

Глава. Электроны и дырки в полупроводниках.

Зонная структура полупроводников, диэлектриков

Определим **валентную зону** как наивысшую энергетическую зону электронов в твердом теле, которая целиком заполнена электронами в основном состоянии (при $T = 0 \text{ K}$), **зону проводимости** – как самую нижнюю энергетическую зону в твердом теле, которая содержит свободные уровни в основном состоянии (незаполненную или содержащую некоторое число носителей при $T = 0 \text{ K}$).

Рассмотрим случай, когда зона проводимости отделена от валентной зоны энергетической щелью W_g (**рис.1**). Пусть при $T = 0 \text{ K}$ все состояния в зоне проводимости свободны, а в валентной зоне полностью заполнены электронами. Электроны в полностью заполненной зоне не участвуют в электропроводности, так как все состояния в зоне заполнены, и нет возможности электронам изменить свою энергию. В таком кристалле требуется конечная энергия возбуждения, не меньше ширины запрещенной зоны W_g , для перевода электронов вверх через энергетическую щель в зону проводимости. Если ширина запрещенной зоны W_g велика, так что ни температура, ни постоянное электрическое поле (и другие воздействия, которые не разрушают твердое тело) не могут сообщить электронам достаточную энергию для перехода в зону проводимости, то такое твердое тело не проводит электрический ток и является **изолятором**.



Рис. 1. Энергетический спектр изоляторов и полупроводников с полностью заполненной валентной зоной (затемнена) и полностью свободной зоной проводимости. Область запрещенных энергетических состояний (энергетическая щель W_g) находится между потолком валентной зоны W_v и дном зоны проводимости W_c :
 $W_g = W_c - W_v$

Если ширина запрещенной щели W_g невелика, то при конечной температуре T в результате тепловых флуктуаций некоторое число электронов перейдет из валентной зоны в зону проводимости. Как электроны в зоне проводимости, так и дырки (свободные, незаполненные состояния), образовавшиеся в результате ухода электронов из валентной зоны, будут являться носителями тока и будут давать свой вклад в величину проводимости. Вещества с таким энергетическим спектром,

обладающие конечной электропроводностью, быстро возрастающей с ростом температуры, называются **полупроводниками**.

Удельное электрическое сопротивление полупроводников при комнатной температуре лежит в интервале от 10^{-6} Ом·м до 10^8 Ом·м. По величине сопротивления они находятся между хорошими проводниками ($\sim (10^{-8} \div 10^{-6})$ Ом·м) и изоляторами ($>10^8$ Ом·м).

Если зона проводимости заполнена не полностью и электронов достаточно много, то концентрация носителей тока не будет зависеть от температуры. Такие вещества являются **металлами**.

В середине XX века были открыты так называемые, **бесщелевые полупроводники**, занимающие промежуточное положение между металлами, у которых энергетические зоны перекрываются, и полупроводниками, у которых зоны разделены энергетической щелью. Бесщелевые полупроводники можно рассматривать как предельный случай металлического состояния с вырожденной в точку поверхностью Ферми или как полупроводник с нулевой шириной запрещенной зоны. Бесщелевые полупроводники обладают целым рядом необычных свойств, в частности, аномально (рекордно) малыми эффективными массами носителей тока и огромными подвижностями носителей заряда.

Число электронов в кристалле определяется валентностью атомов. **Валентность и электропроводящие свойства** вещества связаны между собой.

1) *Одновалентные* щелочные Li, Na, K, Rb, Cs и благородные Cu, Ag, Au металлы являются хорошими проводниками, так как N электронов заполняют половину зоны Бриллюэна, в которой может находиться $2N$ электронов с противоположными спинами (N — число атомов). Зона проводимости указанных металлов заполнена наполовину.

2) *Двухвалентные* вещества не являются изоляторами, благодаря перекрытию энергетических зон. Перекрытие зон создает условия хорошей металлической проводимости всех двухвалентных веществ, за исключением Sr и Vg, которые являются плохими проводниками из-за слабого перекрытия зон.

