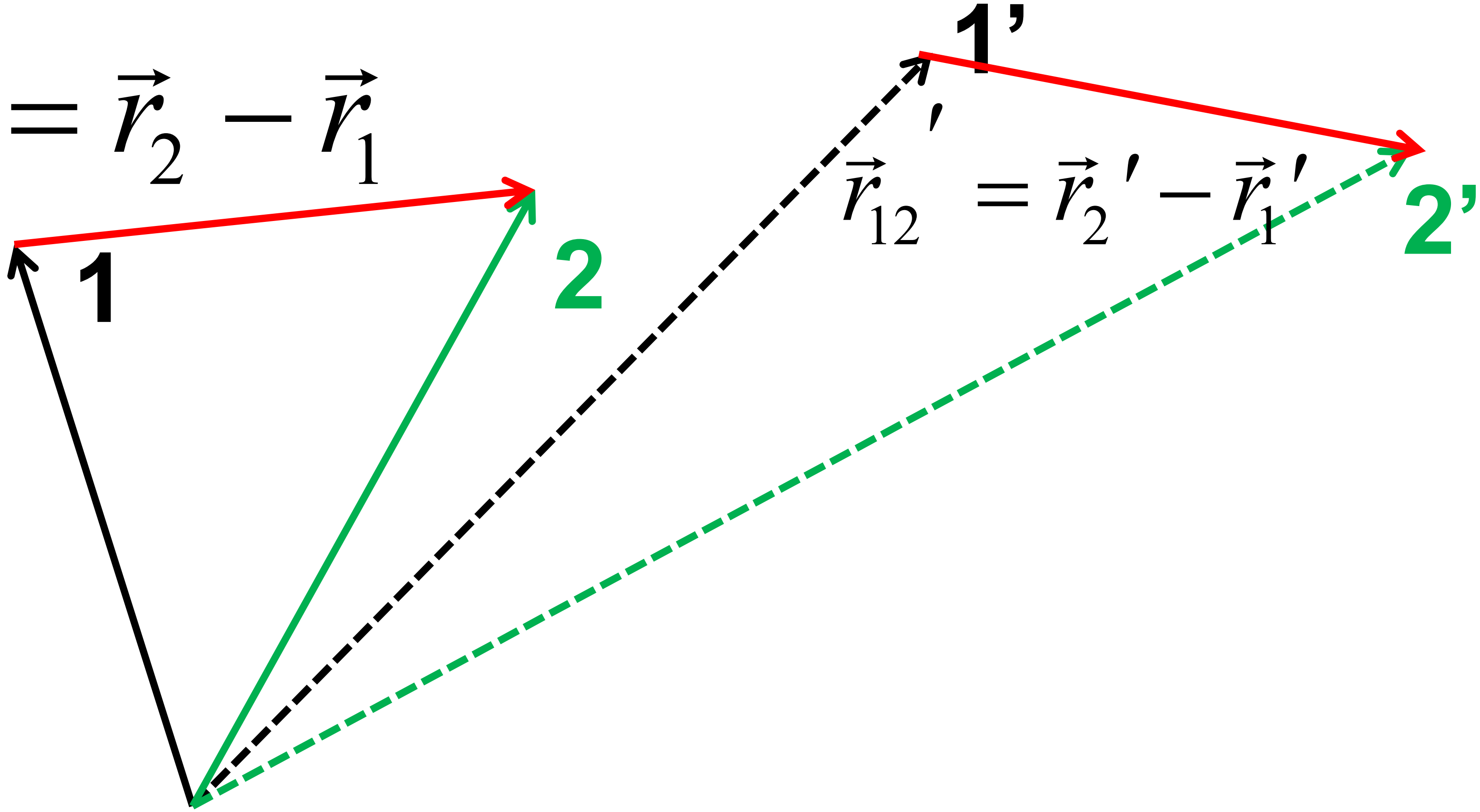


$$d\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t+dt) - \vec{r}_1(t)$$
$$d\vec{r}_2 = \vec{r}_2(t+dt) - \vec{r}_2(t)$$



$$d\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t+dt) - \vec{r}_1(t)$$
$$d\vec{r}_2 = \vec{r}_2(t+dt) - \vec{r}_2(t)$$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

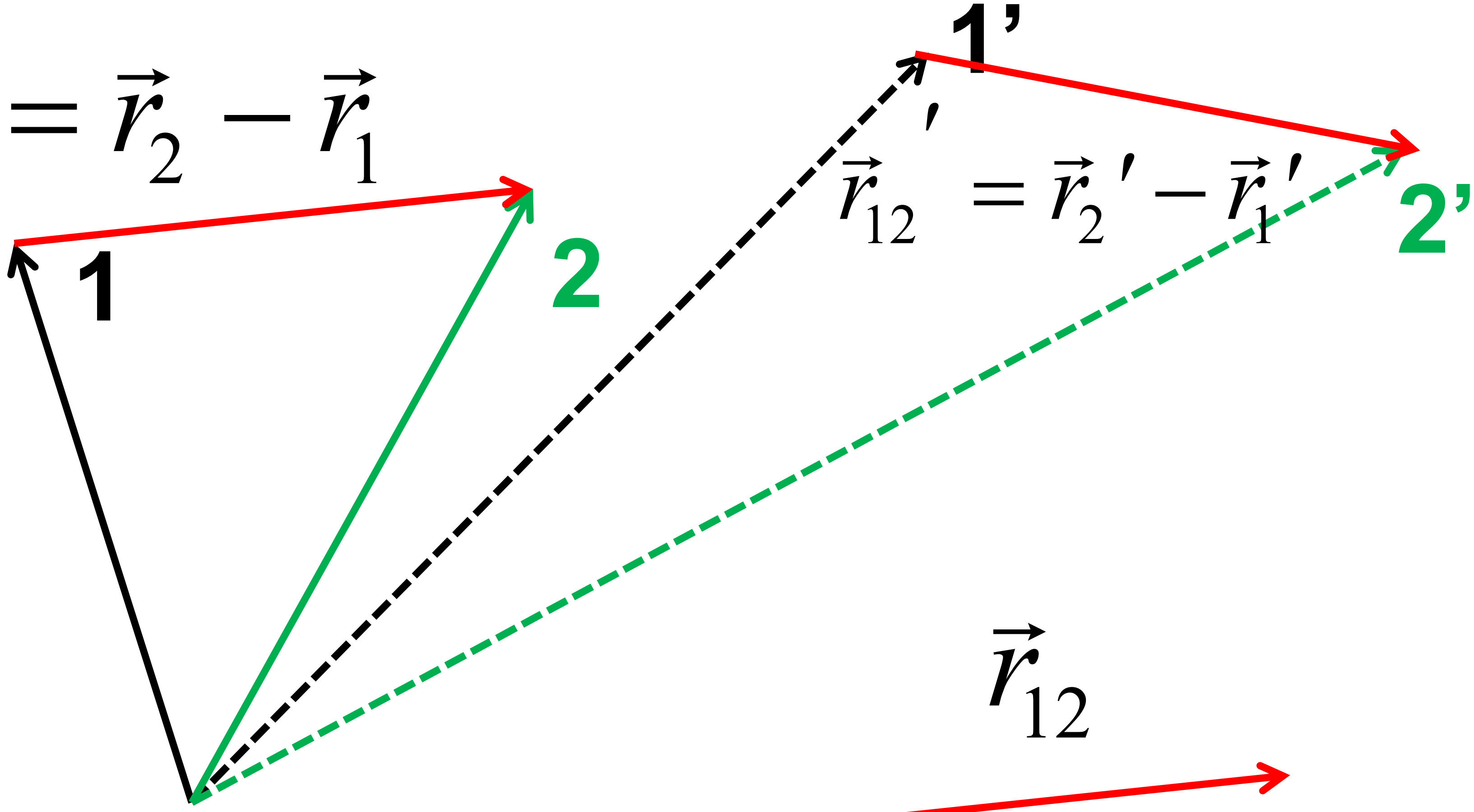


$$\vec{r}_{12}{}' = \vec{r}_2{}' - \vec{r}_1{}'$$

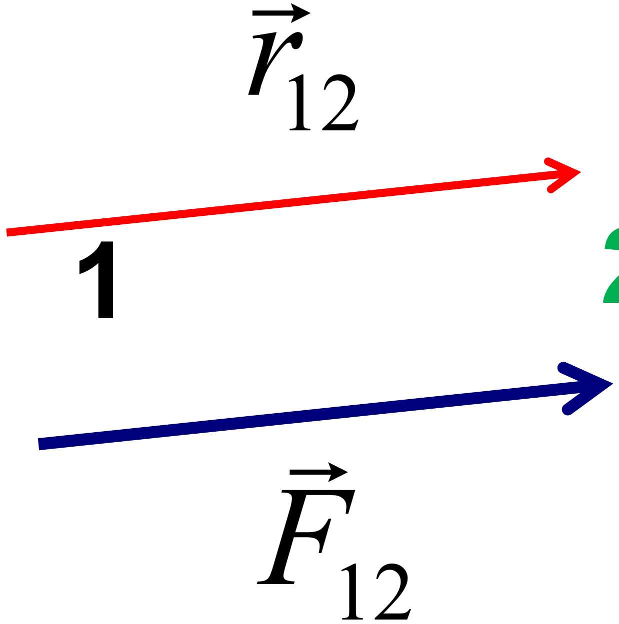
$$d\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t+dt) - \vec{r}_1(t)$$

