

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

**«СОЗДАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ  
НАБЛЮДЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЛН»**

Выполнил студент

405 группы

Типсин Андрей Борисович

---

Научный руководитель:

к. ф. -м. н, ст. преп.

Харабадзе Давид Эдгарович

---

Допущена к защите

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

Москва

2016г.

# Оглавление

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Введение</b>                                | <b>2</b>  |
| <b>2</b> | <b>Теоретические основы</b>                    | <b>5</b>  |
| 2.1      | Процессы переноса . . . . .                    | 5         |
| 2.2      | Получение уравнения теплопроводности . . . . . | 6         |
| 2.3      | Постановка задачи . . . . .                    | 7         |
| 2.4      | Решение . . . . .                              | 8         |
| <b>3</b> | <b>Описание установки</b>                      | <b>12</b> |
| 3.1      | Обзор проведенной работы . . . . .             | 12        |
| 3.2      | Описание экспериментального набора . . . . .   | 12        |
| 3.3      | Описание платы обмена данными . . . . .        | 13        |
| 3.4      | Описание дочерней платы управления . . . . .   | 14        |
| <b>4</b> | <b>Описание управляющей программы для ПК</b>   | <b>15</b> |
| <b>5</b> | <b>Эксперимент</b>                             | <b>21</b> |
| <b>6</b> | <b>Заключение</b>                              | <b>24</b> |

# Глава 1

## Введение

Эксперимент - один из важнейших способов исследования окружающей действительности в управляемых или специально созданных исследователем условиях, отличается активным взаимодействием с изучаемым объектом или явлением. Обычно эксперимент проводится для эмпирической проверки гипотез и математических моделей различных физических явлений, так как, без построенных заранее теоретических обоснований, разумная интерпретация результатов эксперимента попросту невозможна [9].

С дидактической точки зрения, эксперимент является эффективным средством повышения наглядности изложения информации, и, следовательно, улучшения эффективности ее усвоения учащимися. Успешное выполнение эксперимента требует должные вовлеченность в процесс его проведения и наличие базовых знаний у экспериментатора, что так же способствуют закреплению знаний и навыков их практического применения. Этой цели так же служит необходимость грамотных интерпретации результатов эксперимента, их обработки и получение соответствующего рассматриваемому явлению вывода. Чтобы обеспечить максимальную наглядность процесса, демонстрационные эксперименты проводятся на заранее созданных моделях, позволяющих исключить многие недостатки натурального эксперимента.[7] На основе вышеперечисленного, существует и активно работает один из ключевых методических разделов обучения - физический практикум.

Оценка тепловых свойств новых материалов является весьма важной задачей их изучения. Для некоторых из их инженерной применений в микроскопических или макроскопических структурах, например, необходимо выяснить их способность к проведению теплоты. То же самое важно и для тех систем, пригодных для восстановления или хранения энергии. К тому же, необходимость измерения тепловых свойств новых материалов, исследование и разработка соответствующих экспериментальных методов является актуальной задачей для исследователей, ведущих научную деятельность в данной и смежных областях, а так же для студентов физической и инженерной направленностей в рамках изучения соответствующих разделов дисциплин [1].

Недавно были опубликованы статьи о новых методах для измерения температуропроводности. Некоторые способы, приведенные в ссылках, были основаны на моделировании теплового поля внутри образца после измерения его теплового расширения. Дилатометрический метод, основанный на регистрации изменения размеров, под действием каких-либо внешних факторов, исследуемого образца, способен сильно уменьшить экспериментальные погрешности, которые являются следствием термических утечек, но требует наличие емкостной системы для записи теплового

расширения, которая является дорогостоящим оборудованием [2].

Существуют и другой метод, известный как метод вспышки, позволяющий определить температуропроводность, основанный на использовании лазера для нагревания образца: короткий световой импульс высокой интенсивности поглощается передней поверхностью образца, и происходящее в результате этого воздействия изменение температуры задней поверхности измеряется, как правило, при помощи термопары. Чтобы решить проблему тепловых утечек через термопару, температуропроводность может быть измерена с использованием бесконтактной экспериментальной установки на основе инфракрасной фототермической радиометрии [8]. Этот способ уменьшает тепловые утечки, но, как и в случае с dilatометрическим методом, требует сложной настройки.

Для реализации данной задачи подходит применение тепловизионных сканирующих и наблюдательных устройств, принцип которых основан на использовании терморезистивных и полупроводниковых болометров-тепловых приемников излучения, принцип работы которых основан на изменении электрического сопротивления термочувствительного элемента в следствие нагревания под воздействием потока поглощаемой энергии. Данные устройства позволяют добиться высокой точности измерений и наглядности визуализации температурного распределения в образце, что было востребовано во многих областях их применения, начиная от медицинских, заканчивая военными. [10] Однако, слишком высокая стоимость прибора препятствует оснащению ими многих исследовательских и учебно-экспериментальных лабораторий.

Современное развитие технологий, и, в частности, ЭВМ, позволили производить замену дорогостоящих, сложных технологически, модельных экспериментальных установок на более бюджетные и технологически простые, часть функций которых берут на себя вычислительные мощности персональных компьютеров, что позволяет создавать и размещать в рамках физического практикума новые установки. Появление экспериментальных установок особенно актуально для проведения экспериментов по изучению относительно не самых наглядных и простых в понимании процессов. [5]

В качестве примера рассмотрим следующий факт: в рамках курса термодинамики, изучаются явления переноса. Если с такими процессами переноса, как диффузия и конвекция, все интуитивно понятно или легко наглядно смоделировать, например, заранее подкрасив диффундирующие жидкости или добавив в конвектирующую среду визуально отличимые маркеры, то подробно процесс теплопроводности наблюдать не так легко. На помощь могли бы прийти вышеупомянутые методы, но их техническая сложность и дороговизна препятствуют их применению. Решением данной проблемы является создание имитирующей функционал измерительного тепловизионного устройства модельной установки для наблюдения явлений переноса в изучаемой среде [11].