3) В *трехвалентных* Al, Ga, In, Tl веществах электроны ($3N$) полностью заполняют одну зону (валентную энергетическую зону) и наполовину вторую зону — зону проводимости. Поэтому эти вещества относятся к металлам.

4) Перекрытие зон приводит к тому, что среди *четырёхвалентных* веществ встречаются все типы проводимости: изоляторы, полупроводники, полуметаллы и металлы. Четырёхвалентный углерод существует или в виде *алмаза*, со столь широкой запрещенной зоной, что его практически можно считать изолятором или в виде *графита*, являющегося полуметаллом (с малым перекрытием валентной зоны и зоны проводимости). *Кремний и германий* — типичные полупроводники. *Олово* в одной фазе представляет собой металл, а в другой — полупроводник. *Свинец* — типичный металл.

5) *Пятивалентные* элементы As, Sb, Bi должны бы быть хорошими проводниками с двумя полностью и одной наполовину заполненными зонами. Однако кубическая решетка этих элементов оказывается неустойчивой относительно ромбоэдрической деформации. Происходит небольшой сдвиг подрешеток, зона Бриллюэна, изменяя форму, уменьшается в объеме в два раза. Теперь для заполнения электронами с противоположными спинами одной зоны требуется только N электронов. Таким образом, $5N$ электронов полностью заполняют пять энергетических зон. Однако это не приводит к диэлектризации, так как верхняя полностью заполненная валентная зона перекрывается со свободной зоной проводимости. На **рис. 2** представлен энергетический спектр Bi. Потолок V энергетической зоны в точке T зоны Бриллюэна расположен выше по шкале энергии, чем дно зоны проводимости (VI энергетической зоны) в точках L. Зона Бриллюэна для Bi близка по форме к кубооктаэдру.

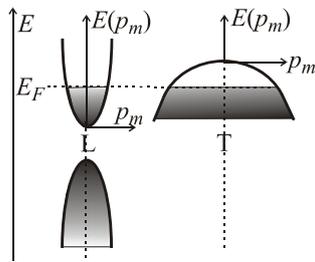


Рис. 2. 7–29. Энергетический спектр полуметалла Bi, в котором потолок валентной зоны в точке T зоны Бриллюэна расположен выше дна зоны проводимости в точке L. Число свободных состояний в экстремуме T равно числу занятых электронами состояний в объеме, ограниченной поверхностью Ферми, в точке L.

Точки L в направлении после деформации обозначаются буквой T. Электроны из экстремума T перетекают в состояния с меньшей энергией, расположенные вблизи L. В точках L (их всего 6) образуются три электронные поверхности Ферми эллипсоидальной формы и в точках T (их 2) — одна дырочная поверхность. Такие вещества с равным числом электронов и дырок, образованных за счет перекрытия зон, называются **полуметаллами**.

§2. Концентрация носителей заряда и химический потенциал в полупроводниках с собственной проводимостью

Поскольку образующиеся «дырки» могут перемещаться в кристалле, то они формируют собственную дырочную энергетическую зону со своим законом дисперсии. Поэтому в зонной модели, при отличных от нуля температурах, спектр собственного полупроводника (полупроводника с собственной проводимостью) состоит из двух зон: зоны проводимости, слабо заполненной реальными электронами и почти заполненной валентной зоны, разделенных энергетической щелью W_g .

Собственный полупроводник — это идеально чистый полупроводник, в котором при температуре $T = 0$ К валентная зона полностью заполнена, а зона проводимости — свободна. Под действием температуры или при оптическом возбуждении часть электронов из

валентной зоны перебрасывается в зону проводимости, в результате чего образуется равное количество электронов и дырок.

Вычислим концентрации электронов n_c и дырок n_v при $T \neq 0$ К. Будем отсчитывать энергию электронов ε_c от дна зоны проводимости W_c вверх, а дырок ε_v от потолка валентной зоны W_v вниз по энергии (рис. 3).

