

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

«ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ СВЕРХРАЗМЕРНЫХ  
ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ  
ДИФРАКЦИОННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ»

Выполнил студент  
гр. 405  
Худяков С.В.

---

Научный руководитель  
канд. физ.-мат. наук  
асс. Галлямова О.В.

---

Допущен к защите:

Заведующий кафедрой  
докт. физ.-мат. наук,  
проф. Салецкий А.М.

---

Москва  
2021

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Глава 1. РАЗВИТИЕ СВЧ-УСТРОЙСТВ, РАБОТАЮЩИХ НА ДИФРАКЦИОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ. Обзор литературы.....	4
1.1. Электродинамические методы повышения мощности СВЧ-устройств .....	4
1.2. Эксперименты по генерации дифракционного излучения на релятивистских сильноточных устройствах .....	6
1.3. Математические методы расчета и анализа генераторов дифракционного излучения.....	7
1.4. Учет фокусирующего магнитного поля в СВЧ-устройствах .....	8
Глава 2. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ СВЕРХРАЗМЕРНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ .....	10
2.1. Исследование осесимметричных замедляющих систем методом интегральных уравнений .....	10
2.2. Изучение влияния фокусирующего магнитного поля на структуру полей в осесимметричной замедляющей системе.....	14
Глава 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ СВЕРХРАЗМЕРНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ .....	18
3.1. Исследование открытой системы торов.....	18
3.2. Исследование волновода с синусоидальной гофрированной поверхностью .....	25
3.3. Результаты исследования влияния фокусирующего магнитного поля на структуру полей в системе .....	30
ВЫВОДЫ.....	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	35
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	36

## ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование, расчёт и анализ сверхразмерных СВЧ-устройств, таких как релятивистские дифракционные генераторы (РДГ), являются весьма актуальными, поскольку черенковские и дифракционные устройства – самые эффективные в классе систем с длительным продольным взаимодействием [1–5]. Имея схожее строение – пространственно развитую осесимметричную периодическую замедляющую структуру, возбуждаемую трубчатым электронным потоком – они отличаются по области рабочих частот и по механизму возникновения излучения. В основе работы первых из них лежит излучение Вавилова–Черенкова [1–2], возникающее при равномерном движении заряда со скоростью, превышающей фазовую скорость одной из волн электромагнитного поля в системе. В релятивистских дифракционных генераторах [4] используется излучение, создающееся вследствие отражения на периодических неоднородностях структуры трубчатого электронного потока, пропускаемого в системе вблизи её поверхности. Перечисленные устройства имеют практическое значение при исследовании свойств материалов, нетеплового воздействия на естественные и искусственные среды, а также в сферах связи, наносекундной радиолокации, радиоэлектронной борьбы и т.д.

Проблема повышения мощности СВЧ-устройств может быть отчасти решена нахождением максимальных по эффективности режимов их работы. Эти режимы связаны с синхронизмом быстрой и медленной волн потока с собственными модами периодической структуры вблизи первой и второй границ полосы прозрачности. Для устройств на дифракционном излучении используются режимы работы в области второй границы (колебания  $2\pi$ -вида). При колебаниях  $2\pi$ -вида фазы полей в соседних ячейках замедляющей структуры отличаются на  $2\pi$ . Чтобы уменьшить вероятность пробоя стенок устройства, характерного при таких режимах, их поперечные размеры (радиусы) должны значительно превышать предполагаемую длину волны дифракционного излучения. Такие устройства называются сверхразмерными.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы на основе теоретических закономерностей провести моделирование процессов, происходящих в изучаемых системах в области частот  $2\pi$ -вида колебаний, и найти резонансные режимы, которые могут привести к улучшению показателей эффективности генерации дифракционного излучения.

Новизна работы заключается в том, что впервые методами интегральных уравнений исследована система, состоящая из двух секций гофрированного волновода, соединенного трубой дрейфа.

## Глава 1. РАЗВИТИЕ СВЧ-УСТРОЙСТВ, РАБОТАЮЩИХ НА ДИФРАКЦИОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ (обзор литературы)

В осесимметричных СВЧ-устройствах, реализующих взаимодействие электромагнитного поля с потоком частиц, пропускаемых через замедляющую систему, используются, в основном, прямолинейные потоки и некоторые типы излучения, создаваемого частицами (обычно, электронами). Чаще всего это излучение Вавилова-Черенкова, переходное либо дифракционное излучение. Черенковское излучение возникает при равномерном движении электрона со скоростью, превышающей фазовую скорость волны в однородной среде. Дифракционное излучение создается в результате переотражения излучения, создаваемого потоком, от неоднородностей среды.

Изучение эффекта дифракционного излучения началось в конце 1930-х гг. Первые теоретические исследования появились в работах И.М. Франка, предсказавшего существование дифракционного излучения как результата многих актов переходного излучения электрона на неоднородностях периодической решетки [6]. В.Л. Гинзбург и И.М. Франк [7] указали на возможность использования дифракционного излучения для генерирования электромагнитных волн. Результаты экспериментальных исследований в оптическом диапазоне впервые опубликованы Смитом и Парселлом [8]. В их экспериментах была использована металлическая дифракционная решетка с периодом 1,67 мкм, над которой пропусклся электронный пучок с энергией около 300 кэВ. Было обнаружено излучение в оптическом диапазоне, причем длина волны менялась в зависимости от угла наблюдения. Первыми устройствами с поперечными размерами, намного большими, чем длина волны излучения, были оротроны [9]. В них использовалась плоская структура неоднородностей. В 1966 г. в ИРЭ АН УССР были начаты широкие исследования и разработка различных СВЧ-устройств, в т.ч. оротронов. Можно считать эту дату началом создания генераторов дифракционного излучения (ГДИ). Тем не менее мощности этих приборов были ограничены как силой тока первоначального пучка электронов, так и отсутствием эффективных методов изменения направленности дифракционного излучения, первоначально излучающегося перпендикулярно распространению потока, что приводило к пробоям стенок устройств [9].

### *1.1. Электродинамические методы повышения мощности СВЧ-устройств*

Постоянное расширение областей применения СВЧ-электроники требует увеличения мощности излучения и длительности импульсов во времени.

Повышение мощности в классических устройствах (ЛОВ, ЛБВ и др.) вначале пытались получать путем увеличения тока электронного пучка при постоянном напряжении, однако это приводило к увеличению шумов и снижению КПД приборов, в том числе, из-за нарастания постоянной составляющей потенциала поля внутри системы.

Одним из путей решения этой проблемы является пространственное развитие потока, которое можно разделить на использование многолучевых и распределенных потоков [10,11] и секционирование устройства [12,13, 28, 29].

Другим путём решения проблемы явилось увеличение ускоряющего напряжения, и, следовательно, скорости потока. При энергии электронов от 50 до 300 кэВ уже учитывается релятивистский фактор. В целом эта область стала называться слаборелятивистской СВЧ-электроникой. Слаборелятивистские приборы позволили получить импульсные мощности 10-100 МВт в дециметровом, до 10 МВт в сантиметровом и до 1 МВт в миллиметровом диапазоне.

Возможность значительного увеличения силы тока электронного пучка появилась в 1970-х гг. после создания технологии взрывоэмиссионных электродов и созданием сильноточных электронных ускорителей (СЭУ). Взрывоэмиссионные катоды имеют микроострия, в которых под действием приложенного электромагнитного поля возникают токи, приводящие к нагреванию и взрыву, с последующим испусканием электронов. Для уменьшения поперечной составляющей скорости вылетающих электронов используется фокусирующее магнитное поле. Среднее значение импульса тока в СЭУ может достигать  $10^6$  А/см<sup>2</sup> [15].

Еще одним способом получить большие значения энергии стало разделение генерации импульсов излучения во времени (частотный режим). В этом режиме, в отличие от импульсного (выделяется один или несколько импульсов), генерируются импульсы меньшей интенсивности, но с большой частотой [21].

Одними из самых мощных в мире являются линейные индукционные ускорители (ЛИУ) [27], используемые для генерации электромагнитного излучения в лазерах на свободных электронах [16]. В них для ускорения используется ЭДС индукции, возникающая при изменении во времени магнитного потока на прямолинейных участках траектории частиц. Ускоряющее поле за время пролёта частиц существенно не меняется. ЛИУ способны ускорять электроны до больших энергий, чем ускорители прямого действия. Достоинства ЛИУ – низкие напряжения на элементах конструкции, возможность работы в частотном режиме при высоком уровне мощности. Малая длительность импульса тока компенсируется большой частотой генерации импульсов. В частности, ЛИУ

АТА характеризуется энергией электронов 50 МэВ при токе 10 кА, длительностью импульса тока 50-70 нс, частотой повторения 1-10 ГГц [17].

### *1.2. Эксперименты по генерации дифракционного излучения на релятивистских сильноточных устройствах*

Первым релятивистским устройством дифракционного типа был РГДИ, сконструированный в МГУ на ускорителе физического факультета «Тандем» [18]. Прибор был оснащен отрезком сверхразмерного гофрированного периодического волновода конечной длины. Электрические параметры: ток пучка 3 кА, ускоряющее напряжение 400 кВ. В Томском политехническом институте был реализован генератор на гребенчатой структуре с диафрагмированным волноводом. Поток формировался на сильноточном линейном ускорителе «Тонус-1» [19]. При токе 10 кА и ускоряющем напряжении 800 кВ генератор на гребенчатой структуре отличался мощным узконаправленным излучением вдоль оси системы (прожекторным эффектом). Далее в ИСЭ АН (Томск) на ускорителе «Гамма» был реализован РДГ на более мощном потоке (ток пучка 20 кА, напряжением 2 МВ).

В экспериментах на ускорителе «Гамма» в Томске проводились исследования РГДИ на последовательности тороидальных колец. Большая мощность потока потребовала использования электродинамической системы генератора в виде последовательности торов. Увеличенные распределенные потери в таком устройстве позволили успешно решить проблему селекции мод и получить мощности, характеристики РДГ на сплошном гофрированном волноводе. В односекционной системе, содержащей периодическую последовательность торов, как и в двух отмеченных ранее закрытых типах замедляющих систем, мощная генерация наблюдалась в режиме поперечных резонансных колебаний поля (область частот вблизи  $2\pi$ -вида колебаний,  $d \approx \lambda$ ) [20, 21].

Примером секционирования может служить РГДИ (на ускорителе «Гамма») со структурой неоднородностей в виде полуторов, разделенной на 2 секции. Напряжение пучка составило 650кВ, ток пучка 2–10 кА. В некоторой области длин волн вблизи  $2\pi$ -вида была получена генерация в миллиметровом диапазоне длин волн ( $\lambda \approx 7-11$  мм), а также в сантиметровом диапазоне. Выведенная в атмосферу мощность составляла в отдельных пиках до 4.5 ГВт при длительности импульса по основанию (на уровне 0,1 от максимальной мощности) 200-260 нс [20, 21]. Дальнейшим развитием подобных систем являются дифракционные генераторы с несколькими направлениями распространения волн, действующие на частотах вблизи  $2\pi$ -,  $3\pi$ -,  $4\pi$ -видов основной аксиально-симметричной моды

периодического волновода [22]. Такие устройства называются многоволновыми генераторами дифракционного излучения (МВДГ).

В последнее время ведутся активные исследования взаимодействия поверхностной и объемной составляющих излучения, в том числе, при различных отношениях диаметра замедляющей структуры к длине волны излучения [29]. Особенно нужно отметить эксперименты по изучению учета влияния асимметричных мод на резонансный отклик замедляющих систем и на структуру полей в них. Для возбуждения и селекции асимметричных мод используются азимутально-неоднородные структуры неоднородностей, например, в виде диафрагм, имеющих различное значение радиуса на нескольких интервалах по азимутальному углу. При этом наблюдается генерация периодически сменяющих друг друга мод на одной несущей частоте [28].

### *1.3. Математические методы расчета и анализа генераторов дифракционного излучения*

Первым используемым методом для описания электромагнитных полей в объеме системы был метод эквивалентных схем. Он хорошо сочетался с подходом, при котором объем системы разделялся на последовательность связанных объемов (резонаторов). Если модовую структуру полей считать достаточно постоянной, то влияние пучка на каждый отдельный объем приводит к изменению только амплитуды и фазы. Таким образом, каждому резонатору ставилась в соответствие эквивалентная схема ( $N$ -полюсник) с входными и выходными параметрами, а затем решались уравнения относительно компонент вихревых электромагнитных полей. Недостатком подхода является то, что он позволяет описывать только одномодовый режим, так как не учитывает многочисленные объемные поля, создающие обратные связи [2].

Для решения краевых задач взаимодействия потока с полем на элементарных объемах применяются методы типа Галёркина [34, 35]. Основная идея применения этих методов состоит в том, что поле раскладывается по полной системе функций – модам электродинамической структуры. Эти моды можно представить как функции  $E_n, H_n$ , зависящие от продольных координат в поперечных сечениях. В качестве таких функций можно использовать, например, нормальные моды гладких волноводов [36].

Произвольная векторная величина может быть разложена по этим функциям. Для определения коэффициентов разложения записываются уравнения возбуждения заданным током. Уравнения движения в линейном приближении решаются совместно с уравнениями возбуждения мод электродинамической си-

стемы. Такое приближение позволяет определять усиление сигнала в ЛБВ, пусковые токи в генераторах СВЧ. Однако оно неприемлемо, если необходимо найти КПД, мощность и т.д., которые определяются из нелинейной теории.