Целью настоящей работы являлись проектирование и создание экспериментальной установки, позволяющей наблюдать температурные волны в исследуемой среде. Выполнение поставленной задачи, для удобства и оптимизации процесса выполнения, было разделено на этапы:

- Создание концепции возбуждения и регистрации процесса температуропроводности

- Создание экспериментальной модельной установки
- Создание встроенного программного обеспечения для модулей управления установкой и сопряжения с ПК
- Создание модулей управления установкой и сопряжения с ПК
- Создание программного обеспечения для ПК
- Проведение отладочных и контрольных экспериментов на полученном комплексе
- Обработка результатов и оценка состоятельности экспериментального комплекса

# Глава 2

## Теоретические основы

### 2.1 Процессы переноса

Если система находится в неравновесном состоянии, то, предоставленная сама себе, она будет постепенно переходить к равновесному состоянию, и время, в течение которого система достигает равновесного состояния, называется временем релаксации. [3]

- Теплопроводность. В состоянии равновесия температура  $T$  во всех точках системы одинакова. При отклонении температуры от равновесного значения в некоторой области, в системе возникает тепловой поток в таких направлениях, чтобы сделать температуру всех частей системы одинаковой. Связанный с этим движением перенос теплоты называется теплопроводностью. Данный поток описывается системой:

$$\begin{cases} I_Q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} - \text{уравнение Фурье} \\ \kappa = \frac{1}{3} \rho C_v \langle \lambda \rangle \langle v \rangle - \text{коэффициент теплопроводности} \end{cases} \quad (2.1)$$

- Диффузия. В состоянии равновесия плотность каждой из компонент во всех точках фазы одинакова. При отклонении плотности от равновесного значения в некоторой области в системе возникает движение компонент вещества в таких направлениях, чтобы сделать плотность каждой из компонент постоянной по всему объему системы. Связанный с этим движением перенос вещества компонент, составляющих фазу, называется диффузией. Данный поток вещества описывается системой:

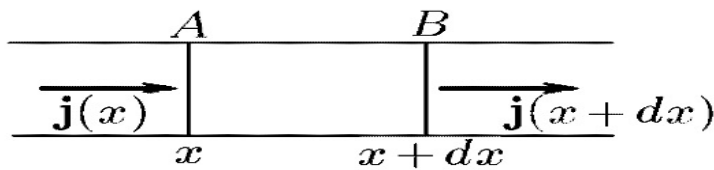
$$\begin{cases} I_n = -D \frac{\partial n}{\partial x} - \text{уравнение Фика} \\ D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle - \text{коэффициент теплопроводности} \end{cases} \quad (2.2)$$

- Вязкость. В равновесном состоянии различные части фазы покоятся друг относительно друга. При их относительном движении, возникают явления, стремящиеся уменьшить относительную скорость, то есть возникают силы торможения, или вязкость. Механизм этих сил в газах сводится к обмену импульсом упорядоченного движения между различными слоями газа, т. е. к переносу импульса упорядоченного движения. Поэтому возникновение сил трения в газах и жидкостях также обусловлено процессом переноса, а именно процессом переноса импульса упорядоченного движения молекул. Их поток описывается системой:

$$\begin{cases} I_{mv_y} = -\eta \frac{\partial v_y}{\partial x} - \text{уравнение Ньютона-Стокса} \\ \eta = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle - \text{коэффициент теплопроводности} \end{cases} \quad (2.3)$$

## 2.2 Получение уравнения теплопроводности

- Рассмотрим одномерный случай процесса переноса тепла в твердом теле. Пусть имеется неограниченная среда, в которой возникает поток теплоты в некотором направлении. Выберем ось  $X$  такую, чтобы она совпадала с направлением теплового потока. В одномерном общем случае свойства среды и величины, характеризующие тепловой поток, могут меняться в том же направлении, кроме того, они могут меняться и во времени. Поэтому плотность потока теплоты  $I_Q$  следует рассматривать как функцию координаты  $x$  и времени  $t$ :  $I_Q = j(x, t)$ . [4]
- Выделим в изучаемой среде бесконечно длинный цилиндр с образующей, параллельной выбранной ранее оси  $X$ , и рассмотрим бесконечно малый участок такого цилиндра  $AB$  длины  $dx$ .



Пусть  $S$  — площадь поперечного сечения цилиндра. Количество теплоты, поступающее в цилиндр  $AB$  за время  $dt$  через поперечное сечение  $A$  с координатой  $x$ , равно  $I_Q(x)Sdt$ . Количество теплоты, вытекающее за то же время через поперечное сечение  $B$ , будет  $I_Q(x + dx)Sdt$ . Так как поток тепла направлен параллельно образующей цилиндра, то через боковую стенку он не протекает, следовательно, полное количество теплоты, поступающее за время  $dt$  через рассматриваемый бесконечно малый участок  $AB$  равно:

$$[I_Q(x) - I_Q(x + dx)]Sdt = -\frac{\partial I_Q}{\partial x} S dx dt \quad (2.4)$$

Поскольку эту теплоту можно выразить в виде  $dM * C_v dT$ , где  $dM = \rho S dx$  — масса участка  $AB$ ,  $C_v$  — его удельная теплоёмкость,  $dT$  — изменение температуры. Подставляя выражение 2.4 в уравнение Фурье, получим дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial I_Q}{\partial x} \quad (2.5)$$

- Далее, требуется установить связь между плотностью потока теплоты и температурой среды. Экспериментальные данные гласят, что тепловой поток имеет место только тогда, когда температура среды изменяется от точки к точке, и тепловой поток течет всегда в направлении от точки, с большей температурой, к точке, с меньшей температурой.