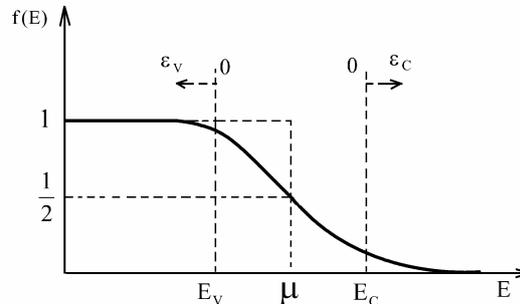


Рис. 3. 8–1. Ферми-распределение вблизи уровня химического потенциала между потолком валентной зоны E_v и дном зоны проводимости E_c

Тогда концентрацию электронов n_c в зоне проводимости и дырок n_v в валентной зоне при $T \neq 0$ можно записать в виде:

$$n_c = \int_0^{\infty} f(W_c + \varepsilon_c) \rho_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c \quad (1)$$

$$n_v = \int_0^{\infty} [1 - f(W_v - \varepsilon_v)] \rho_v(\varepsilon_v) d\varepsilon_v \quad (2)$$

где $f(W)$ — функция распределения Ферми–Дирака, $[1 - f(W_v - \varepsilon_v)]$ — вероятность *не заполнения электроном* состояния с энергией $E = E_v - \varepsilon_v$, то есть вероятность обнаружения дырки в этом состоянии, ρ_c , ρ_v — плотности состояний в зоне проводимости и в валентной зоне, соответственно.

Далее учтем интересную особенность функции Ферми–Дирака, а именно: вероятность найти дырку на энергетическом уровне, находящемся на расстоянии δ *ниже* уровня химического потенциала μ равна вероятности найти электрон с энергией на δ *выше* уровня μ , то есть

$$1 - f(\mu - \delta) = f(\mu + \delta). \quad (3)$$

Используя (3) преобразуем выражение (2):

$$1 - f(W_v - \varepsilon_v) = 1 - f[\mu - (\varepsilon_v - W_v + \mu)] = f(\varepsilon_v + 2\mu - W_v).$$

Тогда можно записать:

$$n_v = \int_0^{\infty} f(\varepsilon_v + 2\mu - W_v) \rho_v(\varepsilon_v) d\varepsilon_v. \quad (4)$$

Как будет показано ниже, уровень химического потенциала μ лежит в области энергетической щели, то есть между потолком валентной зоны W_v и дном зоны проводимости W_c .

При $k_B T \ll W_g = W_c - W_v$ как электронный, так и дырочный газ *не вырождены*, а, следовательно, функция распределения имеет больцмановский вид

$$f(W) = \bar{a}^{-\frac{(W-\mu)}{k_B T}}.$$

Используя также для плотности состояний выражение $\rho(W) = \frac{\sqrt{2}m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{W}$, вычислим концентрацию электронов:

$$\begin{aligned} n_c &= \frac{\sqrt{2}m_c^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\varepsilon_c + W_c - \mu}{k_B T}\right) \sqrt{\varepsilon_c} d\varepsilon_c = \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu - W_c}{k_B T}\right) (k_B T)^{3/2} \int_0^\infty e^{-z} \sqrt{z} dz. \end{aligned}$$

Полученный интеграл (гамма-функция) представляет собой интеграл Эйлера второго рода $\Gamma(1/2+1)$. Учитывая свойство гамма функции $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ и значение ее при $x = 1/2$ $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$, получим $\Gamma(1,5) = \sqrt{\pi}/2$. Окончательное выражение для концентрации электронов записывается в виде:

$$n_c = 2 \left(\frac{m_c k_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu - W_c}{k_B T}\right). \quad (5)$$

Аналогично для концентрации дырок получаем

$$n_v = 2 \left(\frac{m_v k_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{-\mu + W_v}{k_B T}\right). \quad (6)$$

Произведение концентраций (5) и (6)

$$n_c n_v = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^3 (m_c m_v)^{3/2} \exp\left(-\frac{W_g}{k_B T}\right) \quad (7)$$

не зависит от положения уровня химического потенциала.