Классическое математическое моделирование дифракции на различных геометрических объектах часто приводит к краевым задачам для дифференциальных уравнений в частных производных (например, уравнения Гельмгольца). Самыми распространенными численными методами решения таких задач являются сеточные методы, а именно, метод конечных элементов и метод конечных разностей. Разработкой сеточных методов для задач анализа и синтеза СВЧ-устройств, в том числе дифракционного типа, долгие годы занимались на Физическом факультете МГУ научные группы во главе с А.Г. Свешниковым и А.Н. Боголюбовым [23–25].

Начиная с 1970-х годов в МГУ разрабатываются методы решения краевых задач с помощью интегральных уравнений [30, 31]. Их преимущество состоит в том, что можно проще формулировать краевые задачи, а также свести задачу, поставленную для неограниченной области, к задаче для ограниченной области (в частности, для границы рассеивающей поверхности). К недостаткам этих методов относят то, что в ядрах интегральных уравнений часто могут присутствовать особенности, что затрудняет алгоритмическое решение задачи. В данной работе ставится краевая задача дифракции для последовательности торов, которая решается методом интегральных уравнений. Рассматриваются уравнения Максвелла в цилиндрических координатах и ставятся краевые условия: условие излучения на бесконечности для отраженной волны, а также условие равенства нулю тангенциальной составляющей напряженности на проводящей поверхности торов.

#### *1.4. Учет фокусирующего магнитного поля в СВЧ-устройствах*

В 1950-х годах был открыт механизм когерентного излучения электронов, совершающих кроме поступательного движения ещё и вращательные движения вокруг точек, называемых ведущими центрами [32]. Это дало теоретическую возможность использовать возможные резонансы, возникающие при определенных значениях частот циклического движения электронов. Первые эксперименты по генерации СВЧ-излучения в соответствии с вышеизложенными идеями оказались неудачными (эффективность генерации не превышала 1%) [33]. Как и в случае с РГДИ, для получения существенного эффекта необходимо было иметь сильноточные релятивистские электронные потоки [37].

Одним из первых приборов, работающих на взаимодействии вышеупомянутого колебательного движения электронов и электромагнитной волны, распространяющейся в системе, является мазер на циклотронном резонансе (МЦР). Циклотронный резонанс возникает в случаях, когда частота электромагнитной волны кратна частоте вращения электрона вокруг некоторого центра (т.н. циклотронная частота). В релятивистских случаях необходимо учитывать доплеровскую поправку [38].

При слаборелятивистских энергиях электронов наибольшее распространение получили гиротроны. В гиротроне электроны слабо взаимодействуют с полем нерегулярного волновода на частоте, близкой к критической. В таких условиях доплеровская поправка к частоте мала, благодаря чему снижается до минимума влияние разброса поступательных скоростей электронов, и тем самым повышается электронный КПД. Отсутствие замедляющей системы и возможность использования открытых резонаторов делают гиротроны мощными генераторами и усилителями диапазона миллиметровых и субмиллиметровых волн в нерелятивистских случаях [39].

Однако при переходе к релятивистским энергиям электронов эффективность гиротрона уменьшается из-за слишком большой разницы в скоростях вращения частиц, приводящей к их выходу из резонансного режима.

Несмотря на это, практически во всех релятивистских устройствах с фокусировкой потока электронов магнитным полем, наблюдается некоторое изменение выходной энергии (увеличение или уменьшение) при некоторых значениях напряженности фокусирующего магнитного поля. Это означает необходимость более подробного изучения влияния циклотронного резонанса на возбуждение мод в объеме СВЧ-устройства любого типа.

## Глава 2. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ СВЕРХРАЗМЕРНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

### 2.1. Исследование осесимметричных замедляющих систем методом интегральных уравнений

В данном разделе описан теоретический подход к моделированию дифракционного излучения электронного потока в сверхразмерных периодических структурах с помощью интегральных уравнений [40]. Решение задачи приводится для двух типов систем: открытой системы на последовательности торов и двухсекционного волновода с синусоидальной гофрировкой. Основная задача ставится здесь следующим образом. Электронный трубчатый поток, первоначально промодулированный по частоте  $\omega$ , пропускается внутри системы на достаточно малом расстоянии от структуры неоднородностей. Требуется определить отклик системы на её возбуждение полем электронного потока.

С математической точки зрения рассматриваемая задача представляет собой стационарную задачу дифракции на периодических неоднородностях. Её решение проводилось методом интегральных уравнений, в соответствии с которым краевая задача, включающая уравнения Максвелла в цилиндрических координатах, приводится к дифференциальному уравнению типа Гельмгольца, но отличающемуся от него дополнительным слагаемым:

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial z^2} + \left(k^2 - \frac{1}{r^2}\right) H_\varphi = 0. \quad (1)$$

Для перехода к интегральному представлению поля в объеме пространства взаимодействия, использовался математический аппарат сопряженных операторов. Дифференциальное уравнение было приведено к виду

$$L(H) \equiv \Delta H + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H}{\partial r} + \left(k^2 - \frac{1}{\rho^2}\right) H = 0 \quad (2)$$

и введен сопряженный оператор

$$M(V) = \Delta V - \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \rho} \left(\frac{V}{\rho}\right) + \left(k^2 - \frac{1}{\rho^2}\right) V = \Delta V - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \rho} + k^2 V = 0.$$

Комбинация этих операторов

$$VL(H) - HM(V) = \frac{\partial}{\partial \rho} \left( V \frac{\partial H}{\partial \rho} - H \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( V \frac{\partial H}{\partial z} + H \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} \right) H + \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{HV}{\rho} \right)$$

интегрировалась по объему, ограниченному контуром, совпадающим с границами замедляющей структуры. При этом применялась формула Гаусса-Остроградского

$$\int_S VL(H) - HM(V) dq = \int_L \left( V \frac{\partial H}{\partial n} - H \frac{\partial V}{\partial n} + \frac{HV}{\rho} \cos(n, \rho) \right) dl.$$

В результате проведенных преобразований получено интегральное уравнение относительно величины  $H_\varphi$ , представляющее собой обобщенное уравнение Фредгольма 2 рода:

$$H(M) = \frac{1}{2\pi} \int_L (G(M, P) \frac{\partial H(P)}{\partial n_P} - H(P) (\frac{\partial G(M, P)}{\partial n_P} - \frac{1}{\rho} G(M, P) \cos(n, \rho))) dl_P - \frac{1}{2\pi} \int_S G(M, P) f(P) dq_P, \quad (3)$$

$$G(M, P) = \rho_M \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \cos \varphi d\varphi, R = \sqrt{\rho_M^2 + \rho_P^2 - 2\rho_M \rho_P \cos \varphi + (z_M - z_P)^2}. \quad (4)$$

Выражение  $G(M, P)$  представляет собой фундаментальное решение уравнения (2) для свободного пространства.

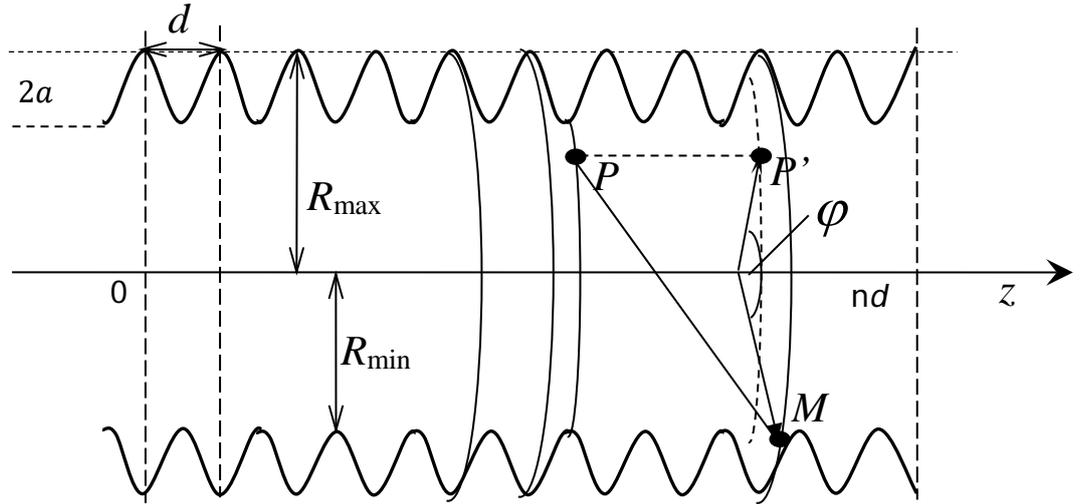


Рис. 1. Секция гофрированного волновода и взаиморасположение точек  $M, P$  на контуре интегрирования

Поверхность волновода удовлетворяет условию  $[n, E] = 0$ , т. е. :

$$n_\varphi E_z = n_z E_\varphi; n_z E_\rho = n_\rho E_z; n_\rho E_\varphi = n_\varphi E_\rho.$$

Исходя из формы поверхности (рис. 1), следует, что вектор внутренней нормали к ней может иметь только компоненты по  $z$  и  $\rho$ , при этом система сокращается до второго уравнения, а при учете соотношений

$$-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} + \frac{i\omega}{c} E_\rho = 0, \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} + \frac{i\omega}{c} E_z = 0$$

(распространяется только волна  $E_{0m}$ ), это уравнение можно записать в виде

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial n} + \frac{H_\varphi}{\rho} \cos(\rho, n) = 0.$$

После подстановки последнего выражения в интегральное соотношение (3), это соотношение сильно упрощается, так что  $K(M, P) = -\frac{\partial G}{\partial n_P}$ .

Решение приведенного выше интегрального уравнения задает распределение токов, наведенных на поверхностях структуры.

Для решения поставленной задачи были сделаны следующие допущения: рассматривался случай распространения только простейшей волны электрического типа  $E_{0m}$  (см. выше), а контур интегрирования разделялся на малые участки по азимутальному углу, с выбором соответствующего числа разбиений.

Фундаментальное решение  $G(M, P)$ , фигурирующее в уравнении Фредгольма, зависит от взаимного расположения двух точек:  $M, P$ . При интегрировании мы обозначили  $M$  как точку наблюдения,  $P$  как «текущую» точку интегрирования, а  $R_{PM}$  – расстояние между этими точками. Последнее слагаемое в уравнении определяется полем, создаваемым в объеме системы. Исходя из этого, интегральное соотношение (2) было преобразовано в систему линейных алгебраических уравнений, записанную в виде матричного уравнения  $AX = B$ , где элементы матрицы  $A$  имеют вид:

$$A(i, j) = \begin{cases} 1 + K(P_i, P_j)\Delta l_i, & i = j, \\ K(P_i, P_j)\Delta l_j, & i \neq j, \end{cases}$$

столбец  $X$  содержит решения, а столбец «правых частей»  $B$  – значения поля в объеме. Система уравнений решалась относительно максимальных наведенных на поверхности токов  $J_{max}$ , которые пропорциональны приповерхностным полям, в частности – компоненте  $H_\varphi$  дифракционного поля согласно соотношению  $j = \frac{c}{4\pi} [nH]$ . Наведенные токи являются теми «вторичными источниками», о которых говорит принцип Гюйгенса–Френеля.

Чтобы узнать значения компонент полей в объеме, нужно подставить найденные на предыдущем шаге значения приповерхностных полей в интегральное представление (3).

Решение задачи дифракции проведено методом интегральных уравнений для двух типов систем. В случае открытой системы торов поверхность контура интегрирования задается параметрически:  $z = \cos\alpha + id, r = R_c + a\sin\alpha$ , где  $\alpha$  – угол, откладываемый от оси  $z$  в интервале от 0 до  $2\pi$ .

При этом ядро  $K(M, P)$  конкретизируется следующим образом:

$$K(M, P) = \rho_M \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \left( \left( \frac{ik}{R} - \frac{1}{R^2} \right) \left( (\rho_P - \rho_P \cos \varphi) \sin \alpha + (z_M - z_P) \cos \alpha \right) \right) \cos \varphi d\varphi. \quad (5)$$

Другим типом замедляющей системы, рассмотренным в проекте, является волновод с гофрированными стенками. Его поверхность в общем случае задается функцией  $r(z) = R_c + a \cos\left(\frac{2\pi z}{d}\right)$ , где  $R_c = \frac{R_{max} - R_{min}}{2}$ .

В данном случае ядро уравнения Фредгольма имеет следующий вид:

$$K(M, P) = \rho_M \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \left( \left( \frac{ik}{R} - \frac{1}{R^2} \right) \left( \frac{(\rho_P - \rho_M \cos \varphi) + r'(z_P)(z_P - z_M)}{\sqrt{1 + r'^2(z_P)}} \right) \right) \cos \varphi d\varphi. \quad (6)$$

В нашей работе моделировался двухсекционный волновод, состоящий из двух гофрированных секций с периодами  $d_1$ ,  $d_2$  и трубы дрейфа длиной  $z_c$  – участка гладкого волновода, расположенного между ними. В этом случае функция, задающая поверхность, выражается в виде

$$\begin{aligned} r(z) &= R_c - a_1 \cos\left(\frac{2\pi z}{d_1}\right), \quad z \leq p_1 d_1; \\ r(z) &= R_c - a_1 \cos(2\pi), \quad p_1 d_1 \leq z \leq p_1 d_1 + z_c; \\ r(z) &= R_c - a_2 \cos\left(\frac{2\pi z}{d_2}\right), \quad z \geq p_2 d_2. \end{aligned}$$

При этом ядро уравнения Фредгольма, необходимое для расчетов, вычисляется согласно конкретному положению точки  $P$ .