Рассмотрим случай бесконечной однородной пластинки толщиной  $l$ . Пусть на одной ее плоской границе поддерживается постоянная температура  $T_1$ , а на другой —  $T_2$ , причем  $T_1 > T_2$ . Поскольку, опыт гласит, что тепловой поток пропорционален разности температур  $T_1 - T_2$ , и обратно пропорционален толщине пластинки, то плотность теплового потока можно выразить:

$$I_Q = -\kappa \frac{T_1 - T_2}{l} \quad (2.6)$$

<sup>1</sup> схема взята из [3]

где  $\kappa$  - коэффициент теплопроводности материала, из которого состоит пластинка.

- Допустим, что рассматриваемая пластинка является бесконечно тонкой. Если ось  $X$  направлена в сторону уменьшения температуры, то  $l = dx$ ,  $T_1 = T(x)$ ,  $T_2 = T(x+dx)$ , и выражение 2.6 можно записать как:

$$\frac{T_2 - T_1}{l} = \frac{T(x + dx) - T(x)}{dx} = \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.7)$$

и формула 2.5 переходит в:

$$I_Q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.8)$$

- Подставим выражение 2.8 в 2.5 и получим уравнение теплопроводности:

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (2.9)$$

В случае, когда среда однородна, коэффициент теплопроводности  $\kappa$  не зависит от температуры и уравнение теплопроводности принимает вид:

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.10)$$

или

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.11)$$

где  $\chi = \frac{\kappa}{\rho C_v}$  - коэффициент температуропроводности среды.

## 2.3 Постановка задачи

В данной работе рассмотрены теоретические основы для двух основных процессов в экспериментальном образце: первый - однократный нагрев образца, второй - периодические нагревы и охлаждения образца с фиксированным временем (меандр). На основе методов, предложенных в главе III, посвященной уравнениям с частными производными второго порядка параболического типа, книги А.Н. Тихонова и А.А. Самарского "Уравнения математической физики"[6], получим решение уравнение теплопроводности для обоих случаев.

- Постановка начально-краевой задачи [6]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \Delta u = 0, & \text{- уравнение теплопроводности} \\ \frac{\partial u}{\partial r} |_{r=R} = 0, & \text{- поток через боковую стенку равен нулю} \\ U |_{t=0} = T_0, \\ U |_{z=l} = T_0, \\ U |_{t=0} = \varphi(t), & \text{- граничное условие зависит от времени} \end{cases} \quad (2.12)$$

- Для первого варианта (далее-вариант а):

$$\varphi = \varphi_1(t) = \begin{cases} T_1, & t > t_1, \\ T_0, & t < t_1, \end{cases} = \theta(t - t_1)(T_1 - T_0) + T_0, \quad (2.13)$$

$$\text{Где } \theta(t) \text{ - функция Хевисайда} \quad (2.14)$$



- Для второго варианта (далее - вариант б):

$$\varphi = \varphi_2(t) = \begin{cases} T_1, & \text{если } t \in \bigcup_{m=0}^{\infty} [\Theta_m; \Theta_m + t_1] \\ T_2, & \text{если } t \in \bigcup_{m=0}^{\infty} [\Theta_m + t_1; \Theta_{m+1}] \end{cases} \quad (2.15)$$

Где  $\Theta_{m+1} = \Theta_m + t_1 + t_2$  - период;  $\bigcup_{m=0}^{\infty} [\Theta_{m+t_1}; \Theta_{m+1}]$  - объединение интервалов.

$$(2.16)$$

## 2.4 Решение

Решение задачи с неоднородными граничными условиями, будем искать в виде  $\hat{u} = u + \omega$ , где  $\omega(\bar{r}, t)$  любая функция, которая удовлетворяет граничным условиям:

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial r} |_{r=R} = 0, \\ \omega |_{z=l} = T_0, \\ \omega |_{z=0} = \varphi(t), \end{cases} \quad (2.17)$$

- Воспользуемся однозначностью выбора  $\omega$ , и наложим дополнительное условие:

$$\Delta \omega = 0; \quad (2.18)$$

В этом случае, исходная задача сводится к следующим:

$$\begin{cases} \Delta \omega = 0, \\ \frac{\partial \omega}{\partial r} |_{r=R} = 0, \\ \omega |_{z=0} = \varphi(t), \\ \omega |_{z=l} = T_0, \\ t - \text{входит сюда как параметр} \end{cases} \quad \begin{cases} u_t = a^2 \Delta u - a^2 \Delta \omega - \omega_t, \\ u |_{t=0} = T_0 - \omega |_{t=0}, \\ u |_{z=0} = u |_{z=l} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial r} |_{r=R} = 0, \\ \text{Неоднородная задача с нулевыми} \\ \text{граничными условиями} \end{cases} \quad (2.19)$$

Выбор функции  $\omega(\bar{r}, t)$ . В силу симметрии относительно оси стержня, можно пренебречь зависимостью от  $\varphi$ . Из-за того, что при  $r=R$  поставлены граничные условия 2-го рода можно пренебречь зависимостью от  $r$ .

- Вариант а):

$$\text{Подходящим решением будет } \omega(t, z) = \begin{cases} T_0, & \text{для } t < 0, \\ T_0 + \frac{T_1 - T_0}{l} z, & \text{для } 0 < t < t_1, \\ T_0, & \text{для } t > t_1, \end{cases} \quad (2.20)$$

Или, через функцию Хевисайда:

$$\omega(z, t) = T_0 + [\theta(t) - \theta(t - t_1)] \frac{T_1 - T_0}{l} z \quad (2.21)$$

Отсюда получим

$$\omega_t(z, t) = [\delta(t) - \delta(t - t_1)] \frac{T_1 - T_0}{l} z \quad (2.22)$$

- Вариант б):

Решение будет аналогичным случаю а), но с повторами:

$$\omega(z, t) = \begin{cases} T_0 - \frac{T_1 - T_0}{l} z, & t \in \bigcup_{m=0}^{\infty} [\Theta_m; \Theta_m + t_1] \\ T_0, & \bigcup_{m=0}^{\infty} [\Theta_m + t_1; \Theta_{m+1}] \end{cases} \quad (2.23)$$