$$d\vec{r}_2 = \vec{r}_2(t+dt) - \vec{r}_2(t)$$

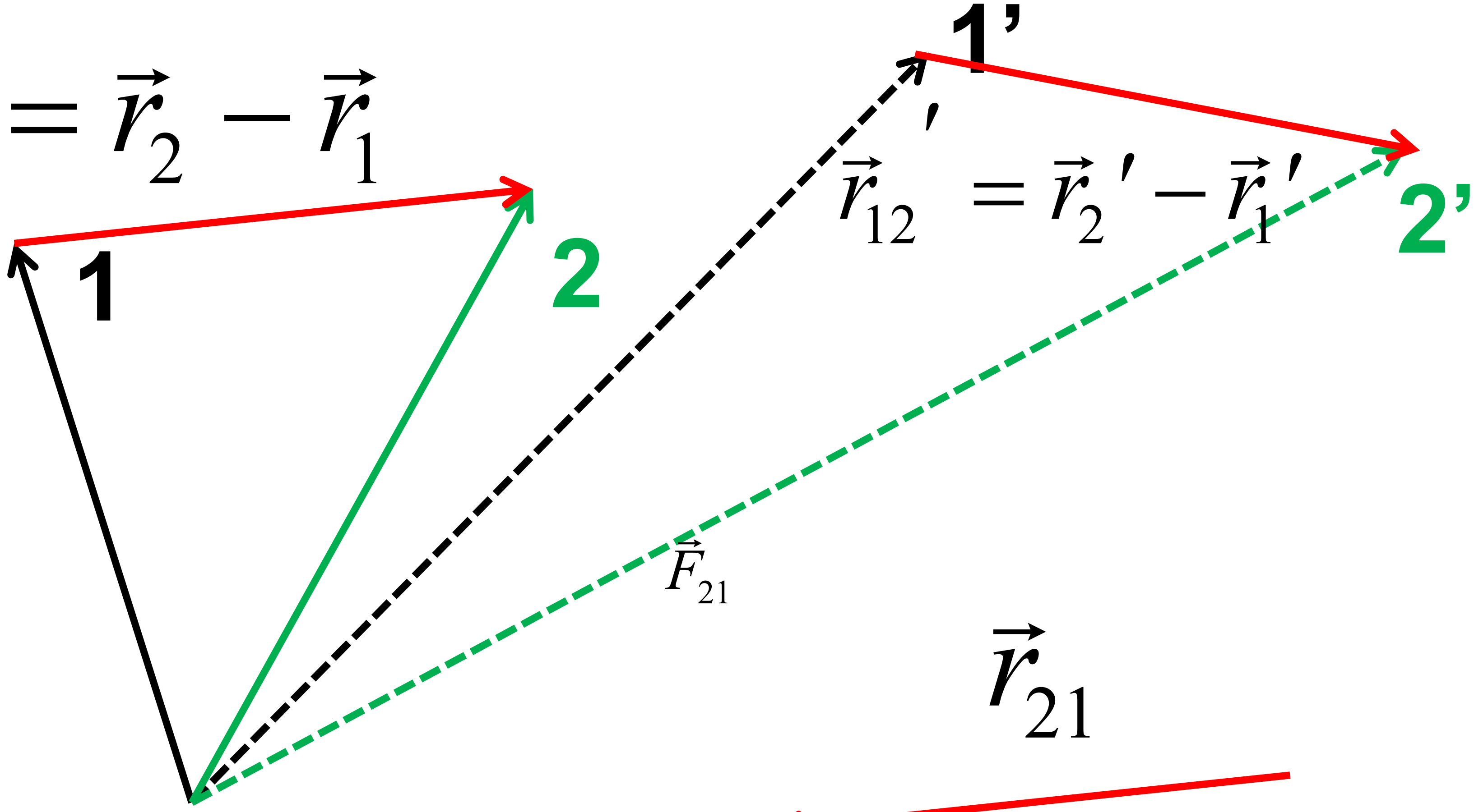
$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