Производная функции, задающей поверхность (контур), также зависит от положения точки  $P$  в волноводе:

$$\begin{aligned} r'(z) &= a_1 \frac{2\pi}{d_1} \sin\left(\frac{2\pi z}{d_1}\right), \quad z \leq p_1 d_1; \\ r'(z) &= 0, \quad p_1 d_1 \leq z \leq p_1 d_1 + z_c; \\ r'(z) &= a_2 \frac{2\pi}{d_2} \sin\left(\frac{2\pi z}{d_2}\right), \quad z \geq p_2 d_2. \end{aligned}$$

При таком задании функций будет соблюдаться условие гладкости примыкания гофрированной части волновода к трубе дрейфа, как показано на рис. 15.

Задача, решаемая методом интегральных уравнений, более корректна в случае последовательности торков. При рассмотрении задачи на односвязной проводящей поверхности (например, гофрированного волновода) нужно предполагать, что стенка волновода погружена в слой поглотителя во избежание затекания токов на обратную сторону поверхности.

Рассматриваемый в работе трубчатый электронный поток предполагается движущимся прямолинейно вдоль оси симметрии системы и монохроматическим (модулированным на некоторой частоте  $\omega$ ).

Значения в столбце  $B$  (значения поля трубчатого электронного потока) определяются по формулам [22]

$$H_{\varphi}^0 = 4\pi\rho_0\beta k\eta e^{i\left(\frac{k}{\beta}z - \omega t\right)} \cdot \begin{cases} K_0(kr_0\eta)I_1(kr\eta), r \leq r_0, \\ -I_0(kr_0\eta)K_1(kr\eta), r \geq r_0, \end{cases}$$

где  $\eta = \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - 1} = \frac{1}{\gamma\beta}$ .

Расчет остальных компонент полей ( $E_z, E_r$ ) производится по формулам

$$E_{\rho} = -\frac{ic}{\omega} \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z} = -\frac{i}{k} \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z},$$

$$E_z = \begin{cases} \frac{ic}{\omega} \left( \frac{H_{\varphi}}{\rho} + \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \rho} \right) = \frac{i}{k} \left( \frac{H_{\varphi}}{\rho} + \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \rho} \right), \\ \frac{ic}{\omega} \left( \frac{H_{\varphi}}{\rho} + \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \rho} \right) - \frac{i4\pi}{\omega} j = \frac{i}{k} \left( \frac{H_{\varphi}}{\rho} + \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \rho} \right) - \frac{i4\pi}{k} \beta\rho_0 e^{i\frac{k}{\beta}z}, \end{cases}$$

причем верхнее соотношение выполняется в отсутствии электронного потока, а нижнее – в его присутствии.

## 2.2. Изучение влияния фокусирующего магнитного поля на структуру полей в осесимметричной замедляющей системе

В предыдущем разделе рассматривалось получение зависимостей компонент электромагнитного поля в объеме замедляющей системы от частоты модуляции  $\omega = \frac{2d}{\lambda}$  в предположении, что первоначальное поле создается кольцевым потоком электронов, движущихся вдоль оси симметрии системы. В реальных устройствах формирование таких потоков реализуется с помощью генерации специального фокусирующего магнитного поля. Величина этого поля также может влиять на результирующее распределение компонент  $E_z$  и  $E_r$  в точках объема системы. Данный раздел посвящен исследованию резонансных режимов, возникающих при взаимодействии релятивистского потока электронов с полями осесимметричных периодических электродинамических замедляющих систем конечной длины при учете однородности и конечности величины фокусирующего магнитного поля.

При численном моделировании применялась форма уравнений возбуждения электромагнитного поля, представленная в [43]. Для расчета использовался матричный многомодовый метод [44], представляющий собой одну из реализаций метода поперечных сечений.

Общая идея метода заключается в разбиении системы на последовательность элементарных участков таким образом, чтобы в каждом из них было можно найти разложение компонент электромагнитного поля по некоторой

полной системе функций, подходящей для уравнений Максвелла. В случае осесимметричной системы в качестве таких базисных функций удобно выбрать моды гладкого круглого волновода.

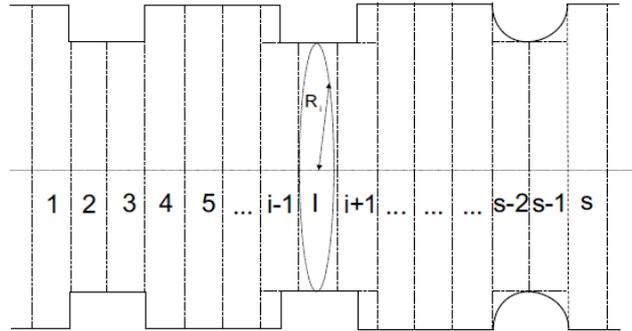


Рис. 2. Разбиение замедляющей системы на элементарные участки

На каждом  $s$ -м участке напряженность электрического и магнитного полей раскладывается на составляющие следующим образом:

$$\begin{aligned} E_s &= \sum_{n=1}^N (C_{n,s}^+(z,t) E_{n,s}^+ + C_{n,s}^-(z,t) E_{n,s}^-) \\ H_s &= \sum_{n=1}^N (C_{n,s}^+(z,t) H_{n,s}^+ + C_{n,s}^-(z,t) H_{n,s}^-) \end{aligned} \quad (7)$$

где  $C_{n,s}^{\pm}(z,t)$  – комплексные коэффициенты разложения,  $E_{n,s}^{\pm}$  и  $H_{n,s}^{\pm}$  – напряженности электрического и магнитного полей для прямых и обратных собственных волн гладкого волновода

$$\begin{aligned} E_{n,s}^{\pm} &= e_{n,s} e^{\pm i\Gamma_{n,s}z}; & e_{n,s} &= \{e_r, e_z, e_{\varphi}\}; \\ H_{n,s}^{\pm} &= h_{n,s} e^{\pm i\Gamma_{n,s}z}; & h_{n,s} &= \{h_r, h_z, h_{\varphi}\}; \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\Gamma_{n,s} = \sqrt{\left(\frac{w}{c}\right)^2 + \left(\frac{\mu_n}{R_s}\right)^2}$  – постоянные распространения волн в гладком волноводе,  $\mu_n$  – корень уравнения  $J_0(x) = 0$ ,  $R_s$  – радиус  $s$ -го элементарного участка,  $e_{n,s}, h_{n,s}$  – собственные функции поперечных сечений, имеющих в данном случае форму круга. Уравнения Максвелла для одного участка имеют вид

$$\begin{aligned} \text{rot} E_s &= -\varepsilon_0 \left( i\omega + \frac{\partial}{\partial t} \right) H_s; & \text{rot} H_s &= \varepsilon_0 \left( i\omega + \frac{\partial}{\partial t} \right) E_s + j_{\omega,s}; \\ \text{rot} (E_{n,s}^{\pm})^* &= i\omega \mu_0 (H_{n,s}^{\pm})^*; & \text{rot} (H_{n,s}^{\pm})^* &= -i\omega \varepsilon_0 (E_{n,s}^{\pm})^*; \end{aligned}$$

После проведения преобразований уравнений Максвелла и интегрирования по объему, соответствующему одному элементарному участку, уравнение возбуждения принимает вид:

$$\begin{aligned} \oint_S \{ [E_s \cdot (H_{n,s}^{\pm})^*] + [(E_{n,s}^{\pm})^* \cdot H_s] \} dS = \\ - \int_{V_s} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 H_s) \cdot (H_{n,s}^{\pm})^* + \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 E_s) \cdot (E_{n,s}^{\pm})^* \right] dV \\ - \int_{V_s} J_{\omega,s} (E_{n,s}^{\pm})^* dV \end{aligned} \quad (9)$$

В случае разложения только по симметричным модам типа  $E_{0n}$  компоненты электрического и магнитного полей представляются выражениями:

$$\begin{aligned}
E_\psi &= 0; \\
E_R &= -\sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{|Z_n|}{\pi}} \frac{1}{R_T} \frac{J_1\left(\frac{\mu_n R}{R_T}\right)}{J_1(\mu_n)} \frac{\Gamma_n}{|\Gamma_n|} [C_n^+(z)e^{i\Gamma_n z} + C_n^-(z)e^{-i\Gamma_n z}] \\
E_z &= \sum_{n=1}^N i \sqrt{\frac{|Z_n|}{\pi}} \frac{\mu_n}{|\Gamma_n| R_T^2} \frac{J_0\left(\frac{\mu_n R}{R_T}\right)}{J_1(\mu_n)} [C_n^+(z)e^{i\Gamma_n z} + C_n^-(z)e^{-i\Gamma_n z}]; \\
H_\psi &= -\sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{|Z_n|}{\pi}} \frac{1}{Z_n} \frac{1}{R_T} \frac{J_1\left(\frac{\mu_n R}{R_T}\right)}{J_1(\mu_n)} \frac{\Gamma_n}{|\Gamma_n|} [C_n^+(z)e^{i\Gamma_n z} - C_n^-(z)e^{-i\Gamma_n z}]; \\
H_R &= 0; \\
H_z &= 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Компоненты вектора пересчитывались в соответствии с [46]. После подстановки выражений (7) и (8) в интеграл (9) уравнения возбуждения сводятся к матричному виду по переменным  $n$  и  $s$ .

Наличие в системе продольного взаимодействия потока и поля позволяет рассматривать элементарные регулярные участки как последовательность связанных объемов, при продольном перемещении по которой происходит трансформация полей. В рамках принятой методики радиусы элементарных участков постоянны, поэтому на границах участков неизбежны разрывы 1 рода (скачки). Для решения этой проблемы метод предполагает проводить дополнительную процедуру «сшивания» полей на границах участков, используя условия непрерывности вектора Умова-Пойнтинга.

Результатом решения матричного уравнения на последовательности элементарных участков являются коэффициенты разложения  $C_{n,s}^+$ ,  $C_{n,s}^-$  для каждого участка по соответствующим модам гладких волноводов.

Для описания движения электронов потока при наличии фокусирующего поля была использована модель, основанная на представлении движения частиц в виде двух составляющих: вращательного движения вокруг некоторой точки, называемой «ведущим центром» или центром ларморовой окружности (так называемой циклотронное вращение), и поступательного движения этого центра (дрейф). Эта модель предусматривает ряд допущений [45]:

- скорость циклотронного вращения много больше скорости дрейфа;
- не учитывается кулоновское взаимодействие между частицами;
- в системе возбуждаются только аксиально-симметричные моды.

Уравнение движения заряженной частицы в общем случае имеет вид:

$$\frac{d}{dt} m_0 \mathbf{v} \gamma = q(\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)]) + q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}, z)] \tag{11}$$

В работе [46] была получена система уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = v_x = -r\Omega \sin(\varphi + \Omega t) \\ \dot{y} = v_y = -r\Omega \cos(\varphi + \Omega t) \\ \dot{z} = v_z = const, \end{cases} \tag{12}$$

которая описывает движение частицы по винтовой траектории (рис. 3)

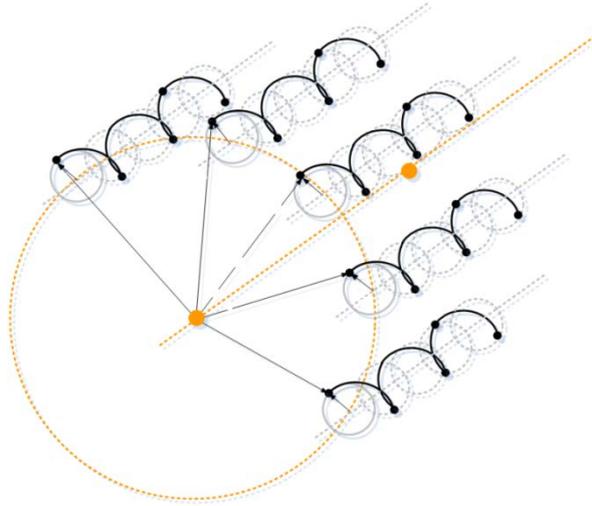


Рис. 3. Вид траекторий движения частиц потока под воздействием постоянного магнитного поля

Уравнение (11) в координатном виде

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(m_0 v_x \gamma) - m_0 G v_y = m_0 \alpha_x \\ \frac{d}{dt}(m_0 v_y \gamma) + m_0 G v_x = m_0 \alpha_y \\ m_0 v_z \dot{\gamma} + m_0 \dot{v}_z \gamma = m_0 \alpha_z, \end{cases}$$

где  $\alpha = \frac{q}{m_0} (\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)])$ .

Компоненты вектора  $\alpha$  пересчитывались в связанную с волноводом цилиндрическую систему координат  $(R, \psi, z)$ , и, учитывая допущение о распространении в структуре только аксиально-симметричных мод, имеют вид:

$$\begin{aligned} \alpha_\psi &= \frac{q}{m_0} (E_\psi + e_\psi (-v_z B_R)) = 0; \\ \alpha_R &= \frac{q}{m_0} (E_R + e_R (v_z B_\psi)) = \frac{q}{m_0} (E_R + e_R \mu_0 v_z H_\psi); \\ \alpha_z &= \frac{q}{m_0} (E_z + e_z (v_\psi B_R - v_R B_\psi)) = \frac{q}{m_0} (E_z - e_z \mu_0 v_R H_\psi). \end{aligned} \quad (13)$$

Используя выражения (10), можно окончательно получить

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \frac{\alpha_R \sin \psi}{G}; \quad \dot{Y} = -\frac{\alpha_R \cos \psi}{G}; \\ \dot{r} &= -\frac{\alpha_R}{G} (\cos \psi \cdot \sin \varphi + \sin \psi \cdot \cos \varphi); \\ \dot{\varphi} &= \frac{G}{\gamma} - \frac{\alpha_R}{rG} (\cos \psi \cdot \cos \varphi - \sin \psi \cdot \sin \varphi); \\ \dot{\gamma} &= \frac{1}{c^2} \left( \alpha_z v_z - \frac{rG\alpha_R}{\gamma} (\cos \psi \cdot \sin \varphi + \sin \psi \cdot \cos \varphi) \right); \\ \dot{v}_z &= \frac{1}{\gamma} \left( \alpha_z \frac{1}{\gamma^2} \left( 1 + \frac{r^2 G^2}{c^2} \right) + \frac{rGv_z \alpha_R}{\gamma c^2} (\cos \psi \cdot \sin \varphi + \sin \psi \cdot \cos \varphi) \right). \end{aligned} \quad (14)$$

### Глава 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ СВЕРХРАЗМЕРНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

#### 3.1. Исследование открытой системы торов

Открытая замедляющая система, рассматриваемая в работе, представляет собой последовательность торов, центры которых расположены на одной прямой, являющейся их осью симметрии. Расстояние между центрами соседних торов постоянно и составляет период структуры неоднородностей.