В чистом полупроводнике с собственной проводимостью концентрации электронов и дырок равны. Извлекая корень из (7) находим:

$$n_c = n_v = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2} (m_c m_v)^{3/4} \exp\left(-\frac{W_g}{2k_B T}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{W_g}{2k_B T}\right), \quad (8)$$

где
$$n_0 = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2} (m_c m_v)^{3/4}. \quad (9)$$

Таким образом, концентрация собственных носителей в полупроводнике зависит как от температуры, так и от ширины запрещенной зоны и не зависит от положения уровня химического потенциала.

Приравнивая (5) и (6), получаем значение химического потенциала в полупроводниках с собственной проводимостью:

$$\mu = \frac{W_c + W_v}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_v}{m_c}. \quad (10)$$

Из (10) следует, что при абсолютном нуле температуры уровень химического потенциала находится точно посередине между дном зоны проводимости и вершиной валентной зоны. То же положение он занимает и при конечных температурах, если $m_c = m_v$. Если эффективные массы электронов и дырок не равны, то уровень химического потенциала смещается с ростом температуры в сторону зоны с меньшей эффективной массой.

Используя **термодинамическое определение химического потенциала (см. п.)**, можно на качественном уровне показать, что уровень Ферми в чистых полупроводниках лежит в запрещенной зоне.

Основываясь на термодинамическом определении, химический потенциал для электронной системы равен среднему вероятностному изменению энергии системы при изменении числа частиц на единицу, то есть на один электрон. При температуре $T = 0$ К, если добавить в собственный полупроводник один электрон ($dN = 1$), то он займет наинижнее свободное энергетическое состояние с энергией W_c . В то же время при уменьшении числа частиц на единицу ($dN = -1$), энергия системы уменьшится на W_v . Таким образом, среднее изменение энергии системы при $dN = \pm 1$ будет равно $\mu = (W_c + W_v)/2$. Поэтому, независимо от различия эффективных масс, при $T = 0$ химический потенциал всегда лежит точно в середине запрещенной зоны.

При температуре $T \neq 0$ К, благодаря размытию ступеньки распределения Ферми–Дирака (**рис. 4 а**), в зоне проводимости появляются электроны, а в валентной зоне – свободные состояния — дырки.

Рассмотрим случай, когда эффективная масса дырок m_v меньше, чем эффективная масса электронов m_c . Соответствующие данному случаю плотности состояний электронов и дырок изображены на **рис. 4 б**. Если бы уровень химического потенциала остался в середине запрещенной зоны (**рис. 4**), то заполнение зон соответствовало бы изображенным на **рис. 4 в** функциям заполнения dn_v/dW и dn_c/dW . При этом, как видно на **рис. 4 в**, заштрихованные площади в валентной зоне и зоне проводимости, равные числу носителей в этих зонах, не одинаковы. Этого быть не может, так как число электронов в зоне проводимости должно быть равно числу дырок в валентной зоне в чистом полупроводнике.

Устранить данное противоречие можно, сдвинув уровень химического потенциала к потолку валентной зоны, то есть в сторону легких носителей заряда (**рис. 5 а, б, в**). Величина сдвига химического потенциала μ должна точно соответствовать условию равенства концентраций электронов и дырок $n_c = n_v$.