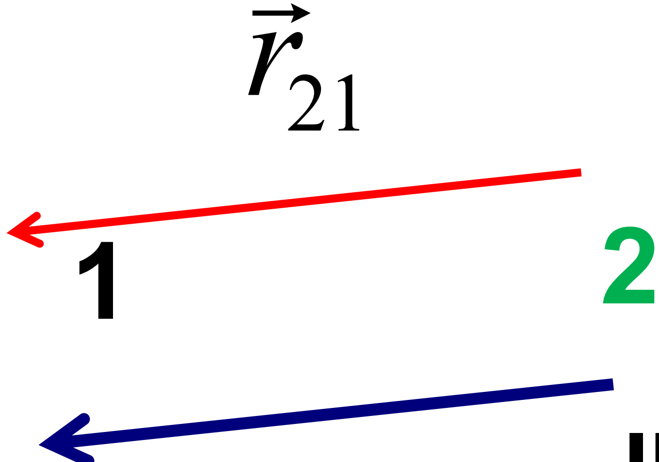


$$\vec{F}_{12} = \alpha \frac{\vec{r}_{12}}{\left|\vec{r}_{12}\right|^3}$$



$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

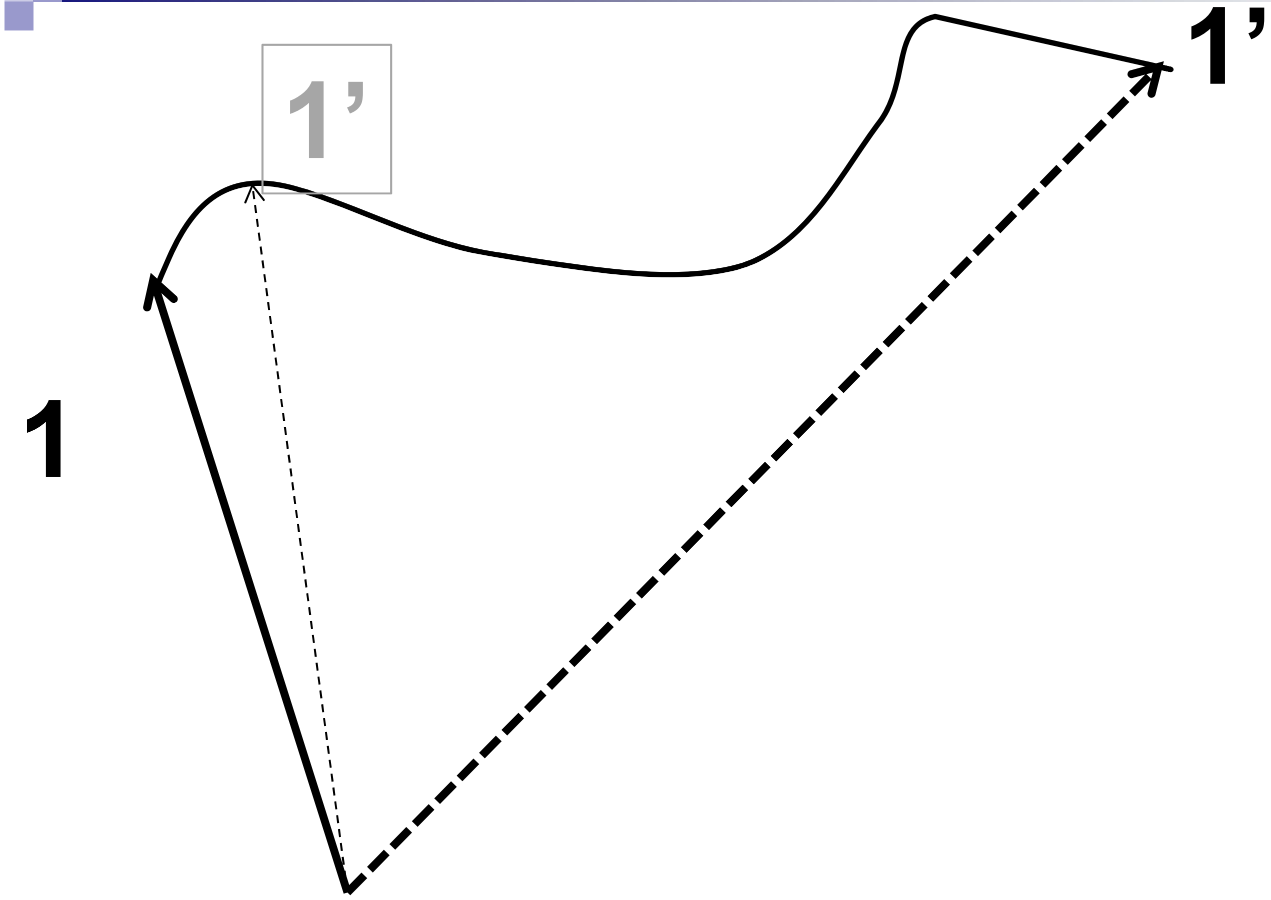