Или, то же самое, через функцию Хевисайда:

$$\omega(z, t) = T_0 + \sum_{m=0}^{\infty} [\theta(t) - \theta(t - t_1)] \frac{T_1 - T_0}{l} z \quad (2.24)$$

В этом случае

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}(z, t) = \sum_0^{\infty} [\delta(\Theta_m) - \delta(\Theta_m + t_1)] \frac{T_1 - T_0}{l} z; \quad (2.25)$$

Теперь можно решать следующую задачу:

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{zz} - w_t \\ u|_{t=0} = T_0 - \omega(z, t)|_{t=0} = q(z) - \text{начальное условие} \\ u|_{z=0} = u|_{z=l} = 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Решение данной задачи представимо в виде разложения:

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) v_n(z), \text{ где } u_n(t) - \text{решение задачи} \quad (2.27)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u_n}{\partial t} + a^2 \lambda_n u_n = -w_t \\ u_n(0) = u|_{t=0} \end{cases} \quad (2.28)$$

$$\text{где } v_n(z), \lambda_n \quad (2.29)$$

- собственные функции и собственные значения оператора Лапласа на отрезке. В общем виде решением (2.26) будет

$$u(\bar{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n e^{-a^2 \lambda_n t} v_n(\bar{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} v_n(\bar{r}) \int_0^t e^{-a^2 \lambda_n (t-\tau)} f(\tau) d\tau \quad (2.30)$$

где первый член

$$\sum_{n=1}^{\infty} q_n e^{-a^2 \lambda_n t} v_n(\bar{r}) \quad (2.31)$$

- решение однородного уравнения с ненулевыми начальными условиями, а второй -

$$\sum_{n=1}^{\infty} v_n(\bar{r}) \int_0^t e^{-a^2 \lambda_n (t-\tau)} f(\tau) d\tau \quad (2.32)$$

- решение неоднородного уравнения с нулевыми начальными условиями, а

$$f_n(t) = \frac{1}{\|v_n\|^2} \int_M f(\bar{r}, t) v_n(\bar{r}) d\bar{r} \quad (2.33)$$

и

$$q_n = \frac{1}{\|v_n\|^2} \int_M q(\bar{r}, t) v_n(\bar{r}) d\bar{r} \quad (2.34)$$

Для однородных граничных условий Дирихле на отрезке, собственные функции и собственные значения будут:

$$\begin{cases} v_n(z) = \sin(\frac{\pi n z}{l}) \\ \lambda_n = (\frac{\pi n}{l})^2, n=1,2,3,\dots,\infty \end{cases} \quad (2.35)$$

В таком случае получим:

для случая а):

$$f_n(t) = \frac{2}{l} \int_0^l -\omega_t(z, t) \sin(\frac{\pi n z}{l}) dz = -\frac{2}{l} \int_0^l \frac{T_1 - T_0}{l} [\delta(t) - \quad (2.36)$$

$$-\delta(t - t_1)] \sin(\frac{\pi n z}{l}) dz = \quad (2.37)$$

$$= \frac{2(T_1 - T_0)}{\pi n} (-1)^n [\delta(t) - \delta(t - t_1)] u(\bar{r}, t) = \quad (2.38)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{\pi n z}{l}) 2 \frac{(T_1 - T_0)}{\pi n} (-1)^{n+1} e^{-a^2 \lambda_n t} + \quad (2.39)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{\pi n z}{l}) \int_0^t e^{-a^2 \lambda_n (t-\tau)} \left\{ \frac{2(T_1 - T_0)}{\pi n} (-1)^n [\delta(t) - \delta(t - t_1)] \right\} d\tau = \quad (2.40)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{\pi n z}{l}) 2 \frac{(T_1 - T_0)}{\pi n} (-1)^{n+1} e^{-a^2 \lambda_n t} + \quad (2.41)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{\pi n z}{l}) 2 \frac{(T_1 - T_0)}{\pi n} (-1)^n e^{-a^2 \lambda_n t} [1 - \theta(t - t_1) e^{a^2 \lambda_n t_1}] \quad (2.42)$$

- Полное решение для случая а):

$$\tilde{u}(z, t) = T_0 + [\theta(t) - \theta(t - t_1)] \frac{(T_1 - T_0)}{l} z + \quad (2.43)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{\pi n z}{l}) \frac{2(T_1 - T_0)}{\pi n} (-1)^{n+1} e^{-a^2 \lambda_n t} + \quad (2.44)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{\pi n z}{l}) \frac{2(T_1 - T_0)}{\pi n} (-1)^n e^{-a^2 \lambda_n t} \left\{ 1 - \theta(t - t_1) e^{a^2 \lambda_n t_1} \right\} \quad (2.45)$$

- Для граничных условий случая б):

$$f_n(t) = -\frac{2}{l} \int_0^l \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [\delta(\Theta_m) - \delta(\Theta_m + t_1)] \right\} dz = \quad (2.46)$$

$$= -\frac{2(T_1 - T_0)}{l} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [\delta(\Theta_m) - \delta(\Theta_m + t_1)] \right\} \int_0^l \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) z dz = \quad (2.47)$$

$$= 2(T_1 - T_0) \left( \sum_{m=1}^{\infty} [\delta(\Theta_m) - \delta(\Theta_m + t_1)] \right) \frac{(-1)^n}{\pi n} = \quad (2.48)$$

$$= \frac{2(-1)^n(T_1 - T_0)}{\pi n} \sum_{m=1}^{\infty} [\delta(\tau m) - \delta(\tau m + t_1)] \quad (2.49)$$

$$\varphi_n = \frac{2}{l} \int_0^l \frac{T_1 - T_0}{l} z \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) dz = \frac{2(T_1 - T_0)}{\pi n} (-1)^{n+1} \quad (2.50)$$

$$u(\bar{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}(T_1 - T_0)}{\pi n} e^{-a^2 \lambda_n t} \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) + \quad (2.51)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) \frac{2(-1)^n(T_1 - T_0)}{\pi n} \int_0^t e^{-a^2 \lambda_n(t-\tau)} \sum_{m=0}^{\infty} [\delta(\Theta_m) - \delta(\Theta_m + t_1)] d\tau = \quad (2.52)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}(T_1 - T_0)}{\pi n} e^{-a^2 \lambda_n t} \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) + \quad (2.53)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) \frac{2(-1)^n(T_1 - T_0)}{\pi n}. \quad (2.54)$$

$$\cdot \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} (\theta(t - \Theta_m) e^{-a^2 \lambda_n(t - \Theta_m)} - \theta(t - \Theta_m - t_1) e^{-a^2 \lambda_n(t - \Theta_m - t_1)}) \right\} \quad (2.55)$$