В описываемой системе торы имеют одинаковые геометрические размеры, определяемые двумя величинами: средним радиусом самого тора  $R_c$  и радиусом сечения  $a$  (рис. 4).

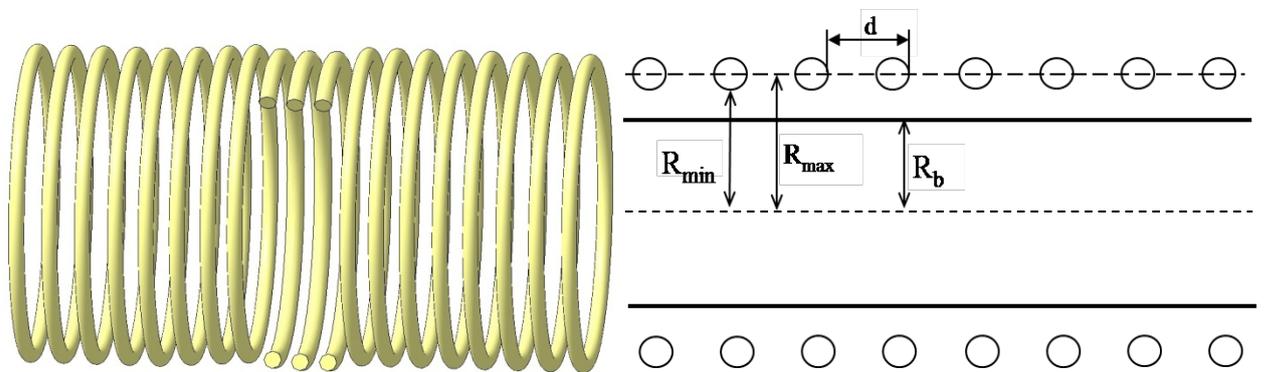


Рис. 4. Схема периодической структуры неоднородностей открытой системы торов

При численном решении осевые сечения торов разбивались на дуги с углами  $2\pi/m$ , где  $m$  – число точек разбиения по углу  $\alpha$  вокруг центра сечения. Координата  $z$  разбивалась на  $p$  участков, пропорциональных периоду неоднородностей  $d$ . По азимутальному углу контур разбивался на малые участки, с выбором соответствующего числа разбиений. Далее, при фиксированном значении нормированной частоты  $\omega = 2d/\lambda$  сначала вычислялись элементы  $A_{ij}$  матрицы  $A$ , исходя из  $G(M_i, P_j)$ , а также элементы  $B_i$  столбца  $B$ . Затем решалась система линейных уравнений  $AX = B$  и определялись значения амплитуд токов, наведенных в различных точках поверхности.

В ранее разработанной программе [43] для ускорения вычислений применялся метод решения систем линейных уравнений с помощью блочных теплицевых матриц. Поэтому в качестве столбца  $B$  правой части рассматривался лишь периодический столбец, с периодом, равным размеру блочной матрицы. В настоящей работе программа модернизирована, чтобы допускать возможность

заполнения столбца значениями произвольной функции, поэтому решение матричного уравнения проводится общим методом (в частности, методом Гаусса).

Далее, производился поиск резонансных режимов по методу электронного зонда [14], который заключается в следующем: при фиксированном продольном волновом числе  $k_z$  варьируется величина скорости  $v$ , при этом частота модуляции  $\omega = k_z v_z$  выбирается так, чтобы для различных скоростей волновое число было постоянным. Затем меняется волновое число и процедура повторяется для нового  $k_z$ . В результате мы получаем набор данных, благодаря которому можем осуществлять вариацию нормированной частоты  $\omega$  при постоянной скорости потока. На основе полученных данных были построены графики зависимости максимумов  $J_{\max}$  наведенных на поверхностях токов от нормированной частоты  $\omega = 2d/\lambda$ , т.е. резонансно-частотная характеристика для нескольких значений радиуса сечения тора: 0,4; 0,5; 0,6 см. Выбранный интервал частот  $\omega$  составил от 0,7 до 2,2 в нормированных единицах. При этом варьировалось количество периодов неоднородностей структуры ( $p=20, 25, 30$  и  $35$ ).

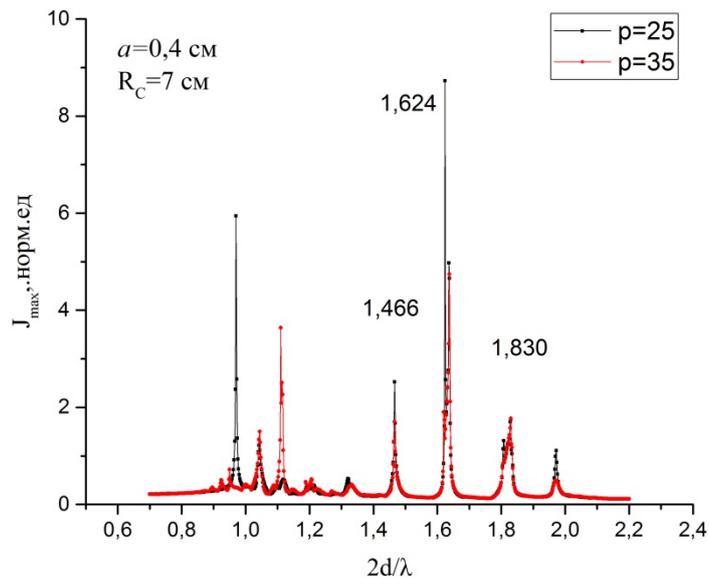


Рис. 5. Резонансно-частотная характеристика открытой системы торов при радиусе сечения  $a = 0,4$  см.

Для открытой системы торов были выбраны следующие параметры: период неоднородностей  $d=1,5$  см, число точек разбиений по окружности сечения тора  $m=30$ , радиус трубчатого электронного потока  $R_0=5,8$  см, ускоряющее напряжение  $U=2000$  кВ, число точек азимутального разбиения  $N=1200$ . Средний радиус системы ( $R_c=7$  см) выбирался таким, что отношение диаметра к длине

волны излучения  $D/\lambda$  составляло порядка  $5 \div 8$ , с тем, чтобы в структуре оказывались открытыми 8-9 собственных мод сплошного гладкого волновода.

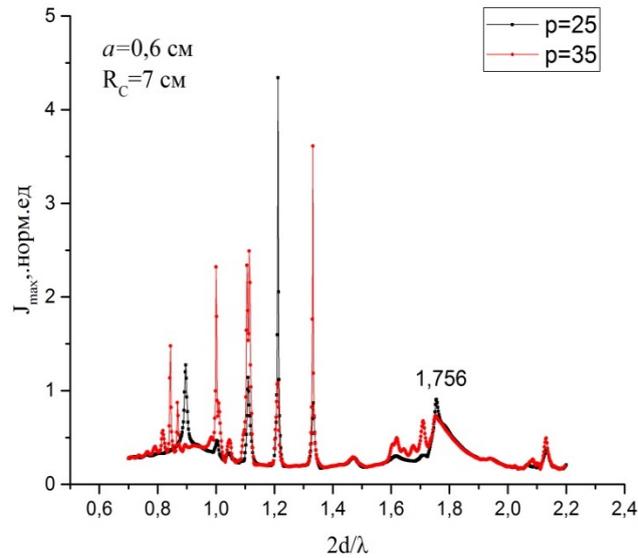


Рис. 6. Резонансно-частотная характеристика открытой системы торов при радиусе сечения  $a = 0,6$  см.

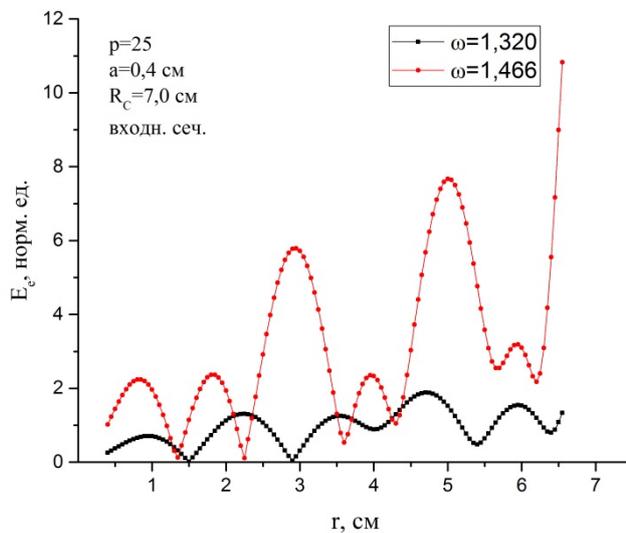


Рис. 7. Распределение  $E_r$  в поперечном сечении при  $a = 0,4$  см в соседних резонансных пиках:  $\omega=1,320$  и  $\omega=1,466$

В случае радиуса сечения  $a = 0,4$  см пики на графике РЧХ более острые, при этом четко выражены моды  $E_{0n}$  (рис. 5). Для значения  $a=0,6$  см (рис. 6) наблюдалось большее по сравнению с предыдущим случаем количество пиков в том же изначальном диапазоне  $\omega$  от 0,7 до 2,2, т.е. с увеличением радиуса сечения тора на РЧХ появляются дополнительные резонансные пики.

В найденных точках экстремумов РЧХ и вблизи них проводились измерения распределения компонент полей  $H_\varphi, E_z, E_r$  в трех различных поперечных сечениях системы, выбранных в начале, середине и конце системы относительно движения электронного потока.

Вычисление производных, необходимых для расчета компонент полей, велось по 7-точечному шаблону, обеспечивающему достаточную точность. Формулы для компонент полей приведены в п. 2.1.

Поля в поперечных сечениях исследовались с разрежением 0,005 см по радиусу в точках минимального радиуса системы. Результаты расчётов показали, что в интервале  $\omega$  от  $n$  до  $n+1$ , где  $n$  – целое, количество вариаций открытых мод увеличивается при переходе от предыдущего резонансного пика к следующему (рис. 7, 9, 10).

Начиная с  $\omega = 1,320$  становится заметной разница в количестве вариаций у  $H_\varphi$  по сравнению с  $E_z$  и  $E_r$  (рис. 8).

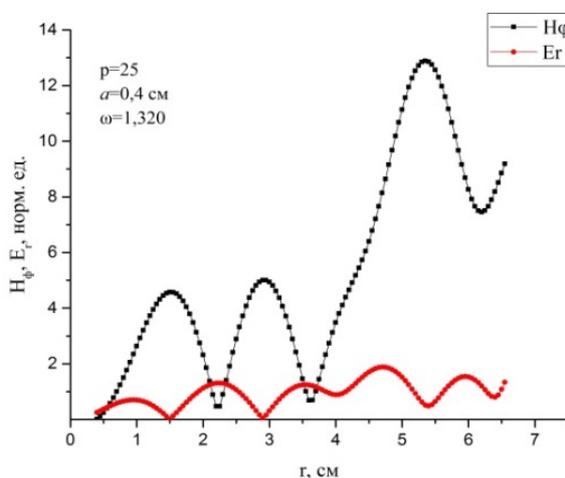


Рис. 8. Распределение компонент полей в поперечном сечении при  $a = 0,4$  см,  $\omega=1,320$ .

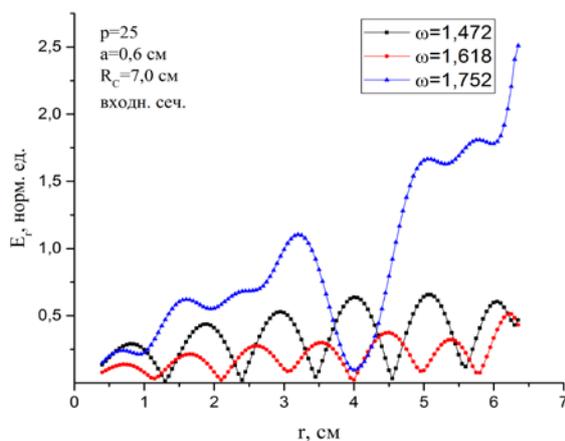


Рис. 9. Распределение  $E_r$  в поперечном сечении при  $a = 0,6$  см в различных резонансных пиках:  $\omega=1,472$ ,  $\omega=1,618$  и  $\omega=1,752$

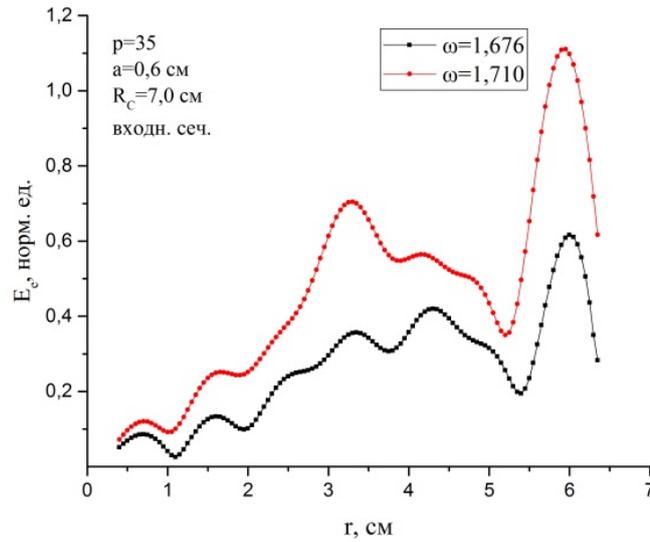


Рис. 10. Распределение  $E_r$  в поперечном сечении при  $a = 0,6$  см в двух соседних резонансных пиках слева от ближайшего к  $2\pi$ -виду ( $\omega=1,752$ ).