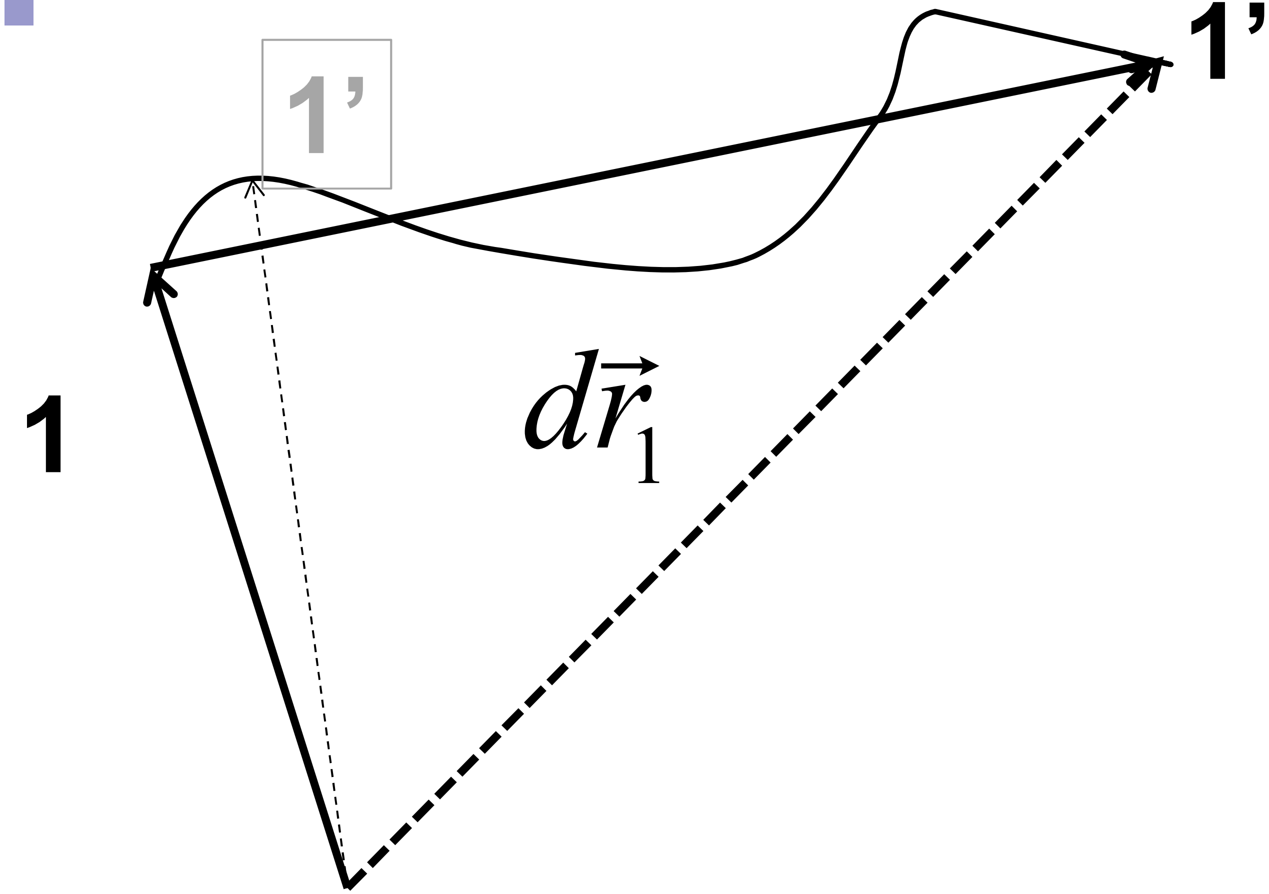


$$\vec{F}_{21} = \alpha \frac{\vec{r}_{21}}{\left|\vec{r}_{21}\right|^3}$$

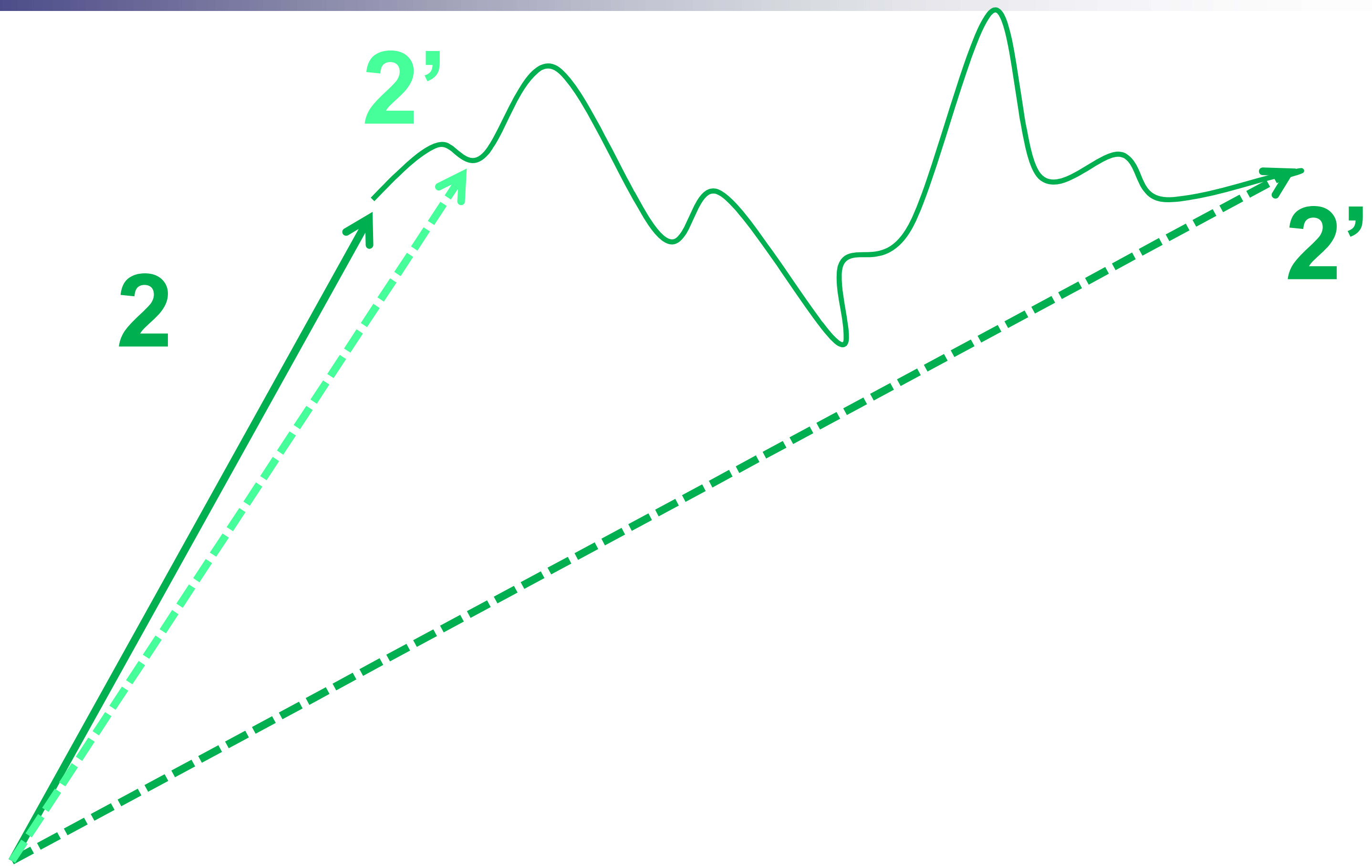
$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