Рассмотрим положение химического потенциала μ при $T \neq 0$ К, основываясь на его *термодинамическом определении*. Вносим один электрон. Он может занять одно из свободных электронных состояний,

для которых $f(W) \neq 0$. Благодаря размытию ступеньки распределения Ферми–Дирака, электрон может оказаться как в валентной зоне, так и в зоне проводимости. Химический потенциал при этом следует рассматривать как среднюю энергию вносимого электрона. Качественно можно оценить среднюю энергию вносимого электрона в валентной зоне и зоне проводимости по максимуму функций заполнения dn/dW в этих зонах. Максимум dn_c/dW тяжелых электронов находится ближе к дну зоны проводимости, чем максимум легких дырок к потолку валентной зоны. Отсюда следует, что химический потенциал сдвинут в сторону более легких носителей заряда.

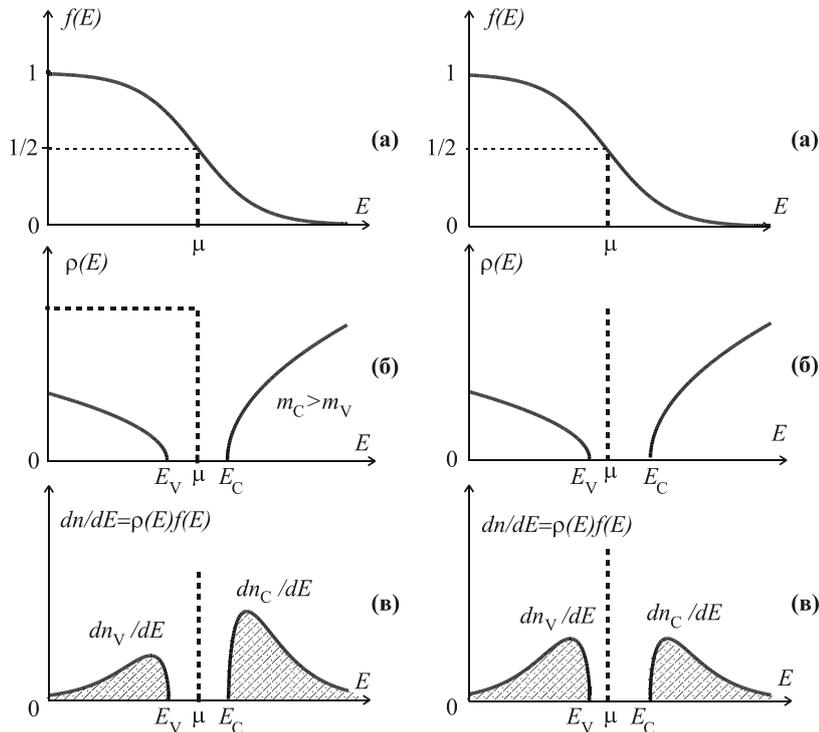


Рис. 4. Зависимости от энергии E вероятности заполнения электронами состояний $f(W)$ (а) плотности состояний (б) и плотности заполнения уровней энергии dn/dW (в) для случая $m_c < m_v$

Рис. 5. 8–3. Условие равенства концентраций электронов и дырок $n_c = n_v$ (равенство заштрихованных площадей (в) в валентной зоне и зоне проводимости) требует смещения уровня химического потенциала, изображенного на рис. 8–2, в сторону зоны с меньшей эффективной массой

Чем больше разница в эффективных массах, тем больше этот сдвиг. При равных массах $m_c = m_v$ химический потенциал будет оставаться в середине запрещенной зоны.

Задача 1. Энергетическая щель в германии $W_g \approx 0,75$ эВ. При какой длине волны германий начнет поглощать свет?

Решение. Поглощая фотон, электрон должен перейти в состояние с энергией больше, чем энергия исходного состояния, на величину энергии

фотона. Электроны валентной зоны могут изменить свою энергию, как минимум на величину энергетической щели W_g . Поэтому поглощение электромагнитных волн возможно только при энергии фотонов больше W_g : $\hbar\omega \geq W_g$. При поглощении фотона с такой энергией образуется пара носителей заряда: электрон в зоне проводимости и дырка в валентной зоне. Минимальная энергия фотона, равная W_g , – минимальная энергия образования электрон - дырочной пары в полупроводнике с собственным типом проводимости.