- Полное решение:

$$\tilde{u}(z, t) = T_0 + \left( \sum_{m=0}^{\infty} [\theta(\Theta_m) - \theta(\Theta_m + t_1)] \frac{T_1 - T_0}{l} z \right) + \quad (2.56)$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}(T_1 - T_0)}{\pi n} e^{-a^2 \lambda_n t} \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) + \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) \frac{2(-1)^n(T_1 - T_0)}{\pi n}. \quad (2.57)$$

$$\cdot \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [\kappa(t - \Theta_m) - \kappa(t - \Theta_m - t_1)] \right\} \quad (2.58)$$

где

$$\kappa(t) = \theta(t) e^{-a^2 \lambda_n(t)} \quad (2.59)$$

# Глава 3

## Описание установки

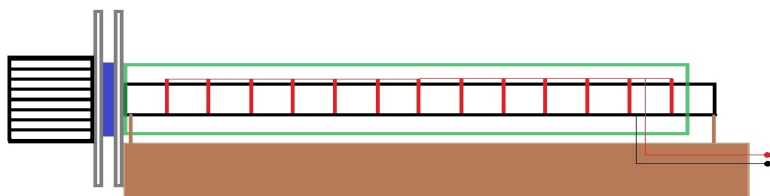
### 3.1 Обзор проведенной работы

В рамках представленной работы была создана автоматизированная экспериментальная установка для наблюдения температурных волн. Экспериментальная установка состоит из среды, в которой наблюдается распространение температурных волн, элемента Пельтье, возбуждающего температурные волны, температурных датчиков, предназначенных для регистрации температурных волн в среде, и универсального модуля сбора данных с датчиков и сопряжения с персональным компьютером. Для автоматизации процесса регистрации температурных волн, был создан модуль 12-канального аналого-цифрового преобразователя. Допустимо каскадное соединение модулей, позволяющее (в случае необходимости) увеличить количество каналов. Для автоматической генерации температурных волн были созданы дочерний модуль, позволяющий управлять элементом Пельтье, осуществляющим непосредственное температурное воздействие на образец. Для повышения удобства применения установки была разработана программа с графическим интерфейсом пользователя (GUI), позволяющая наблюдать распределение температуры в образце в режиме реального времени и управлять режимами генерации температурных волн.

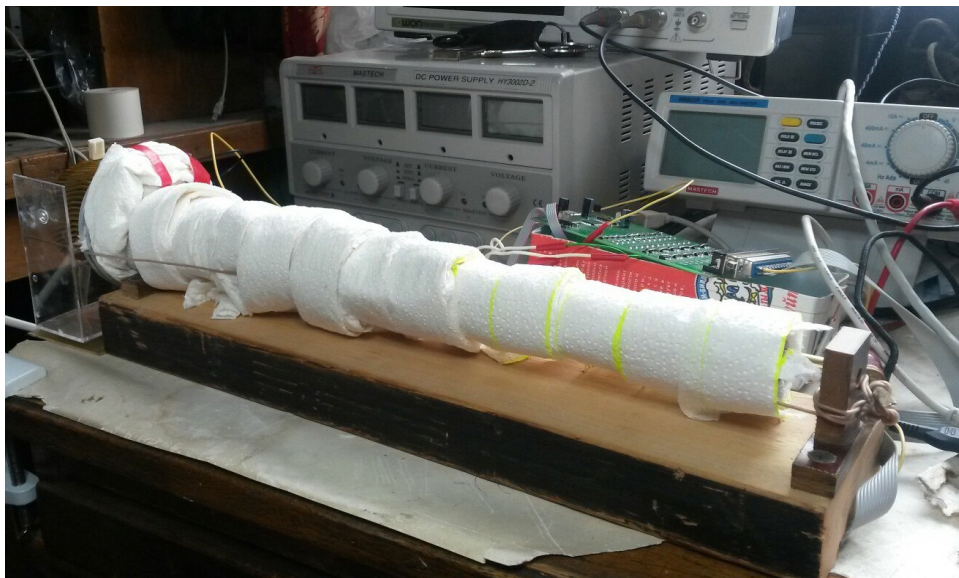
### 3.2 Описание экспериментального набора

Экспериментальная установка представляет собой автоматизированную систему, состоящую из компьютера, программного обеспечения, экспериментального модуля и универсального микропроцессорного модуля сопряжения. Данная система позволяет управлять ходом эксперимента, проводить измерения, накапливать и визуализировать полученные экспериментальные данные.

Экспериментальный модуль представляет собой латунный стержень длиной 400 мм и диаметром 10 мм, смонтированный на подставке из текстолита и покрытый слоем теплоизоляционного материала с целью минимизации тепловых потерь в окружающую среду. На данном стержне были проделаны сквозные поперечные отверстия с шагом 30 мм, в которые были установлены железо-константановые термопары типа J. Данный тип термопар позволяет проводить измерения от  $-180^{\circ}\text{C}$  до  $800^{\circ}\text{C}$  кратковременно и от  $0^{\circ}\text{C}$  до  $700^{\circ}\text{C}$  продолжительно, причем, в температурном диапазоне от  $-40^{\circ}\text{C}$  до  $333^{\circ}\text{C}$ , погрешность измерений составляет  $\pm 2,5^{\circ}\text{C}$ . На одном из торцов стержня был закреплен универсальный модуль изменения температуры, собранный на основе элемента Пельтье, способный как нагревать, так и охлаждать контактирующий с ним торец стержня. Противоположный торец стержня оставлен открытым от теплоизоляции.