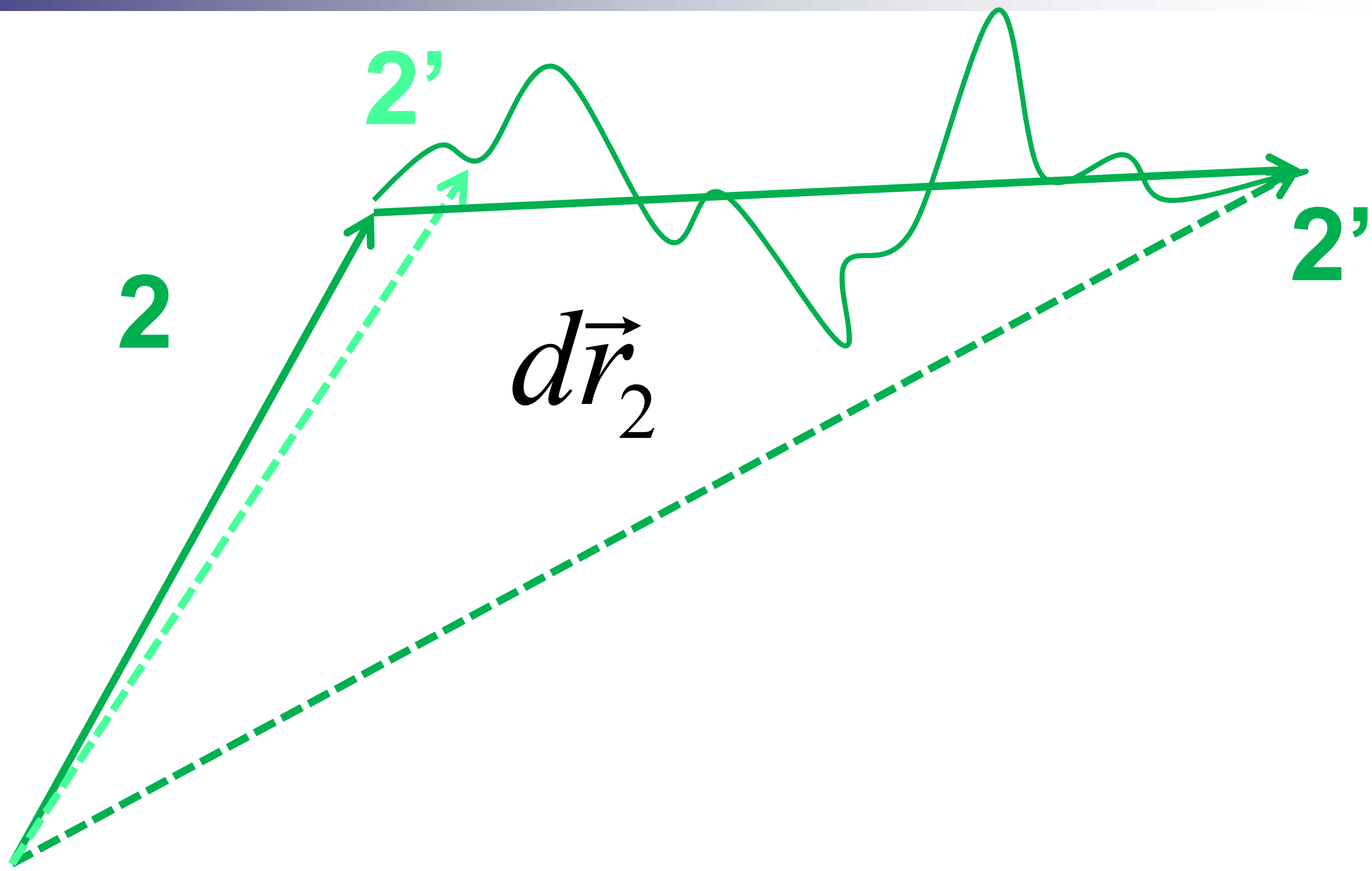
III з-н Ньютона


1'
1'
1

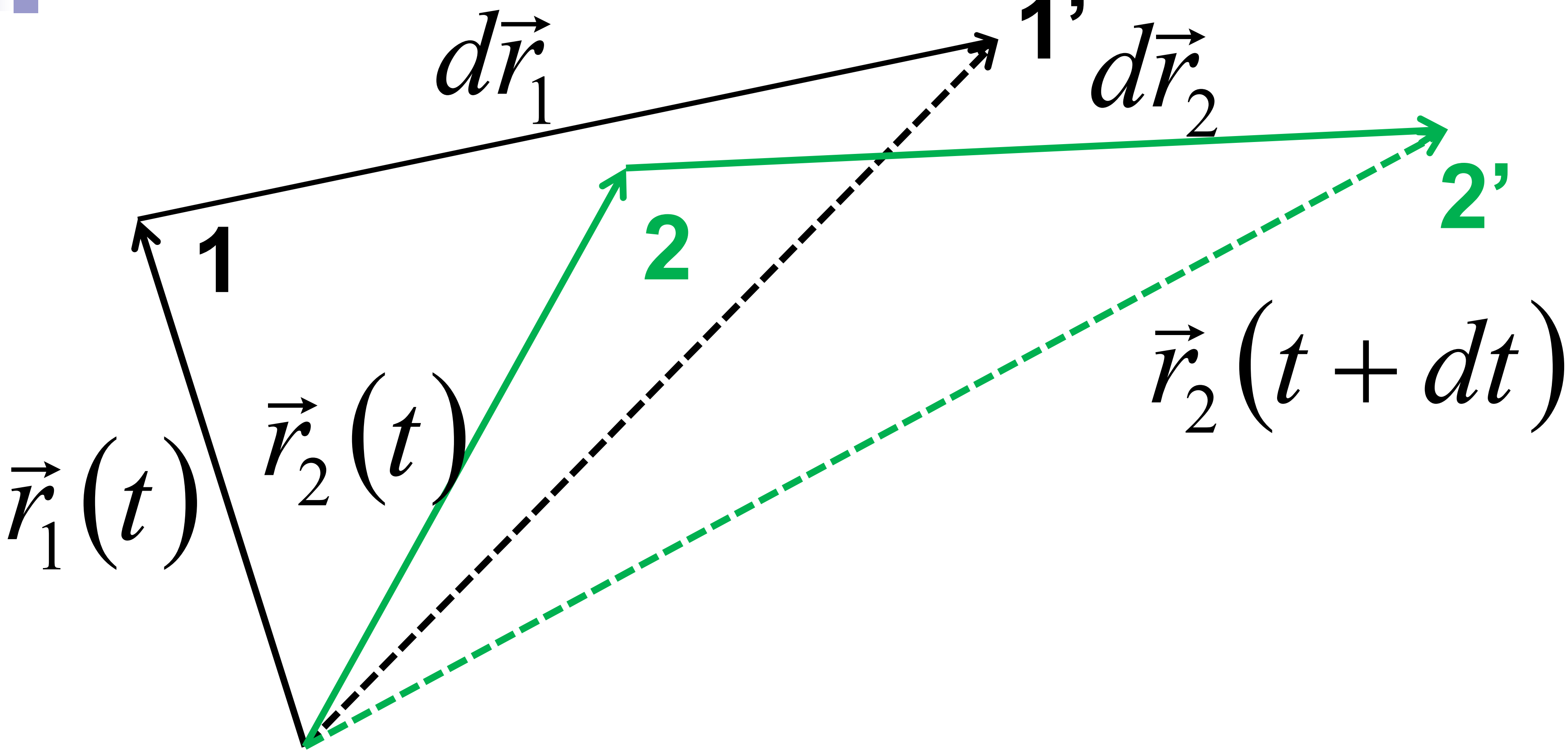


$$dA_1 = \vec{F}_{21} d\vec{r}_1$$

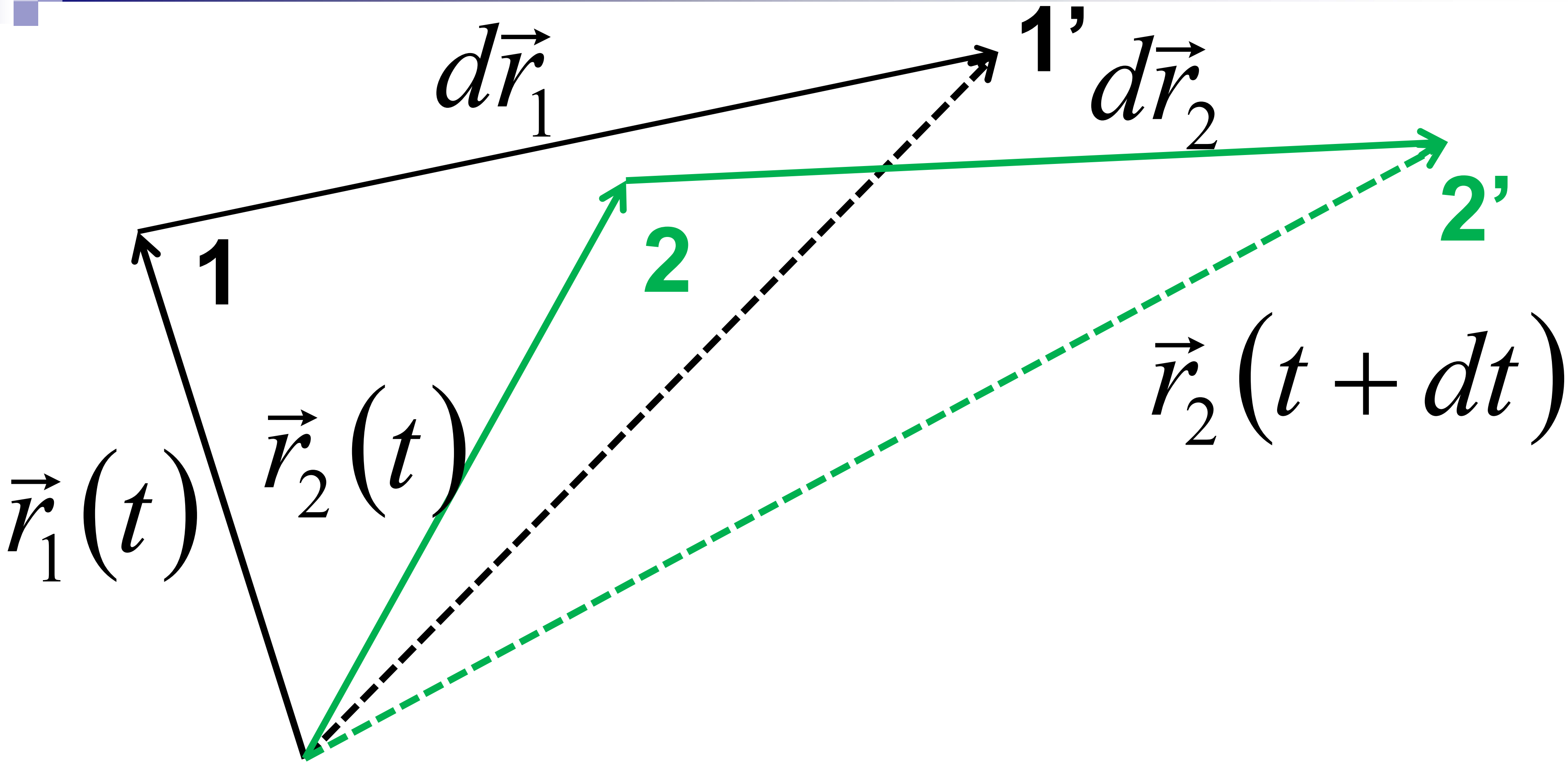

2'
2
2'