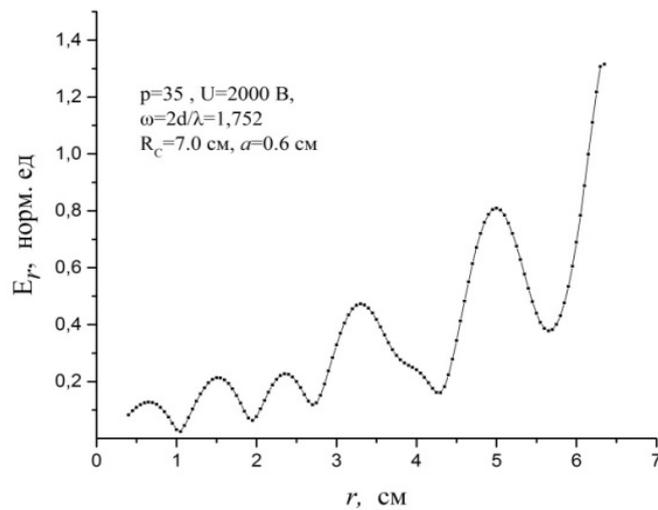


Рис. 11. Распределение  $E_r$  в поперечном сечении при  $a = 0,6$  см в ближайшем к  $2\pi$ -виду резонансном пике ( $\omega=1,752$ ).

Например, на рис. 11, при  $\omega=1.752$  - ближайшем к  $2\pi$ -виду выраженном резонансном пике при  $a = 0,6$  см, проявляются свойства гибридности и формирования поверхностной волны.

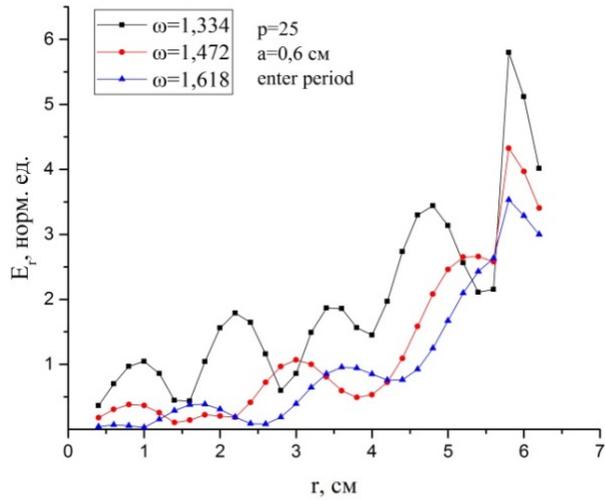


Рис. 12. Распределение  $E_r$  в поперечном сечении при  $a=0,6$  см в соседних резонансных пиках:  $\omega=1,334$ ,  $\omega=1,472$  и  $\omega=1,618$ .

Можно предположить, что при уменьшении потерь энергии, связанных с увеличением радиуса сечения тора, в системе сохраняется большее число гибридных мод (рис. 12). Их количество увеличивается с уменьшением щелевых зазоров открытой системы.

Кроме того, были исследованы продольные распределения полей на протяжении всей длины системы (рис. 13, 14).

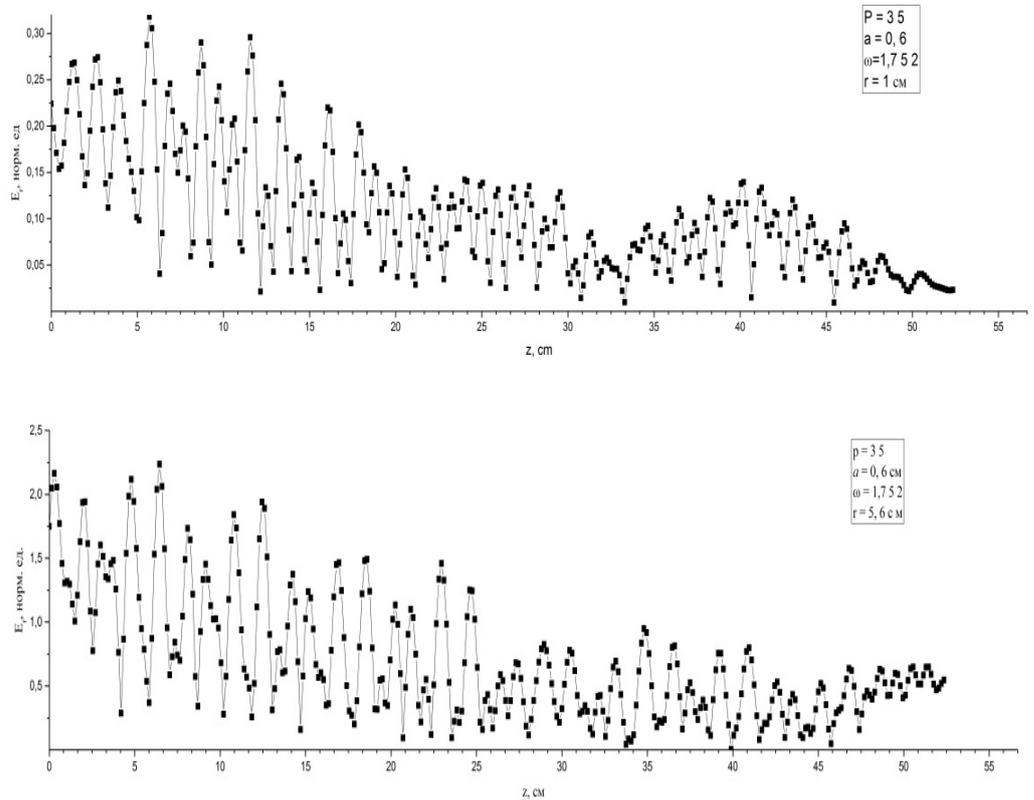


Рис. 13. Продольное распределение  $E_r$  при  $a=0,6$  см,  $\omega = 1,752$ , вблизи оси симметрии ( $r=1$  см) и поверхности структуры ( $r=5,6$  см).

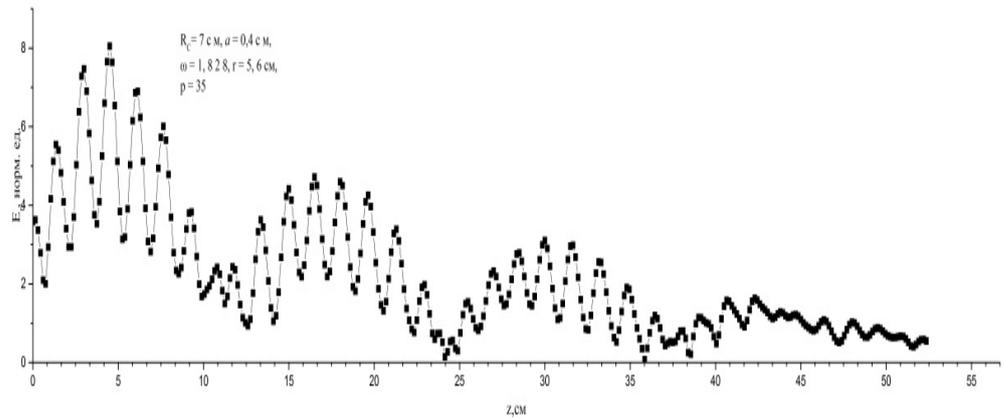


Рис. 14. Продольное распределение  $E_r$  при  $a=0,4$  см,  $\omega = 1,828$  вблизи поверхности структуры ( $r=5,6$  см)

Полученные графики показывают, что в открытой системе на частотах ближайшего к  $2\pi$ -виду резонанса можно проследить формирование  $(N-3)$ ,  $(N-4)$ ,  $(N-5)$  резонансных мод поверхностной волны, но основная часть энергии переносится объемными волнами.

На основании результатов проведенных экспериментов можно заключить, что в диапазоне нормированных частот  $2d/\lambda$  между первой и второй границами полосы прозрачности, как и в замедляющей гофрированной структуре, выделяются несколько резонансных пиков. Исследование поперечных полей показало, что они соответствуют собственным открывающимся модам сплошного гладкого волновода. Такое поведение полей в структуре можно сопоставить с видом дисперсионных характеристик для осесимметричных гофрированных замедляющих структур с соответствующим отношением  $D/\lambda$  [36]. Помимо собственных мод осесимметричной структуры, дисперсионные характеристики вблизи границы второй полосы прозрачности содержат линии гибридных мод, на которых связаны волны  $E_{09}$  и поверхностная волна,  $E_{09}$  и  $E_{02}$ , так что структура поля может значительно меняться вдоль одной линии корня дисперсионного уравнения [47].

В исследуемых открытых системах поведение полей в ближайших к границе второй полосы прозрачности резонансных пиках также указывает на гибридный характер мод на этих частотах: число вариаций поля в компоненте  $H_\varphi$  оказывается меньше, чем число вариаций в компонентах  $E_z$  и  $E_r$ .

### 3.2. Исследование волновода с синусоидальной гофрированной поверхностью

В общем случае секция волновода с синусоидальной гофрированной поверхностью имеет схематически вид, указанный на рис. 1. Экспериментаторов часто интересуют 2-секционные структуры, благодаря тому, что в них разделяются функции двух секций и обеспечивается селекция мод излучения [12, 13]. В нашем случае моделировался волновод, состоящий из 2 секций, расположенных схематически согласно рис. 15.

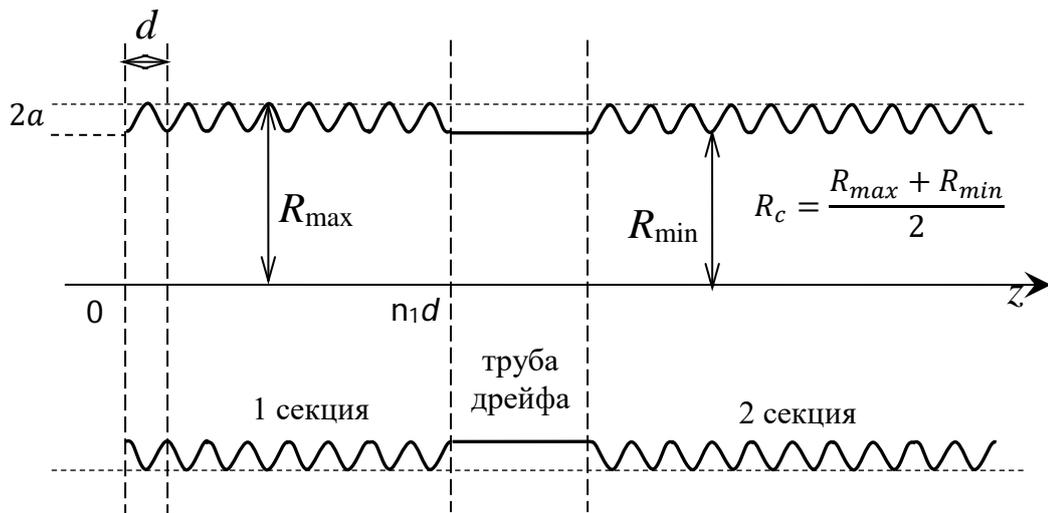


Рис. 15. Схема волновода с 2 секциями неоднородностей и трубой дрейфа.

В ходе исследования была проведена серия экспериментов с различными значениями основных параметров двухсекционного гофрированного синусоидального волновода.

В частности, были построены резонансно-частотные характеристики для нескольких комбинаций параметров, графики которых приведены на рис. 16–17.

Значения величин геометрических размеров и частот варьировались в следующих пределах. Число периодов 1-й секции:  $p_1 = 12 - 13$ , число периодов 2-й секции:  $p_2 = 15 - 24$ , число периодов трубы дрейфа:  $p_0 = 5$ . Максимальный радиус волновода  $R_{max}$  принимал значения 5,55 и 7,00 см, радиус трубчатого электронного потока  $R_0$  принимал значения от 3,95 до 5,8 см, в зависимости от диаметра волновода. Диапазон по нормированной частоте:  $0,7 \leq \omega = 2d/\lambda \leq 2,2$ , величина амплитуды гофрировки  $a = 0,4$  и  $0,6$  см, число разбиения точек  $m = 30$ , длина периода  $d = 1,5$  см.

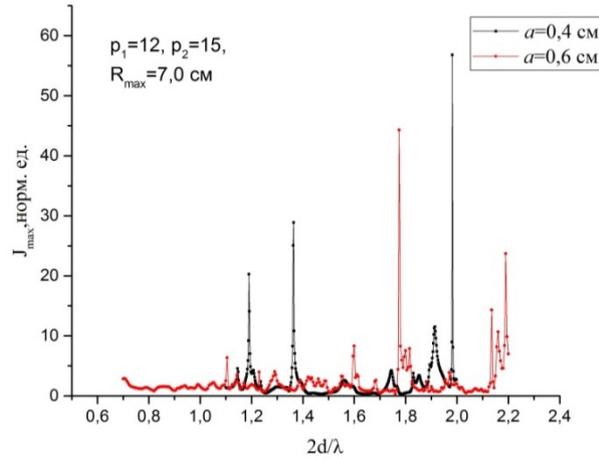


Рис. 16. Резонансно-частотные характеристики двухсекционной гофрированной системы при различных амплитудах гофрировки

Сопоставление двух графиков на рис.16 показывает, что уменьшение амплитуды гофрировки приводит к вырождению некоторых из резонансов в исследованном интервале частот, что улучшает селективные свойства структуры.