1



Универсальный модуль изменения температуры состоит из элемента Пелетье мощностью 40 Вт, закрепленного между двумя дюралюминиевыми дисками и кулером мощностью 5 Вт, установленного на внешнюю поверхность одного из дисков, с целью повышения разности температур на поверхностях элемента Пелетье, которая могла бы быть уменьшена из-за теплопередачи внутри корпуса данного модуля.

Универсальный микропроцессорный модуль собран на ранее спроектированных и изготовленных платах и разделен на две части:

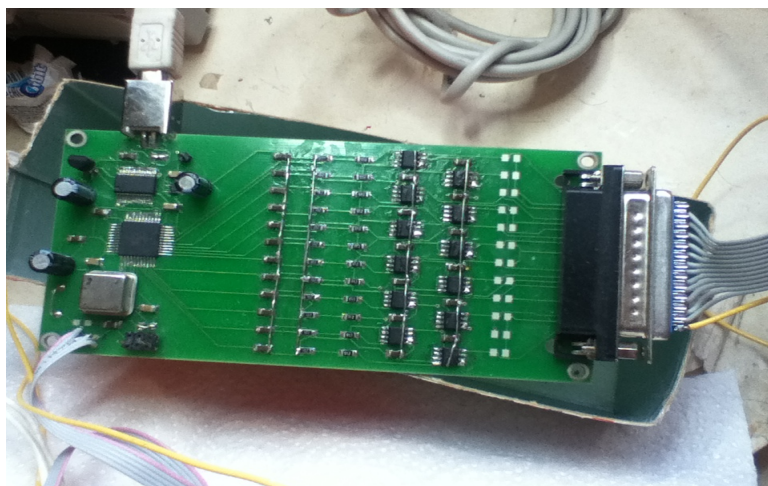
- Плата обмена данными с ПК (собрана на ранее спроектированной и изготовленной печатной плате)
- Дочерняя плата управления универсальным модулем изменение температуры (собрана на макетной плате)

### 3.3 Описание платы обмена данными

Плата обмена данными с ПК представляет собой 12-канальный аналоговый преобразователь, созданный базе микроконтроллера XМega 32А4 работающий на тактовой частоте 32 МГц на напряжении 3,3В.

<sup>1</sup> Схематическое изображение экспериментального модуля

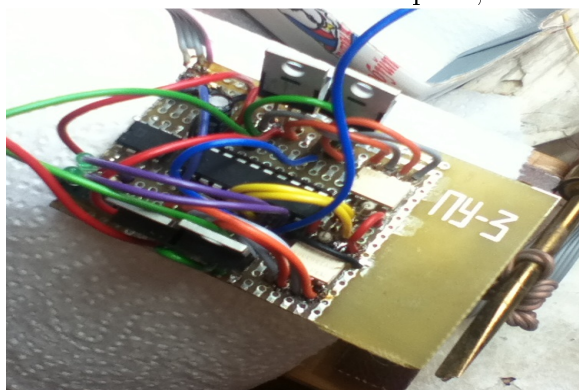
<sup>2</sup> Реальное изображение экспериментального модуля



Микроконтроллер связан с ПК через интерфейс UART – USB FT232RL компании FTDI, что позволяет работать с экспериментальной установкой на ПК, не оснащенном COM-портом, единственным требованием совместимости является наличие USB-порта.

### 3.4 Описание дочерней платы управления

Дочерняя плата управления универсальным модулем изменения температуры собрана на базе микроконтроллера ATtiny2313 фирмы Atmel, тактовая частота которого устанавливается соответствующими fuse-битами и кварцевым резонатором 16 МГц. Плата оснащена набором полевых транзисторов и оптронных пар, включение и выключение которых в определенных комбинациях позволяет подавать напряжение на клеммы универсального модуля изменения температуры с разной полярностью, что обеспечивает включение как нагрева, так и охлаждения элемента Пелетье.



Встроенное программное обеспечение для обоих микроконтроллеров написана на языке Ассемблер и представлена в приложении 1.

## Глава 4

# Описание управляющей программы для ПК

Для реализации накопления, визуализации и дальнейшей обработки экспериментальных данных, была создана управляющая программа для ПК на языке программирования C++. Для упрощения написания кода программы, был использован мастер приложений - пакет Microsoft Foundation Classes (MFC) [12]. Программа обладает графическим интерфейсом пользователя (GUI), что позволяет реализовать построение графиков и элементов управления по работе с ними.

Основная идея работы программного обеспечения для ПК состоит в том, что она производит непрерывный опрос микропроцессорного модуля путем периодической отправки символа "a" на плату обмена данными с ПК, которая осуществляет сбор поступающих данных с 12 термопар экспериментального модуля в кольцевой буфер, и, при получении данного символа, отправляет их на ПК. Так же, по желанию оператора экспериментальной установки, программное обеспечение ПК способно передавать команды на включение того или иного режима работы универсального модуля изменения температуры путем отправки на дочернюю плату символов "y", означающего команду на включение охлаждения, а "Y" - включение нагрева. Так же, программное обеспечение способно как сохранять полученные данные в файл, так и открывать уже имеющийся файл и обрабатывать в должном порядке имеющиеся данные, в случае, если, по различным причинам, экспериментальная установка не доступна для синхронизации с ПК.