$$dA_2 = \vec{F}_{12} d\vec{r}_2$$

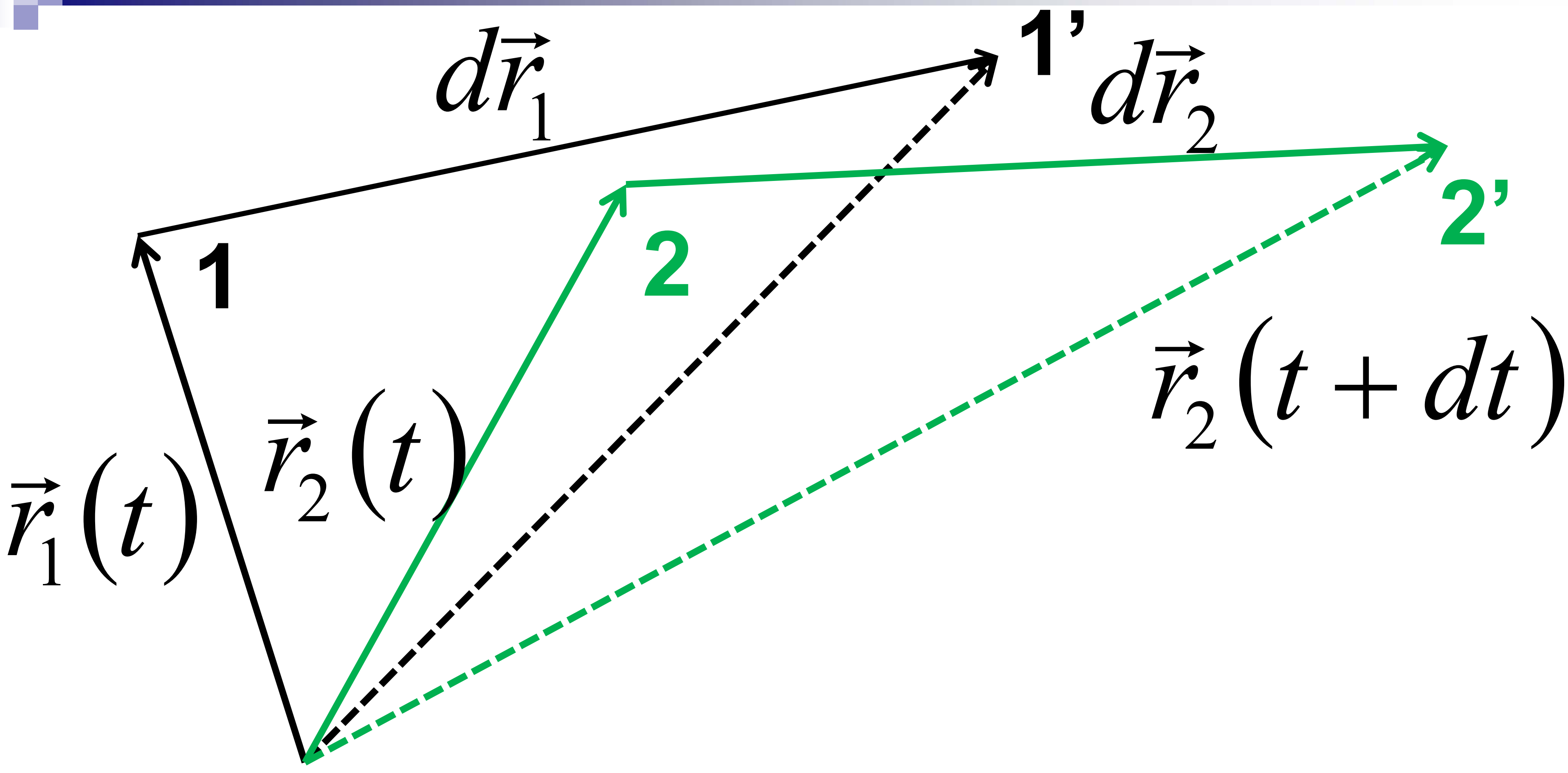


$$dA = dA_1 + dA_1 = \vec{F}_{21} d\vec{r}_1 + \vec{F}_{12} d\vec{r}_2$$

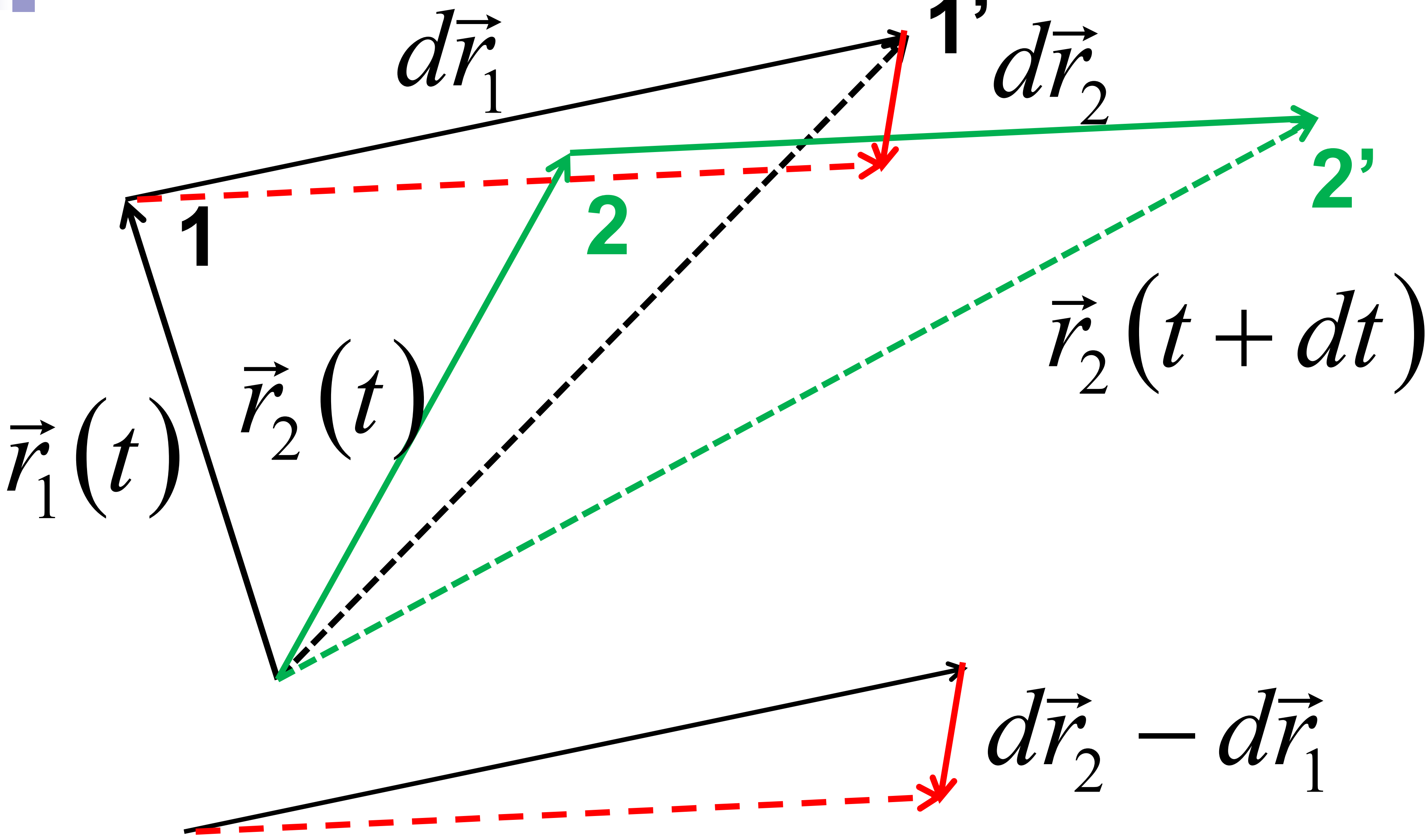


$$dA = dA_1 + dA_2 = \vec{F}_{21} d\vec{r}_1 + \vec{F}_{12} d\vec{r}_2 =$$

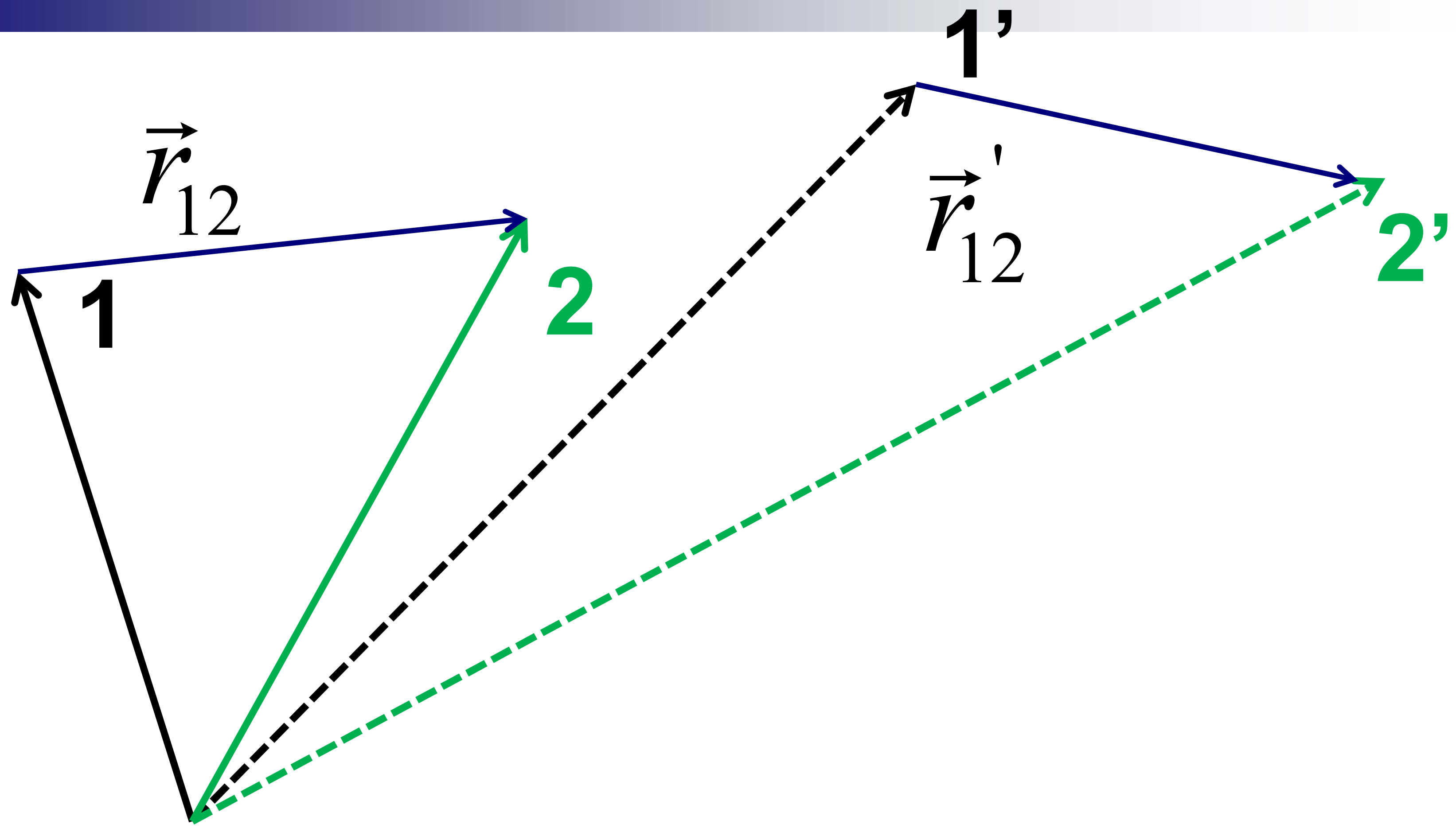
$$= \vec{F}_{12} d\vec{r}_2 - \vec{F}_{12} d\vec{r}_1 = \vec{F}_{12}\left(d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1\right)$$