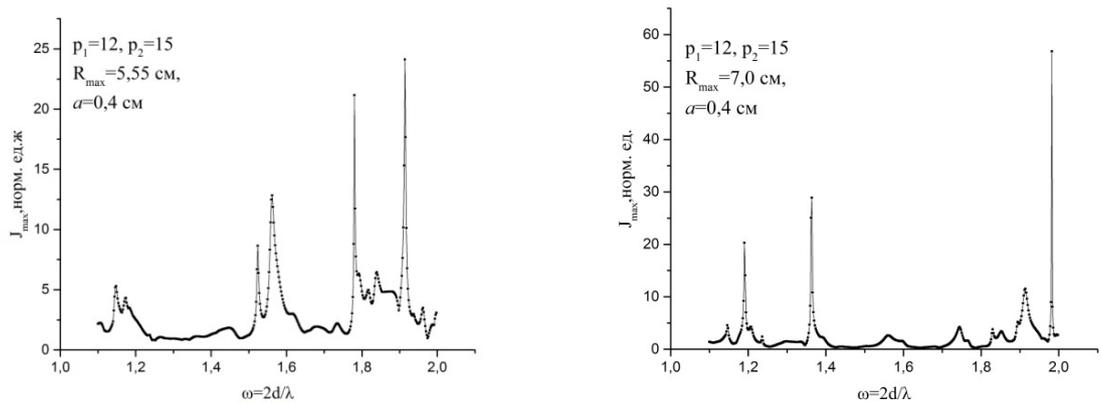


Рис. 17. Резонансно-частотные характеристики двухсекционной гофрированной системы при различных радиусах структуры

Несмотря на различие значений амплитуды гофрировки и внешних радиусов системы, в спектре присутствуют выраженные резонансные пики на частотах, близких к  $2\pi$ -виду колебаний (рис.16, 17).

Также было построено распределение полей в пространстве взаимодействия потока и поля для нескольких поперечных сечений.

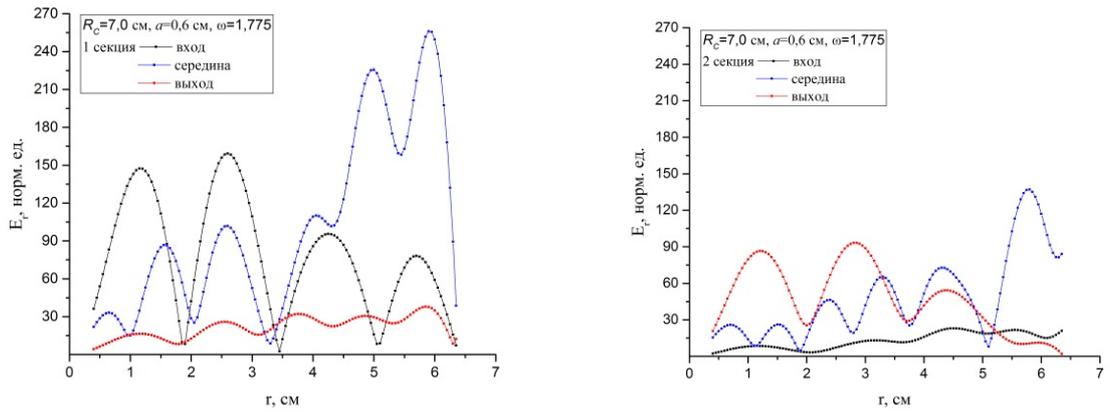


Рис. 18. Распределение компоненты  $E_r$  в поперечных сечениях 1-й и 2-й секции двухсекционной системы при  $a = 0,6$  см в ближайшем к  $2\pi$ -виду резонансном пике ( $\omega=1,775$ )

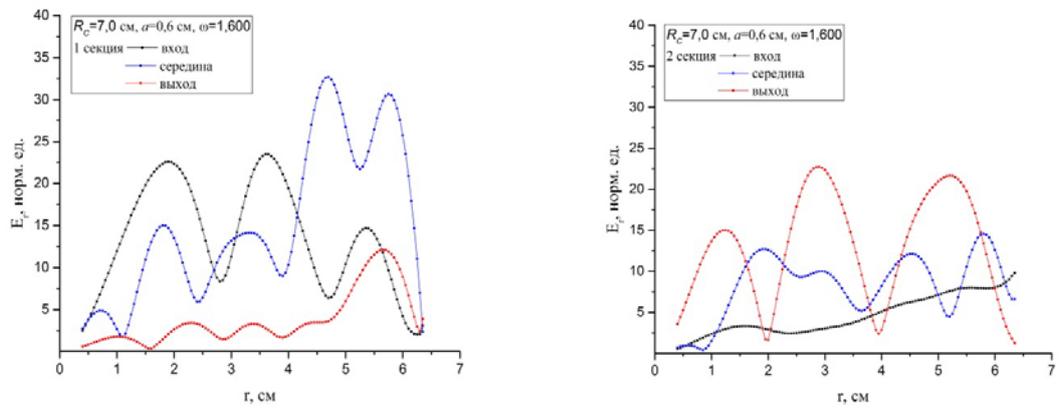


Рис. 19. Распределение компоненты  $E_r$  в поперечных сечениях 1-й и 2-й секции двухсекционной системы при  $a = 0,6$  см в низкодобротном резонансном пике ( $\omega=1,600$ )

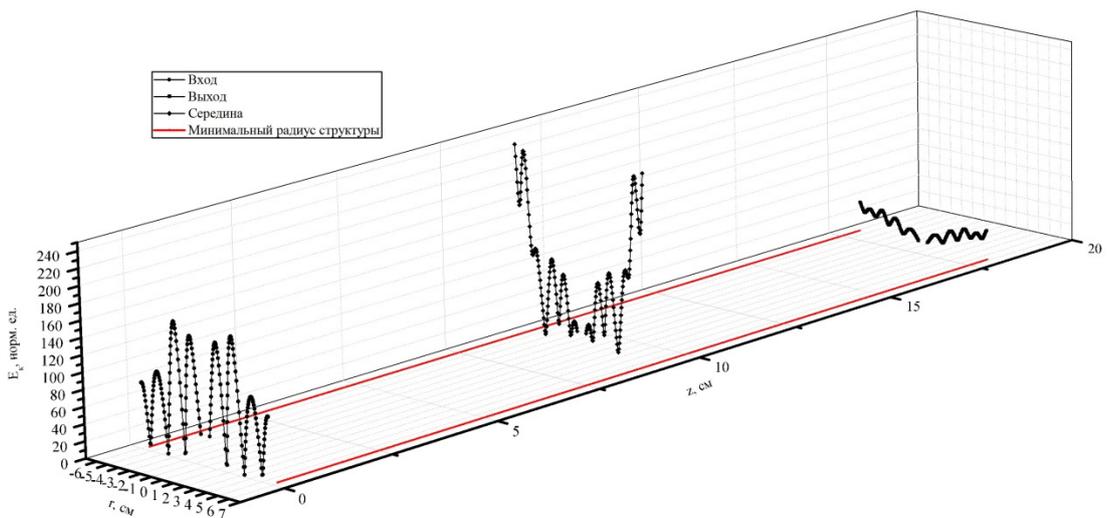


Рис. 20. Распределение компоненты  $E_r$  в поперечном сечении 1-й секции двухсекционной системы с числом периодов  $p_1=12$ ,  $R_{max}=7,0$  см, при  $a=0,4$  см,  $\omega=1,982$ .

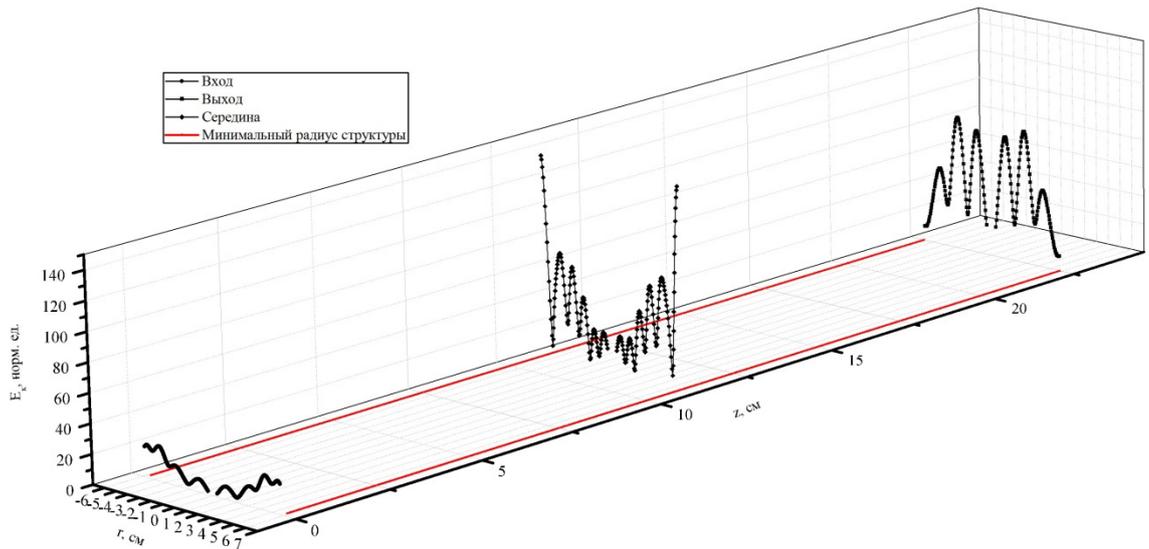


Рис. 21. Распределение компоненты  $E_r$  в поперечном сечении 2-й секции двух-секционной системы с числом периодов  $p_2=15$ ,  $R_{max}=7,0$  см, при  $a=0,4$  см,  $\omega=1,982$ .

Из рис. 18, 19 видно, что в двух резонансных пиках, соответствующих открытию собственных мод гладкого волновода, в серединах секций, помимо собственных открытых объемных мод, распространяется также и поверхностная волна, а в начале и конце всей системы – наблюдается её переход в объемную.

Схожая картина наблюдается на частоте ближайшего к  $2\pi$ -виду резонанса в структуре с амплитудой гофрировки  $a = 0,4$  см. На рис.20, 21 можно заметить, что вблизи трубы дрейфа амплитуда поля уменьшается и вариации имеют менее выраженный характер.

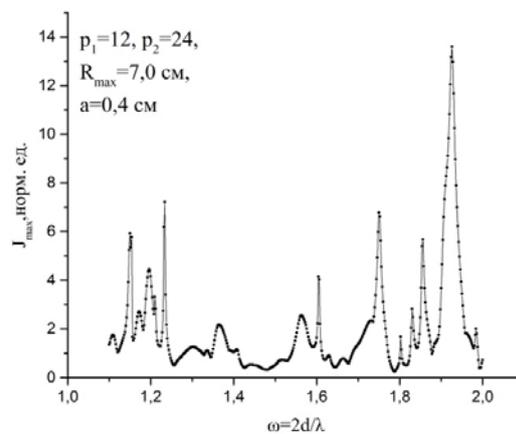


Рис 22. Резонансно-частотная характеристика системы с удвоенной второй секцией ( $p_1=12$ ,  $p_2=24$ )

Удлинение второй секции структуры приводит к уширению и появлению дополнительных резонансных пиков на РЧХ, как это следует из рис. 22. Это может быть связано, вероятно, с рассинхронизацией работы двух секций.

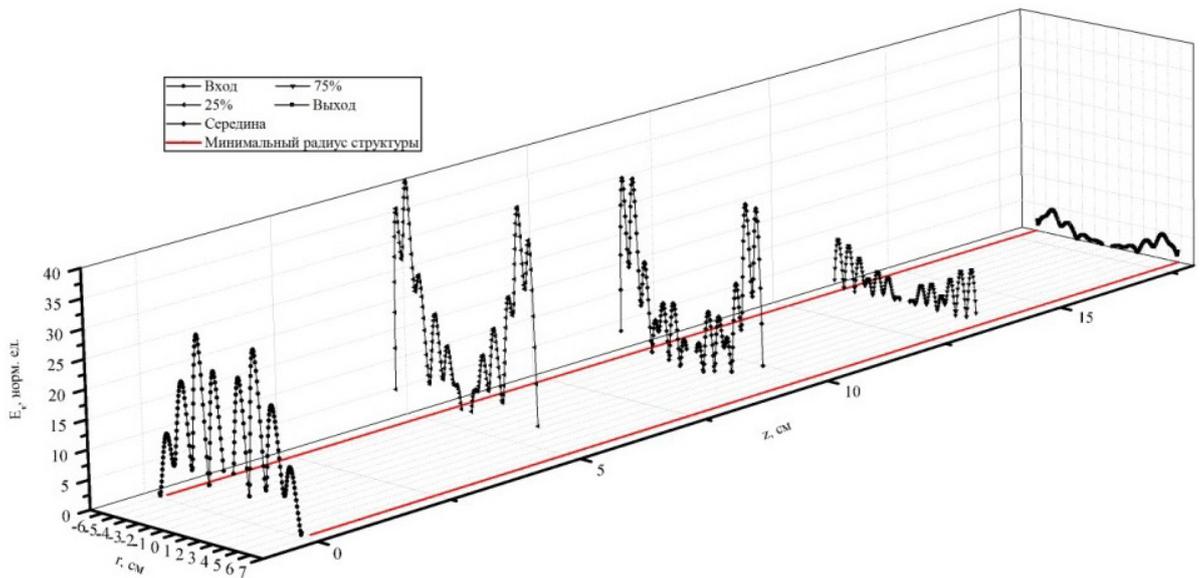


Рис. 23. Распределение компоненты  $E_r$  в поперечном сечении 1-й секции двух-секционной системы ( $p_1=12$ ,  $p_2=24$ )  $R_{max}=7,0$  см, при  $a=0,4$  см,  $\omega=1,926$ .