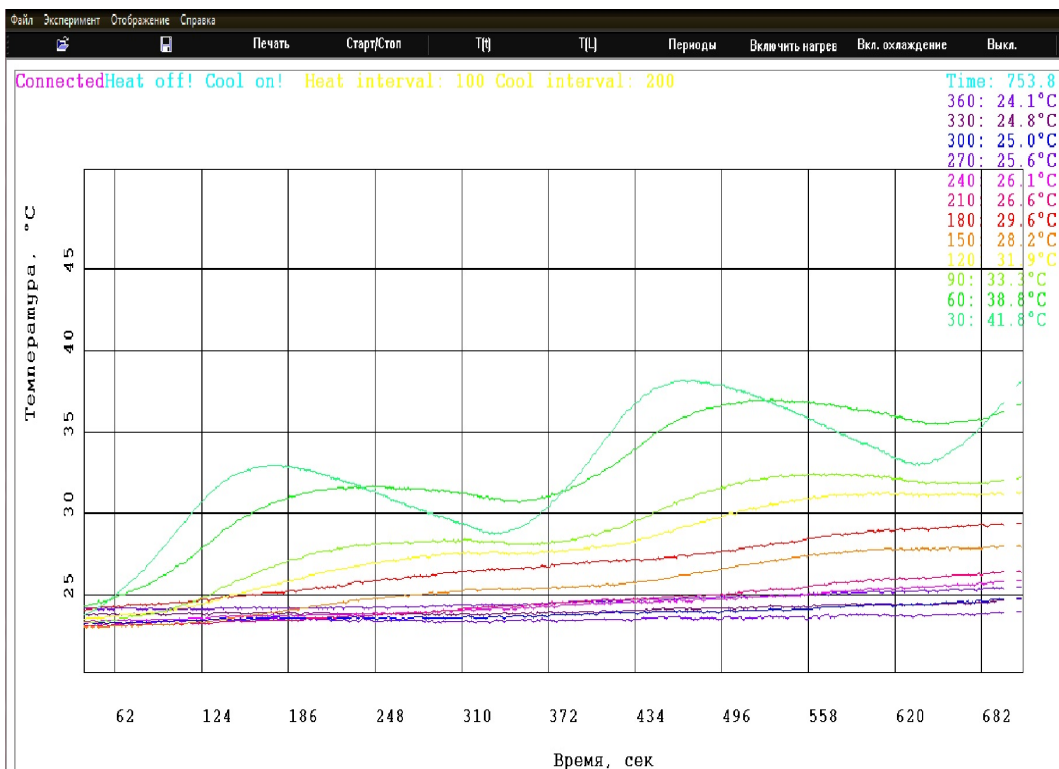
Программа способна визуализировать 2 типа графиков зависимости:

- График зависимости температуры от времени  $T(t)$
- График зависимости температуры от координаты соответствующей термопары  $T(l)$

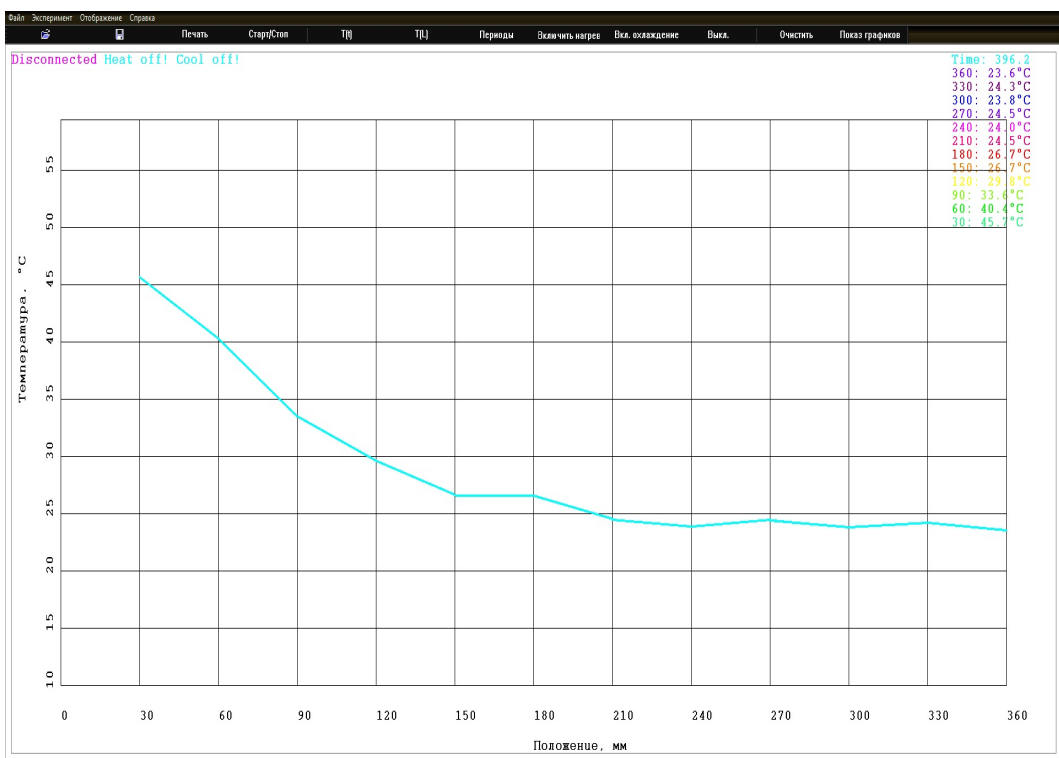
Первый тип графика демонстрирует изменение показаний термопар по мере проведения эксперимента, в то время второй график представляет собой кривую, демонстрирующую значение температуры каждой термопары в соответствии с ее координатой, а именно с расстоянием от универсального модуля изменения температуры, но, поскольку оператор может интересоваться изучением изменения этих данных во времени, в окне отрисовки данного графика имеется скроллбар, перемещением которого можно выводить на экран состояние распределения температур в стержне в любой конкретный момент эксперимента, начиная от его старта, заканчивая текущим моментом на момент его проведения. Таким образом, можно сказать, что принцип работы графика  $T(l)$  представляет собой имитацию тепловизионного устройства в



одномерном случае.