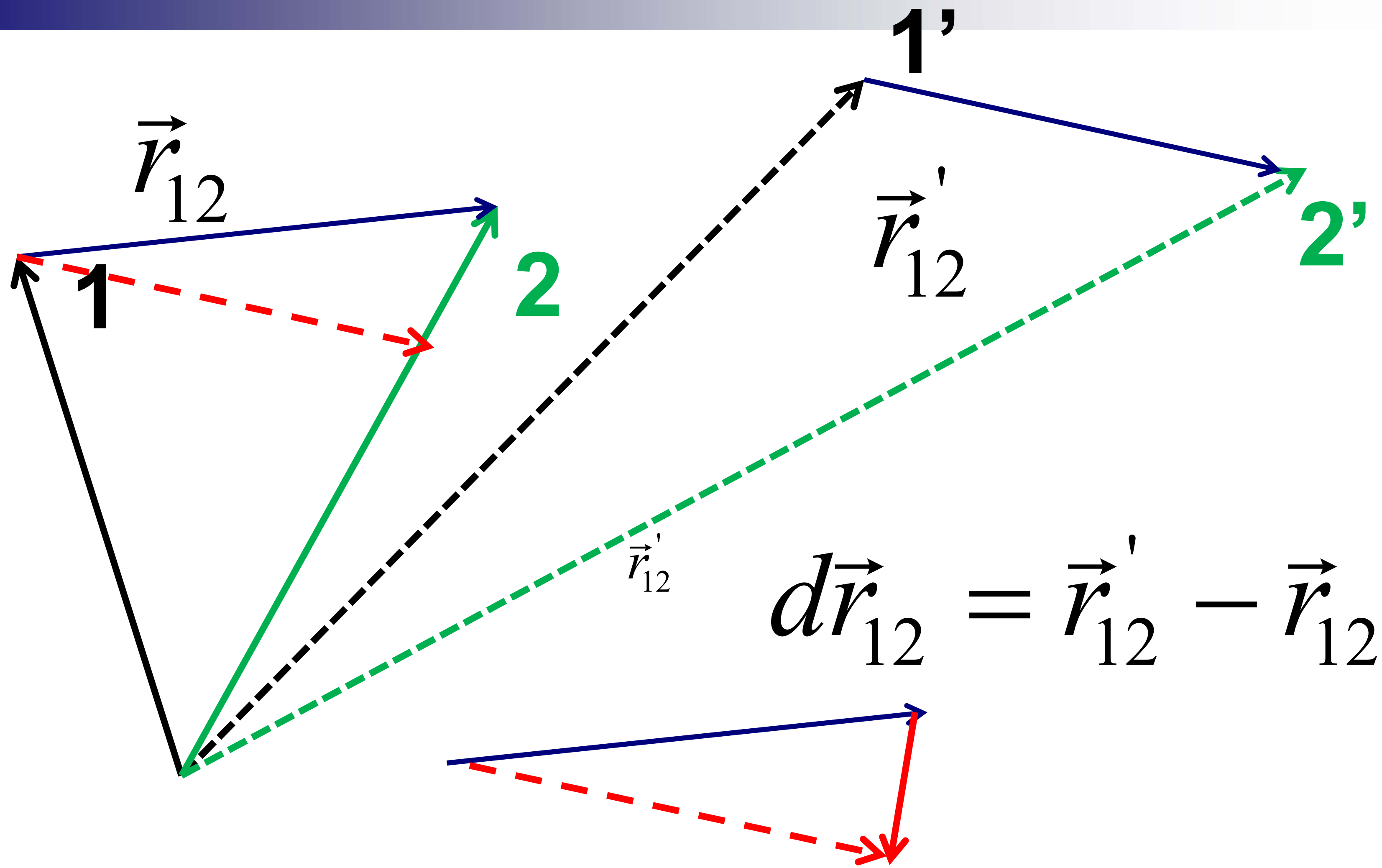
$$dA = \vec{F}_{12}\left(d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1\right)$$



$$dA = \vec{F}_{12}\left(d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1\right)$$

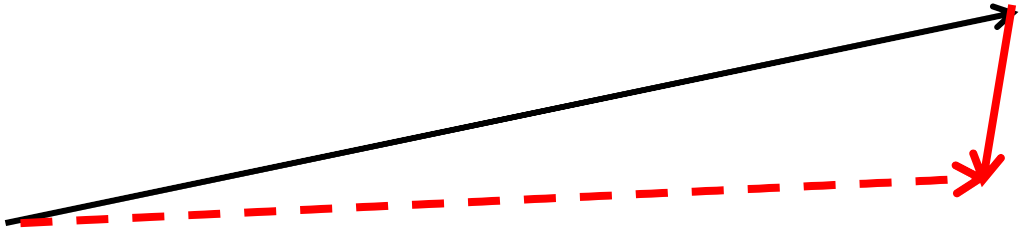


$$dA = \vec{F}_{12}\left(d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1\right)$$

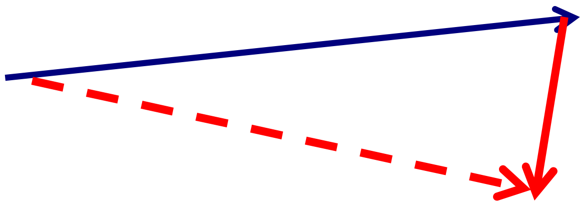


$$d\vec{r}_{12} = \vec{r}_{12}^{\,'} - \vec{r}_{12}$$

$$dA = \vec{F}_{12}\left(d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1\right) = \vec{F}_{12}d\left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right) =$$
$$= \vec{F}_{12}d\vec{r}_{12}$$



$$d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1$$



$$d\vec{r}_{12} = \vec{r}_{12}^{\,'} - \vec{r}_{12}$$

$$d\left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right) = d\vec{r}_{12}$$

Сила и работа при перемещении двух взаимодействующих материальных точек

$$\vec{F}_{12} d\vec{r}_{12} = \alpha \frac{\vec{r}_{12} d\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} = \alpha \frac{r_{12} dr_{12}}{r_{12}^3}.$$

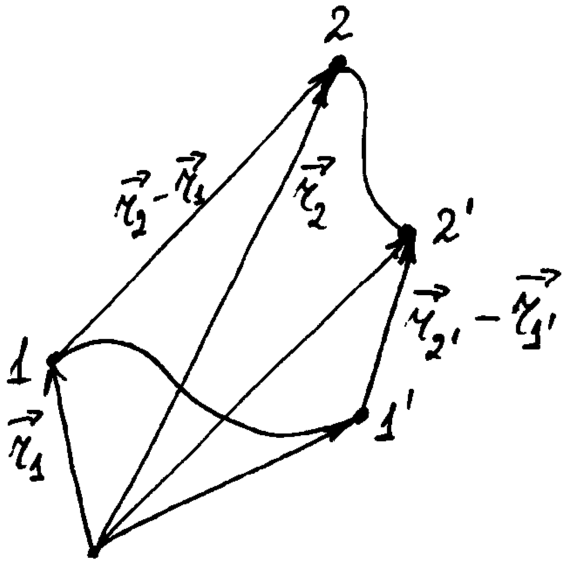
$$A = \int_{R_{12}}^{R'_{12}} \alpha \frac{dr_{12}}{r_{12}^2} = -\alpha \left(\frac{1}{r} \right) \Bigg|_{R_{12}}^{R'_{12}} = -\frac{\alpha}{R'_{12}} + \frac{\alpha}{R_{12}}.$$

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы двух материальных точек.

$$A = -\frac{\alpha}{R'_{12}} + \frac{\alpha}{R_{12}}.$$

$$U = \frac{\alpha}{R_{12}} + const = U_{12}$$

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек - коротко.



$$\vec F_{12} = \alpha \frac{\vec r_{12}}{r_{12}^3}$$

$$\vec r_{12} = \vec r_2 - \vec r_1$$

$$dA = dA_1 + dA_2 = \vec F_{12} d\vec r_{12} = \alpha \frac{\vec r_{12} d\vec r_{12}}{r_{12}^3} = \alpha \frac{r_{12} dr_{12}}{r_{12}^3}.$$

$$A = \int_{R_{12}}^{R'_{12}} \alpha \frac{dr_{12}}{r_{12}^2} = -\alpha \left(\frac{1}{r} \right) \Bigg|_{R_{12}}^{R'_{12}} = -\frac{\alpha}{R'_{12}} + \frac{\alpha}{R_{12}}.$$

$$U = \frac{\alpha}{R_{12}} + const$$

- потенциальная энергия взаимодействия двух материальных точек

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы N материальных точек.

$$U = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j>i,\, j\neq i}^{N} U_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} U_{ij}$$

Лекция 6
План

Глава 2. Законы сохранения в простейших системах

П.2.2. Механическая энергия.

