

Задачи к экзамену по курсу «Введение в квантовую физику» 2017 год

1. Считая Солнце и Землю абсолютно черными телами, находящимися в состоянии теплового равновесия, оцените температуру Земли T_1 . Средний радиус земной орбиты $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ м, температура на поверхности Солнца $T = 6000$ К, радиус Солнца $R = 7 \cdot 10^8$ м.
2. Исходя из формулы Планка для спектральной плотности $\rho_\omega(T)$, получите выражение для спектральной плотности $\rho_\lambda(T)$.
3. Найдите угол отдачи ϕ электрона в экспериментах Комптона, считая известными энергию падающего фотона $\hbar\omega_0$ и угол рассеяния θ .
4. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке в $\eta = 1,5$ раза длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра изменилась на $\Delta\lambda = 26$ пм. Найти первоначальное напряжение на трубке.
5. Свободная частица массы m движется со скоростью v . Найти фазовую и групповую скорость волнового пакета, характеризующего эту частицу. Рассмотреть релятивистский и нерелятивистский случай.
6. Ширина волнового пакета, описывающего свободный нерелятивистский электрон, увеличилось в $n = 10$ раз за время $\tau \approx 10^{-15}$ секунды. Используя соотношение неопределенностей, найти начальную ширину волнового пакета.
7. Параллельный пучок электронов, движущихся со скоростью $v = 1,5 \cdot 10^6$ м/с, через коллиматорную щель падает нормально на экран, расположенный на расстоянии $L = 0,1$ м от щели. Определить ширину щели d , при которой ширина её изображения на экране будет минимальной.
8. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U = 500$ кВ, попадает на тонкую поликристаллическую фольгу. На экране, отстоящем на $L = 20$ см от фольги, наблюдается дифракционная картина в виде колец. Определить период решетки в материале фольги, если известно, что радиус первого кольца равен $r_1 = 0,8$ мм.
9. Найдите разность длин волн $\Delta\lambda$ между головными линиями серии Бальмера и Лаймана для ионов гелия ${}^4\text{He}^+$.
10. Найти собственные значения и собственные функции оператора импульса \hat{p}_x в координатном представлении.
11. Найти собственные значения и собственные функции оператора координаты \hat{x} в координатном представлении.
12. Пусть волновая функция частицы в некоторый момент времени имеет в сферических координатах вид $\psi(r, \theta, \varphi) = \chi(r, \theta) \cos^2 \varphi$. Какие значения проекции момента импульса L_z частицы могут быть измерены, и с какой вероятностью?
13. Волновая функция частицы в некоторый момент времени имеет вид

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}}, & x \in \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right] \\ 0, & x \in \left(-\infty, -\frac{L}{2}\right] \cup \left[\frac{L}{2}, \infty\right) \end{cases}$$

Найти дисперсию координаты D_x .

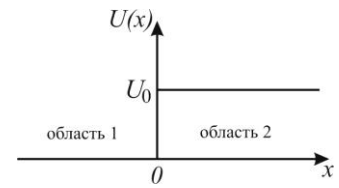
14. Волновая функция частицы в некоторый момент времени имеет вид

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}}, & x \in \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right] \\ 0, & x \in \left(-\infty, -\frac{L}{2}\right] \cup \left[\frac{L}{2}, \infty\right) \end{cases}$$

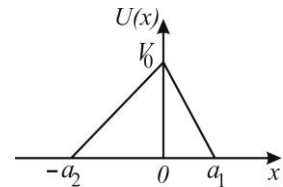
Найти волновую функцию частицы в импульсном представлении $\psi(p)$ в тот же момент времени.

15. Частица массы m находится в двумерном потенциале $U(x, y) = m\omega^2(x^2 + y^2)/2$ (двумерный гармонический осциллятор). Найти уровни энергии E частицы и кратности их вырождения g .

16. Свободная нерелятивистская частица массы m с энергией E движется из минус бесконечности в положительном направлении оси x . В точке $x = 0$ потенциальная энергия частицы скачком увеличивается на величину U_0 ($E > U_0$ см. рис). Вычислить коэффициенты отражения R и прохождения T частицы.



17. Найти коэффициент прохождения нерелятивистской частицы массы m через треугольный потенциальный барьер, высота которого V_0 , а ширина основания a (см. рис.). Энергия частицы $0 < E \ll V_0$. Вычислить только экспоненциальный множитель.



18. Найти собственные значения и собственные векторы оператора проекции спина \hat{s}_z .
19. Найти расщепление ΔE уровней энергии свободного электрона в однородном стационарном магнитном поле с индукцией B .
20. Концентрация свободного нерелятивистского электронного (неполяризованного) газа равна n . Найти энергию ε_F и импульс p_F Ферми электронного газа.
21. Энергия Ферми свободного нерелятивистского электронного (неполяризованного) газа равна ε_F . Найти среднюю энергию электронов \bar{E} при нулевой температуре ($T = 0$ К).
22. Концентрация свободного нерелятивистского электронного (неполяризованного) газа равна n . Оценить молярную теплоемкости C_V электронного газа при $kT \ll \varepsilon_F$.
23. Получить формулу Планка для спектральной плотности энергии $\rho_\omega(T)$ исходя из распределения Бозе-Эйнштейна.
24. Оценить температуру Дебая T_D для акустических фононов одной поляризации, если известна скорость звука $c_{зв}$ в кристалле и концентрация атомов n .
25. Найти теплоемкость C_V кристалла, считая, что фононы имеют линейный закон дисперсии $\omega = c_{зв}k$. Рассмотреть случай малых температур $T \ll T_D$.
26. Оценить температуру Дебая T_D двумерного кристалла, считая закон дисперсии фононов в кристалле линейным. Известна скорость звука $c_{зв}$ в кристалле и поверхностная концентрация атомов n .
27. Поверхностная концентрация свободного двумерного нерелятивистского электронного (неполяризованного) газа равна n_2 . Найти энергию $\varepsilon_F^{(2D)}$ и импульс $p_F^{(2D)}$ Ферми электронного газа. при нулевой температуре ($T = 0$ К).
28. Энергия Ферми свободного двумерного нерелятивистского электронного (неполяризованного) газа равна $\varepsilon_F^{(2D)}$. Найти его среднюю кинетическую энергию $\bar{E}^{(2D)}$ при нулевой температуре ($T = 0$ К).