Используя закон дисперсии фотонов $\omega = ck$ и $k = 2\pi/\lambda$, окончательно находим $\lambda \leq 2\pi\hbar c/W_g = 1,6 \cdot 10^{-6}$ м и красная граница фотопроводимости $\lambda_{\max} = 2\pi\hbar c/W_g = 1,6 \cdot 10^{-6}$ м.

Ответ. $\lambda = 2\pi\hbar c/W_g = 1,6 \cdot 10^{-6}$ м.

Задача 2. Во сколько раз изменится концентрация электронов в собственном полупроводнике в невырожденном случае при изменении температуры от $T_1 = 200$ К до $T_2 = 300$ К, если ширина запрещенной зоны изменяется по закону $W_g = (\Delta - \alpha T)$, где $\Delta = 0,785$ эВ – ширина запрещенной зоны при температуре $T=0$, $\alpha = 4 \cdot 10^{-4}$ эВ/К?

Решение. Используя соотношение (8) и условие задачи, находим выражение для концентрации электронов и дырок

$$n_c = n_v = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_c m_v)^{3/4} \exp\left(-\frac{W_g}{2k_B T}\right) = 2 \left[(m_c m_v)^{1/2} \frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right]^{3/2} \cdot \exp\left[\frac{\Delta - \alpha T}{2k_B T}\right] \quad (11)$$

и отношение концентраций при изменении температуры от $T_1 = 300$ К до $T_2 = 200$ К:

$$\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{3/2} \exp\left[-\frac{\Delta}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)\right] = \left(\frac{300}{200} \right)^{3/2} \exp\left[-\frac{\Delta}{2k_B} \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{200} \right)\right] = 3,6 \cdot 10^3. \quad (12)$$

Ответ. $\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{3/2} \exp\left[-\frac{\Delta}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)\right] = 3,6 \cdot 10^3.$

Задача 3. При изменении температуры от T_1 до T_2 проводимость чистого (беспримесного) полупроводника возрастает в α раз. Определите ширину запрещенной зоны.

Решение. Для плотности тока j в беспримесном полупроводнике можно использовать то же соотношение, что и для металла

$$j = en\Delta V_J = \frac{e}{m} n \Delta p_J = \frac{e^2}{m} n E \tau,$$

где ΔV_J , Δp_J – приобретаемые в электрическом поле с напряженностью E скорость и импульс направленного движения, τ – время свободного пробега, n – полная концентрация электронов и дырок.

Зависимость проводимости

$$\sigma = \frac{e^2}{m} n \tau$$

от температуры, в отличие от металла, связана главным образом не со временем τ , а с концентрацией n :

$$n = 2n_{c,v} = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_c m_v)^{3/4} \exp\left(-\frac{W_g}{2k_B T}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{W_g}{2k_B T}\right), \quad (13)$$

где $n_0 = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_c m_v)^{3/4}$. Зависимостью от температуры коэффициента n_0 можно пренебречь по сравнению с экспоненциальной зависимостью. Тогда для проводимости беспримесного полупроводника получаем

$$\underline{\sigma} = \frac{e^2 \tau}{m} n = \frac{e^2 \tau}{m} n_0 \exp\left(-\frac{W_g}{2k_B T}\right) = \underline{\sigma}_0 \exp\left(-\frac{W_g}{2k_B T}\right)$$

Из условия задачи $\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \exp\left(\frac{W_g}{2k_B} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}\right)$ находим

$$W_g = 2k_B \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \alpha.$$

Ответ. $W_g = 2k_B \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \alpha.$

Задача 4. (см. Ирод. 6.234) На рисунке (справочник с.369) дана зависимость удельной проводимости в Ca_3Sb_2 от температуры. Оцените ширину запрещенной зоны.