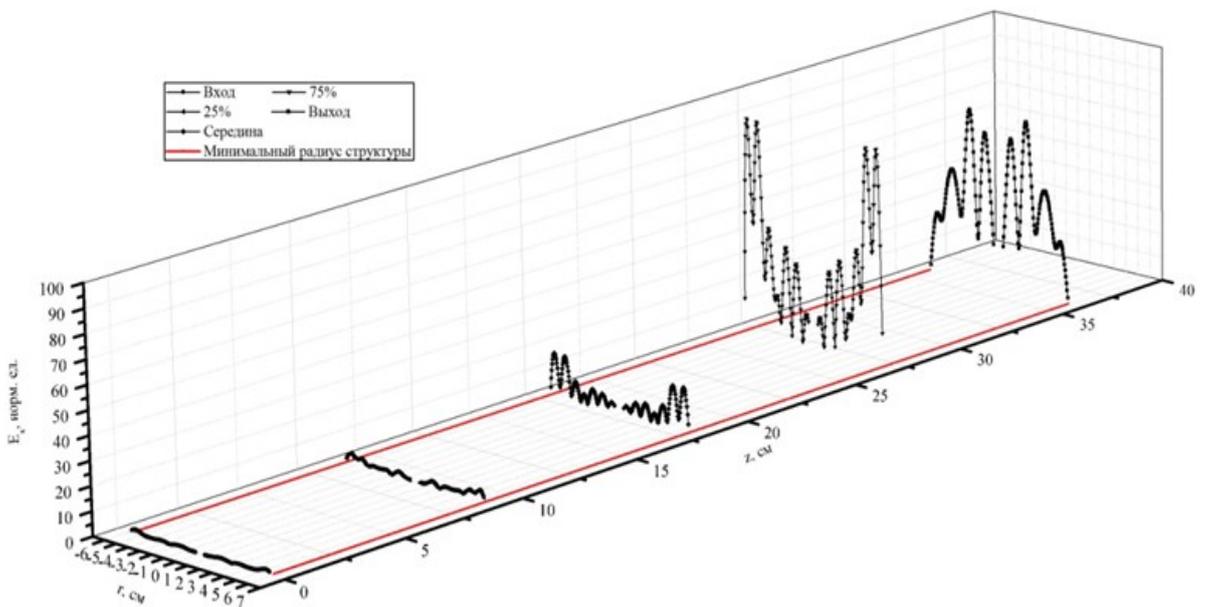


Рис. 24. Распределение компоненты  $E_r$  в поперечном сечении 2-й секции двух-секционной системы ( $p_1=12$ ,  $p_2=24$ )  $R_{max}=7,0$  см, при  $a=0,4$  см,  $\omega=1,926$ .

Из поперечных распределений компоненты  $E_r$  (рис. 23, 24) видно, что во второй секции амплитуда поля нарастает по направлению к выходу из структуры, достигая максимума на  $\frac{3}{4}$  длины, и лишь на выходе поверхностная волна

трансформируется в объемную. Вынос излучения также осуществляется объемной волной. Амплитудные значения напряженности поля меньше соответствующих значений при меньшей длине второй секции ( $p_2=15$ ). Можно предположить, что существует оптимальное значение длины второй секции, при котором максимальна эффективность генерации излучения, но определение этого значения требует дополнительного исследования.

### 3.3. Результаты исследования влияния фокусирующего магнитного поля на структуру полей в системе

В нашей работе была модернизирована ранее разработанная программа [46], с помощью которой получены результаты, описываемые в этом разделе.

В качестве замедляющей структуры использовалась модель идеально проводящего волновода с периодическими неоднородностями в виде «полотор на пьедестале» с периодом структуры  $d=1,5$  см, максимальным и минимальным радиусами волновода  $R_{\max}=7$  см и  $R_{\min}=6,4$  см, а также  $R_{\max}=5,55$  см и  $R_{\min}=5,2$  см. Такие значения радиусов были выбраны для сравнения с волноводами, моделируемыми в статье [26].

В плоском азимутальном сечении структуры пьедестал представляет собой прямоугольник с шириной (по координате  $z$ ), равной диаметру полукруга, моделирующего часть тора, находящуюся ближе к оси симметрии. Схема неоднородности «полотор на пьедестале» показана на рис. 25.

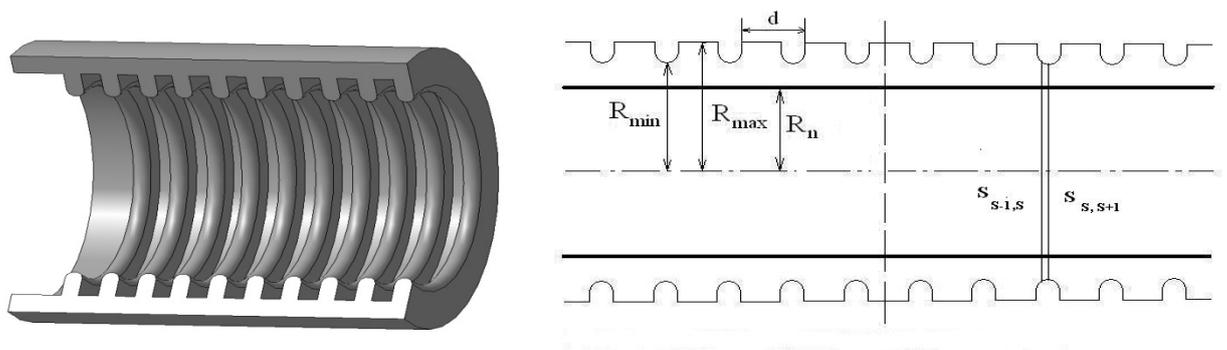


Рис. 25. Схема структуры неоднородностей типа «полотор на пьедестале»

Были построены графики резонансно-частотной характеристики для систем с различными внешним и внутренним радиусами. В частности, было проведено 2 серии:  $R_{\max}=7$  см,  $R_{\min}=6,4$  см и  $R_{\max}=5,55$  см,  $R_{\min}=5,2$  см. График РЧХ для  $R_{\max}=5,55$  см (20 периодов) приведен на рис. 26. При сравнении графиков РЧХ открытой системы торов и секции волновода с неоднородностями типа «полотор на пьедестале» при  $R_c=7$  см,  $p=25$ , было установлено, что на интервале

по  $\omega_{\text{норм}}$  от 1,3 до 2 в обоих случаях наблюдается четыре резонансных пика, но в первом случае эти пики находятся левее, чем соответствующие пики второго графика («полутор на пьедестале»). Некоторое расхождение результатов может быть объяснено неточным соответствием в моделировании открытой структуры торов и структуры «полутор на пьедестале». В случае открытой системы торов «средний радиус» системы  $R_c$  определялся как средний радиус тора (7 см), при этом минимальный радиус, учитывая радиус сечения тора  $a = 0,6$ , равнялся  $R_{\text{min}} = 6,4$  см. В случае же «полуторов», радиусы  $R_c$  и  $R_{\text{max}}$  совпадают ( $R_c = R_{\text{max}} = 7$  см),  $R_{\text{min}} = 6,4$  см, при этом «радиус неоднородности» (полутора) был равен 0,35 см, а радиус сечения тора – 0,6 см. Это могло вызвать отклонения в расчётах, поэтому моделирование неоднородностей «полутор на пьедестале» требует дальнейшего исследования.

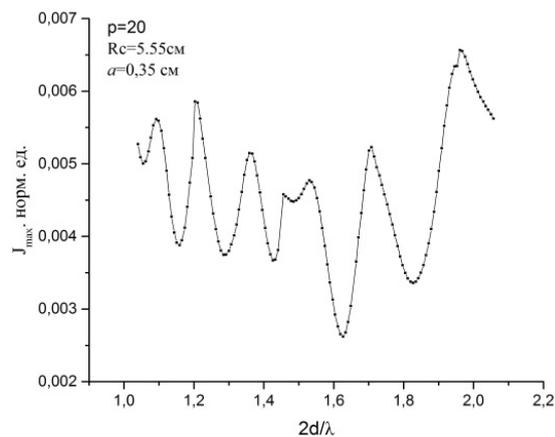


Рис. 26. Резонансно-частотная характеристика системы с неоднородностями в виде полуторов при  $R_c = 5,55$  см.

Для измерения влияния фокусирующего магнитного поля на распределения полей были проведены следующие эксперименты. Измерение проводилось при тех же параметрах, что и выше ( $R_c = 7$  см,  $R_0 = 5,8$  см,  $a = 0,6$  см) в режиме согласованного взаимодействия потока и поля, после 50 итераций. Моделирование ситуации отсутствия и присутствия фокусирующего поля происходило за счет выбора значения частоты этого поля. В частности, при значениях  $2d/\lambda$ , соответствующих резонансным пикам на РЧХ, вычислены значения компонент полей при параметрах частоты фокусирующего поля  $\omega_c = 200 \cdot 10^{10}$  рад/с и  $\omega_c = 2 \omega_{\text{опор}}$ . В первом случае значение  $\omega_c$  выбрано так, чтобы свести к минимуму возможное циклотронное вращение электронов. Результаты сравнения для  $R_c = 7,0$  см приведены на рис. 27, 28.

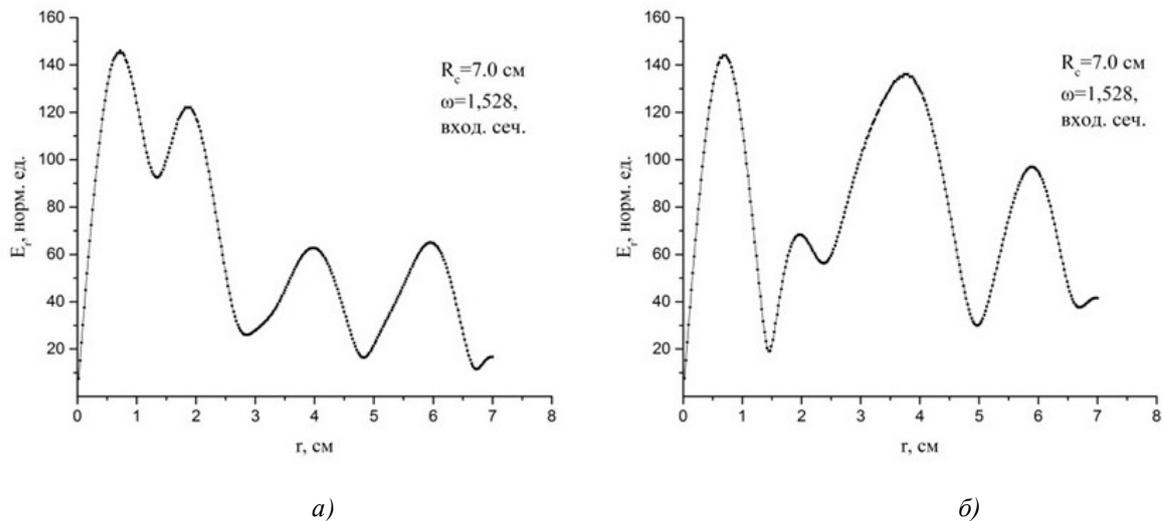


Рис. 27. Графики распределения  $E_r$  в начальном поперечном сечении при  $R_c=7,0$  см,  $a=0,6$  см,  $\omega=1,528$ : а) при наличии и б) отсутствии циклотронного резонанса.

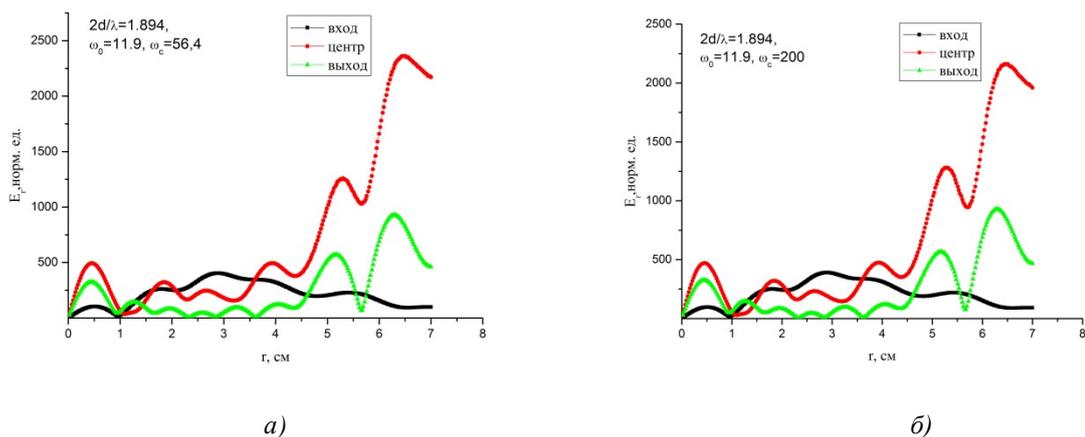
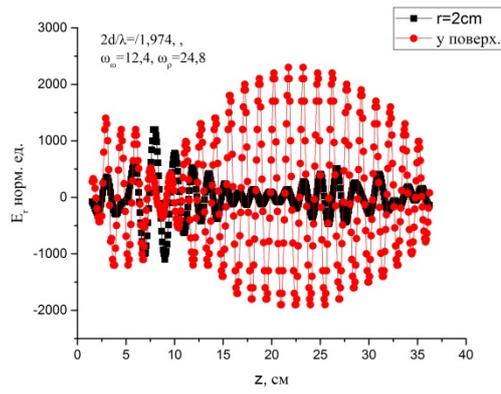
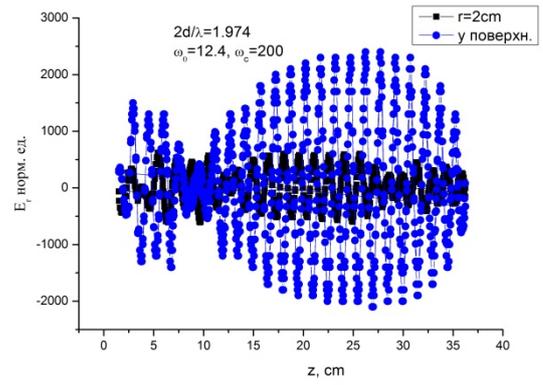


Рис. 28. Графики распределения  $E_r$  в различных поперечных сечениях при  $R_c=7,0$  см,  $a=0,6$  см в ближайшем к  $2\pi$ -виду резонансном пике ( $\omega=1,894$ ): а) при наличии и б) при отсутствии циклотронного резонанса.