П.2.2.3. Консервативные силы. Поле сил. Потенциальная энергия материальной точки.

П.2.2.4. Потенциальная энергия м.т. в поле силы тяжести.

П.2.2.5. Потенциальная энергия м.т. в поле упругих сил.

П.2.2.6. Потенциальная энергия м.т. в гравитационном (кулоновском) поле.

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.

П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

П.2.3. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

Глава 3 Неинерциальные системы отсчета.

П.3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

П.3.2. Проявление сил инерции на Земле.

П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

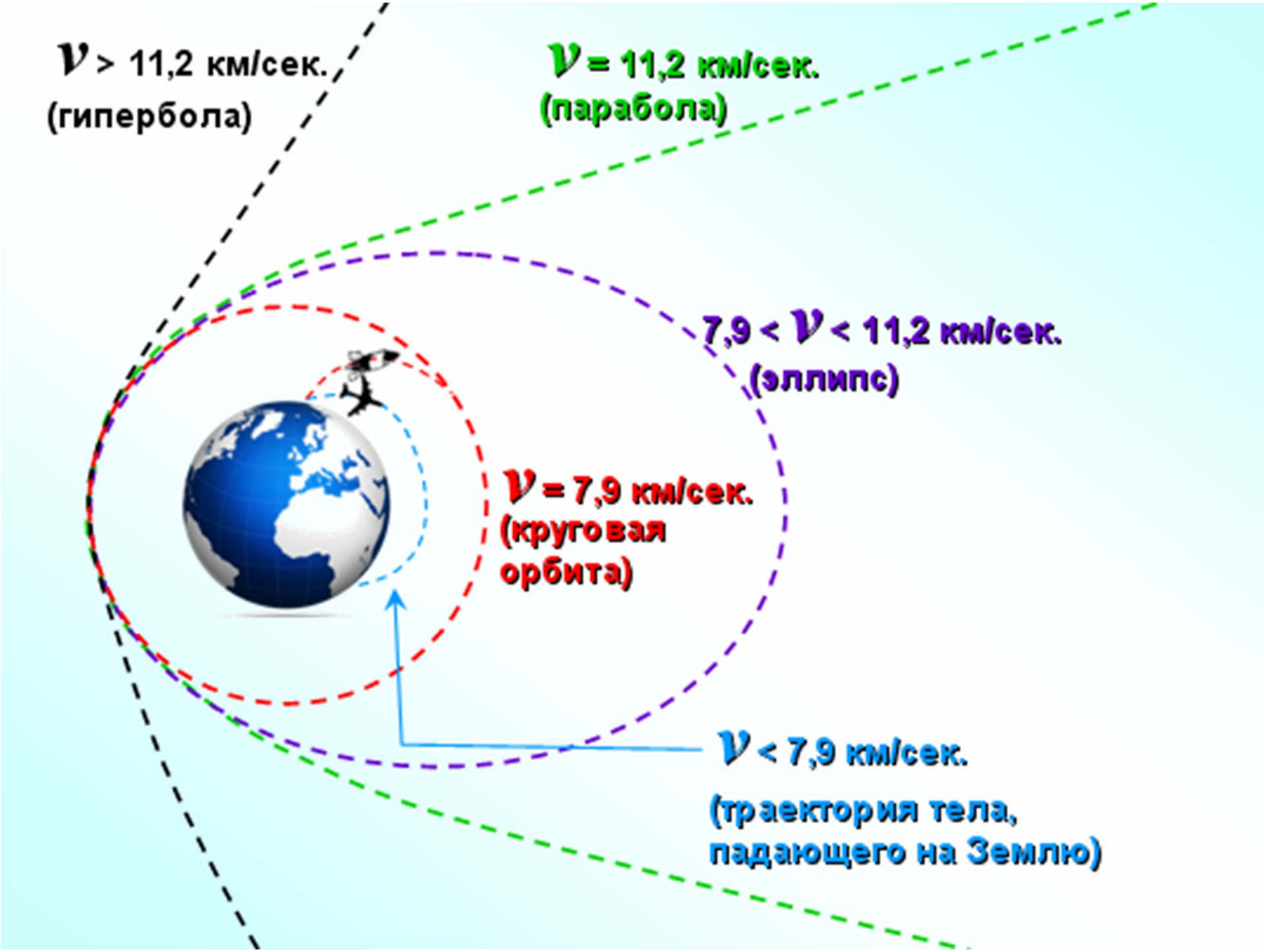
Пример.

Вычислить 2-ю космическую скорость – то есть скорость, которую необходимо придать ракете, чтобы она оторвалась от Земли.

$$(0+0)-\left(\frac{mv_2^2}{2}-G\frac{M_з m}{R_з}\right)=0$$

$$v_2^2=2G\frac{M_з}{R_з}=2G\frac{M_з}{R_з^2}R_з=2gR_з$$

$$v_2=\sqrt{2}\sqrt{gR_з}=\sqrt{2}v_1=1.4\cdot 7.9\frac{км}{с}\approx 11.2\frac{км}{с}$$


v > 11,2 км/сек.
(гипербола)
v = 11,2 км/сек.
(парабола)
7,9 < v < 11,2 км/сек.
(эллипс)
v = 7,9 км/сек.
(круговая
орбита)
v < 7,9 км/сек.
(траектория тела,
падающего на Землю)

Лекция 6
План

Глава 2. Законы сохранения в простейших системах

П.2.2. Механическая энергия.

П.2.2.3. Консервативные силы. Поле сил. Потенциальная энергия материальной точки.

П.2.2.4. Потенциальная энергия м.т. в поле силы тяжести.

П.2.2.5. Потенциальная энергия м.т. в поле упругих сил.

П.2.2.6. Потенциальная энергия м.т. в гравитационном (кулоновском) поле.

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.

П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

П.2.3. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

Глава 3 Неинерциальные системы отсчета.

П.3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

П.3.2. Проявление сил инерции на Земле.

П.2.2.9.Связь потенциальной энергии с силой.

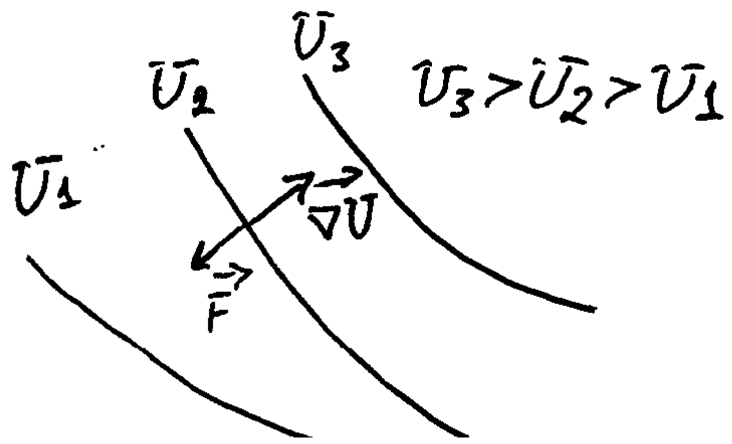
$$dA = \vec{F}d\vec{r} = -dU$$

$$F_s ds = -dU \Rightarrow F_s = -\frac{dU}{ds}$$

$$\begin{cases} F_x = -\dfrac{\partial U}{\partial x} \\ F_y = -\dfrac{\partial U}{\partial y} \\ F_z = -\dfrac{\partial U}{\partial z} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\overleftarrow{k} = -\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k} =$$

$$-\,gradU = -\vec{\nabla}U$$



Лекция 6
План

Глава 2. Законы сохранения в простейших системах

П.2.2. Механическая энергия.

- П.2.2.3. Консервативные силы. Поле сил. Потенциальная энергия материальной точки.
- П.2.2.4. Потенциальная энергия м.т. в поле силы тяжести.
- П.2.2.5. Потенциальная энергия м.т. в поле упругих сил.
- П.2.2.6. Потенциальная энергия м.т. в гравитационном (кулоновском) поле.
- П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.
- П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.
- П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

П.2.3. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

Глава 3 Неинерциальные системы отсчета.

П.3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

П.3.2. Проявление сил инерции на Земле.