Ответ. 1,4эВ

Задача 5. По данным измерения эффекта Холла концентрация электронов в полупроводнике при температуре $T_1 = 400$ К была равна $n_1 = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, а при температуре $T_2 = 350$ К была равна $n_1 = 6,2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Определить ширину запрещенной зоны полупроводника при температуре $T = 0$ К, полагая, что она изменяется с температурой по линейному закону.

Решение. Используя результат (112) предыдущей задачи, находим

$$\Delta = 2k_B T_1 T_2 (T_1 - T_2)^{-1} \ln \left(\frac{n_1 T_2^{3/2}}{n_2 T_1^{3/2}} \right) = 2k_B 400 \cdot 350 (400 - 350)^{-1} \ln \left(\frac{13 \cdot (350/400)^{3/2}}{6,2} \right) = 0,26 \text{ эВ}.$$

Ответ. $\Delta = 2k_B T_1 T_2 (T_1 - T_2)^{-1} \ln \left(\frac{n_1 T_2^{3/2}}{n_2 T_1^{3/2}} \right) = 0,26 \text{ эВ}.$

Задача 6. Вычислить собственные концентрации электронов n в германии Ge и в кремнии Si при $T = 300$ К. Эффективную массу электронов в валентной зоне для Ge считать равной $m_v(\text{Ge}) = 0,36m_0$, а в зоне проводимости $m_c(\text{Ge}) = 0,55m_0$, а для Si - $m_v(\text{Si}) = 0,59m_0$, $m_c(\text{Si}) = 1,10m_0$. Ширина запрещенной зоны при $T = 300$ К в Ge составляет $W_g(\text{Ge}) = 0,66$ эВ, а в Si - $W_g(\text{Si}) = 1,11$ эВ.

Решение. Используя (8), находим концентрации электронов n_c в германии Ge и в кремнии Si :

$$n_c(\text{Ge}) = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_c m_v)^{3/4} \exp\left(-\frac{W_g}{2k_B T}\right) = 2 \left[m_0 (0,55 \cdot 0,36)^{1/2} \frac{300k_B}{2\pi\hbar^2} \right]^{3/2} \cdot \exp\left[\frac{0,66 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{600k_B}\right] = 2,2 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$$

$$n_c(\text{Si}) = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_c m_v)^{3/4} \exp\left(-\frac{W_g}{2k_B T}\right) = 2 \left[m_0 (1,1 \cdot 0,59)^{1/2} \frac{300k_B}{2\pi\hbar^2} \right]^{3/2} \cdot \exp\left[\frac{1,11 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{600k_B}\right] = 1,05 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$$

Ответ. $n_c(\text{Ge}) = 2,2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $n_c(\text{Si}) = 1,05 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$,

Задания на дом

Задача 1. Предположим, что эффективная масса дырок значительно превосходит эффективную массу электронов в некотором чистом полупроводнике. Где будет лежать химический потенциал относительно середины запрещенной зоны при температуре T ?

Ответ: Химический потенциал будет ближе к дну зоны проводимости, так как $\mu = \frac{W_c + W_v}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_v}{m_c}$.

Задача 2. Получить формулу для концентрации электронов в невырожденном полупроводнике с заданным значением химического потенциала μ при температуре T .

Ответ: $n_c = 2 \left(\frac{m_c k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu - W_c}{k_B T} \right)$.

Задача 3. Концентрация электронов в собственном полупроводнике при температуре $T=400 \text{ К}$ равна $n = 1,38 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Найти величину произведения эффективных масс электрона и дырки, если ширина запрещенной зоны изменяется с температурой по закону $W_g = (\Delta - \alpha T)$, где $\Delta = 0,785 \text{ эВ}$, $\alpha = 4 \cdot 10^{-4} \text{ эВ/К}$.

Ответ. $\frac{m_n m_p}{m_0^2} = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{k_B T} \right)^2 \left(\frac{n}{2} \right)^{4/3} \frac{1}{m_0^2} \exp\left(\frac{2(\Delta - \alpha T)}{3k_B T} \right) = 0,21$.