Как видно из сравнения двух распределений поля при разных частотах циклотронного вращения в области  $2\pi$ -вида (рис. 28), структура распределения поля меняется незначительно. Это может объясняться тем, что в этом диапазоне частот основная доля излучения переносится объемными полями, а на них в меньшей степени влияет циклотронное вращение частиц в потоке по сравнению с поверхностными волнами. Существенное влияние циклотронного резонанса на структуру поля можно наблюдать лишь в отдельных случаях (рис. 27).



а)



б)

Рис. 29. Продольное распределение  $E_r$  при  $R_c=7,0$  см,  $\omega=1,974$  вблизи оси симметрии и у поверхности структуры : а) при наличии и б) отсутствии циклотронного резонанса.

## ВЫВОДЫ

Резонансные режимы работы релятивистского дифракционного генератора (РДГ) на открытых и закрытых периодических замедляющих структурах исследованы двумя численными методами. Проведены эксперименты по определению распределения компонент электромагнитного поля в области резонансных значений частот. На их основании можно заключить, что

- в диапазоне нормированных частот  $2d/\lambda$  между первой и второй границами полосы прозрачности в открытой структуре на последовательности торов, как и в сплошной гофрированной замедляющей структуре, выделяются несколько резонансных пиков, соответствующих собственным открывающимся модам гладкого цилиндрического волновода.
- Показано, что в открытых системах поведение полей в ближайших к границе второй полосы прозрачности резонансных пиках аналогично поведению полей в закрытых системах. В частности, в открытых системах также формируются гибридные моды, в которых число вариаций поля в азимутальной компоненте меньше, чем число вариаций в радиальной и продольной компонентах.
- Моделирование замедляющей структуры в виде двух секций гофрированного волновода с трубой дрейфа между ними показало, что уменьшение амплитуды гофрировки улучшает селективные свойства двухсекционной структуры, а варьирование длины секций позволяет оптимизировать режимы работы РДГ.
- При исследовании влияния фокусирующего магнитного поля на распределение полей в поперечных сечениях показано, что учет фокусирующего поля незначительно влияет на структуру полей в пространстве взаимодействия.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе были изучены осесимметричные замедляющие системы с периодическими неоднородностями различных видов. В частности, открытая система на последовательности торов и гофрированный волновод с 2 секциями, а также секция волновода с неоднородностями вида «полуторы на пьедестале». Для первых двух систем была решена стационарная задача дифракции с помощью метода интегральных уравнений, для третьей в случае обратного влияния поля на поток применялся матричный многомодовый метод.

Для всех рассмотренных систем построены резонансно-частотные характеристики и распределения полей в поперечных сечениях. Проведено сравнение полученных данных с учетом соответствия геометрических параметров систем, значений ускоряющих напряжений и токов для максимального приближения. Изучено влияние фокусирующего магнитного поля на распределение полей в системе.

Дальнейшее развитие проекта предполагается вести в двух направлениях. Первое заключается в исследовании влияния возникающих асимметричных мод, возбуждаемых в РГДИ, на отклик системы и распределение полей.

Второе направление связано с развитием подхода к исследованию РГДИ методами интегральных уравнений, в частности, для решения задачи взаимовлияния потока и поля в малосигнальном приближении.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бугаев С.П., Канавец В.И., Кошелев В.И., Черепенин В.А. Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1991.
2. Канавец В.И., Мозговой Ю.Д., Слепков А.И. Излучение мощных электронных потоков в резонансных замедляющих системах. М.: Изд-во МГУ, 1993. 208 с.
3. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Советское радио, 1970. 584 с.
4. Бугаев С.П., Власов А.Н., Канавец В.И., Копенкин А.Д., Кошелев В.И., Корниенко В.Н., Попов В. А., Черепенин В.А. Релятивистские дифракционные генераторы [Текст] / Бугаев С.П., Власов А.Н., Канавец В.И., Копенкин А.Д., Кошелев В.И., Корниенко В.Н., Попов В. А., Черепенин В.А. // Релятивистская высокочастотная электроника. Вып. 6. Горький: Изд. ИПФ АН СССР, 1990. С. 185–205.
5. Шестопапов В.П. Дифракционная электроника. Киев. Вища школа, 1976. 233 с.
6. Франк И.М. Эффект Доплера в преломляющей среде // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1942. Т. 6. №1–2. С. 3–31.
7. Гинзбург В.Л., Франк И.М. Излучение равномерно движущегося электрона при его переходе из одной среды в другую // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. № 1. С. 15–27.
8. Smith S.J., Purcell E.M. Visible light from localized surface charges moving across a grating // Phys. Rev. 1953. V. 92. № 4. P.1069.
9. Русин Ф.С. Линейная теория оротрона // Электроника больших мощностей. Вып. 5. М: Наука, 1965. С. 38–45.
10. Гельвич Э.А., Жарый Е.В., Закурдаев А.Д., Путин В.И. Многолучевые клистроны. Тенденции развития / Вакуумная СВЧ-электроника: Сборник обзоров. Нижний Новгород: Институт прикладной физики РАН, 2002. С. 54-61.
11. Ding Y. Research and Development of Multi-Beam Klystrons in China / Proc. 10th Int. Vacuum Electronics Conf (IVEC2009). Rome, Italy, 2009.
12. Ребров С.И. Приоритетные направления развития электронной СВЧ-техники // Электронная техника. Сер. 1. СВЧ-техника. Вып. 1 (500). 2009. С. 83-91.
13. Abrams R.H., Levush B., Mondelli A.A., Parker R.K. Vacuum electronics for the 21st century // IEEE Microwave Magazine. 2001.V.2. № 3.P. 61-72.

14. Канавец В.И., Слепков А.И., Федоров А.В. Определение дисперсии волн открытых периодических структур методом пробного источника // Вестник МГУ. Сер. 3, Физика, астрономия. 1990. Т. 31. № 4. С. 30–33.

15. Месяц Г.А. Импульсные ускорители для релятивистской СВЧ-электроники. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН СССР, 1984. С. 193–221.

16. Артюх И.Г., Камальдинова Г.Ш., Сандалов А.Н. Лазеры на свободных электронах // Обзоры по электронной технике. Сер. 1, Электроника СВЧ. Ч. 1. 1987.С. 69. &Ч. 2. 1988.С 64.

17. Marshall T.C. Free electron laser. New York, London: Mac Millan, 1985.

18. Александров А.Ф., Галузо С.Ю., Канавец В.И., Михеев В.В., Плетюшкин В.А. Исследование релятивистского генератора дифракционного излучения миллиметрового диапазона // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. № 10. С. 587–591.

19. Арзин А.П., Канавец В.И., Штейн Ю.Г. Исследование мощного релятивистского генератора дифракционного излучения // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. № 14. С. 837.

20. Коровин С.Д., Месяц Г.А., Полевин С.Д. и др. Генератор мощного миллиметрового излучения на эффекте Смита-Парселла // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. № 20. С. 1269–1273.

21. Месяц Г. А. Импульсные ускорители для релятивистской СВЧ электроники. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН СССР, 1984. С. 193–221.

22. Третьяков О.А. Теория эффекта дифракционного излучения и его приложения в электронике: дис. ... д. ф.-м. н. Харьков, 1972.

23. Свешников А.Г. Неполный метод Галеркина // Доклады АН СССР. 1977. Т. 236. № 5. С. 1076–1079.

24. Боголюбов А.Н., Делицын А.Л., Могилевский И.Е. О математическом обосновании вариационно-разностного подхода к численному моделированию волноведущих систем // Вестник МГУ, Сер. 3, Физика, астрономия. 1998. Т. 39. № 5. С. 14–17.

25. Боголюбов А.Н., Буткарев И.А., Минаев Д.В., Могилевский И.Е. Математическое моделирование волноведущих систем на основе метода конечных разностей и конечных элементов // Радиотехника и электроника. 2005. Т. 50. № 2. С. 140–151.

26. Слепков А.И., Галлямова О.В. Особенности многоволнового взаимодействия электронного потока и электромагнитного поля в релятивистском ди-

фракционном генераторе // Вестник МГУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2009. № 4. С. 30–34.

27. Винтизенко И.И. Линейные индукционные ускорители. М.: Физматлит, 2015

28. Дейчули М.П., Кошелев В.И., Петкун А.А. Сканирование линейно-поляризованного волнового пучка при двухмодовом взаимодействии в многоволновом черенковском генераторе // Известия вузов. Физика. 2020. Т. 63. № 2. С. 22–29.

29. Чазов В.А., Дейчули М.П., Кошелев В.И. Резонансное взаимодействие симметричных поверхностных и объемных волн в сверхразмерных секционированных замедляющих структурах // Известия вузов. Физика. 2020. Т. 63. № 2. С. 36–43.

30. Галишникова Т.Н., Ильинский А.С. Численные методы в задачах дифракции. М.: Изд. МГУ, 1987. 208 с.

31. Захаров Е.В., Пименов Ю.В. Численный анализ дифракции радиоволн / Е.В., Пименов Ю.В. М.: Радио и связь, 1982.

32. Канавец В.И., Нифанов А.С., Слепков А.И. Возбуждение вихревых полей периодического волновода интенсивным электронным потоком // Вестник МГУ. Серия 3. Физика, астрономия. 1990. Т. 31. № 5. С. 34–41.

33. Kleva R.G., Antosen T.M., Levush B. The Effect of Time Dependent Self-consistent Electrostatic Field on Gyrotron Operation / Phys. Fluids, 1988, vol. 31, pp. 375–386.

34. Пикунов В.М., Колесникова И.Ю. Линейная модель СВЧ-устройства черенковского типа // Р и Э. 1988. Т. 33. № 11. С. 2381–2390.

35. Гаруца Н.А. Матричный метод в теории взаимодействия релятивистских электронных потоков с полями многомодовых электродинамических структур // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 4. С.783–795.

36. Слепков А.И. Излучение мощных электронных потоков в резонансных периодических электродинамических системах: дис. ... д. ф.-м. н. М. 2005.

37. Antosen T.M., Jr., Levush B. Mode Competition and Control in High Power Gyrotron Oscillators. IEEE Trans. Plasma Sci.1990. Vol. 18. P. 260.

38. Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Нусинович Г.С., Петелин М.И., Юлпатов В.К. Циклотронные и синхротронные мазеры // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН СССР, 1979. Вып. 1. С. 157–216.

39. Глявин М. Терагерцевые гиротроны: состояние и перспективы // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 8. С. 745–751.

40. Галишникова Т.Н., Ильинский А.С. Метод интегральных уравнений в задачах дифракции волн. М.: Макс Пресс, 2013. 248 с.

41. Власов А.Н., Королёва О.В., Максимов А.С. Дифракционное излучение релятивистского электронного потока в открытых периодических линиях // Изв. РАН, сер. Физическая, Т. 61, № 12, 1997. С. 2289.

42. Слепков А.И., Галлямова О.В. Взаимодействие релятивистского электронного потока, фокусируемого постоянным магнитным полем, с полем релятивистского генератора на сверхразмерном периодическом волноводе // Ученые записки физического факультета Московского университета, 2016, № 5, с. 165513.

43. Галлямова О.В. Взаимодействие релятивистских электронных потоков с полями осесимметричных структур генераторов дифракционного излучения: дис. к. ф.-м. н. М., 2010.

44. Слепков А.И., Галлямова О.В., Худяков С.В. Влияние фокусирующего магнитного поля на структуру установившихся полей в релятивистском черенковском источнике. Ученые записки Физического факультета. 2019. № 5.

45. Жураховский В.А. Теоретическое исследование новых перспективных методов генерирования электромагнитной энергии сверхвысоких частот на базе релятивистских электронных потоков в условиях циклотронного резонанса. Дисс. д.ф.-м.н., Киев, 1984.

46. Щелконогов А.И. Взаимодействие потока релятивистских электронов, фокусируемых постоянным магнитным полем, с СВЧ-полем в нерегулярном сверхразмерном волноводе. Дипломная работа. М.: МГУ, 2014.

47. Галлямова О.В., Канавец В.И., Нифанов А.С., Слепков А.И. Дисперсия и структура волн в высших полосах прозрачности в релятивистском генераторе дифракционного излучения // Известия РАН. Сер. Физическая. 2001. Т. 65. № 12. С. 170—1707.