1

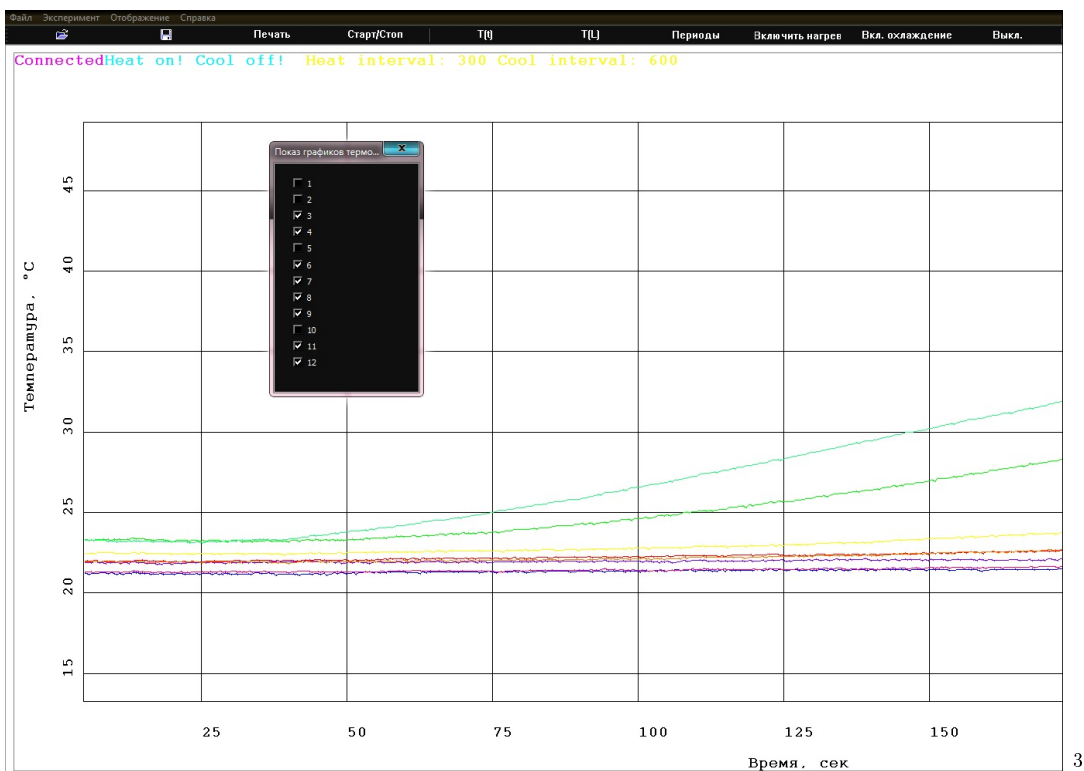


2

Для удобства работы с графическими данными окна отображения зависимости  $T(t)$ , создано меню селективного отображения данных от каждой термопары путем установки соответствующих каждой термопаре чекбоксов.

<sup>1</sup>Окно отображения зависимости  $T(t)$

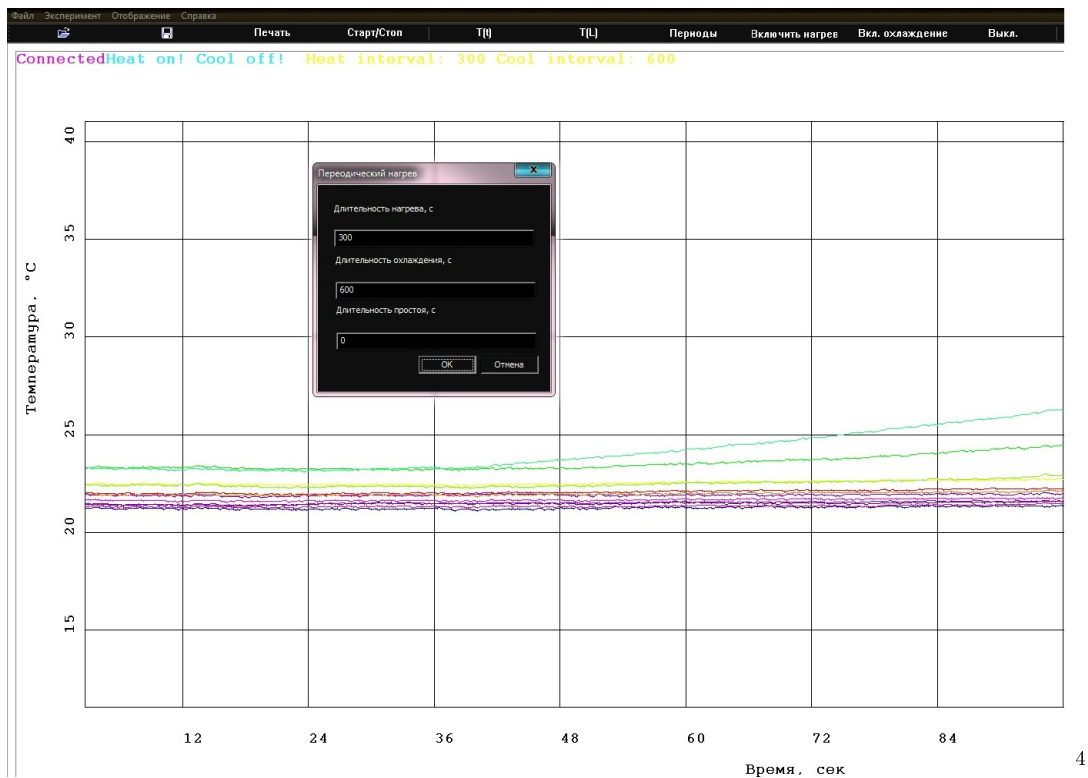
<sup>2</sup>Окно отображения зависимости  $T(l)$



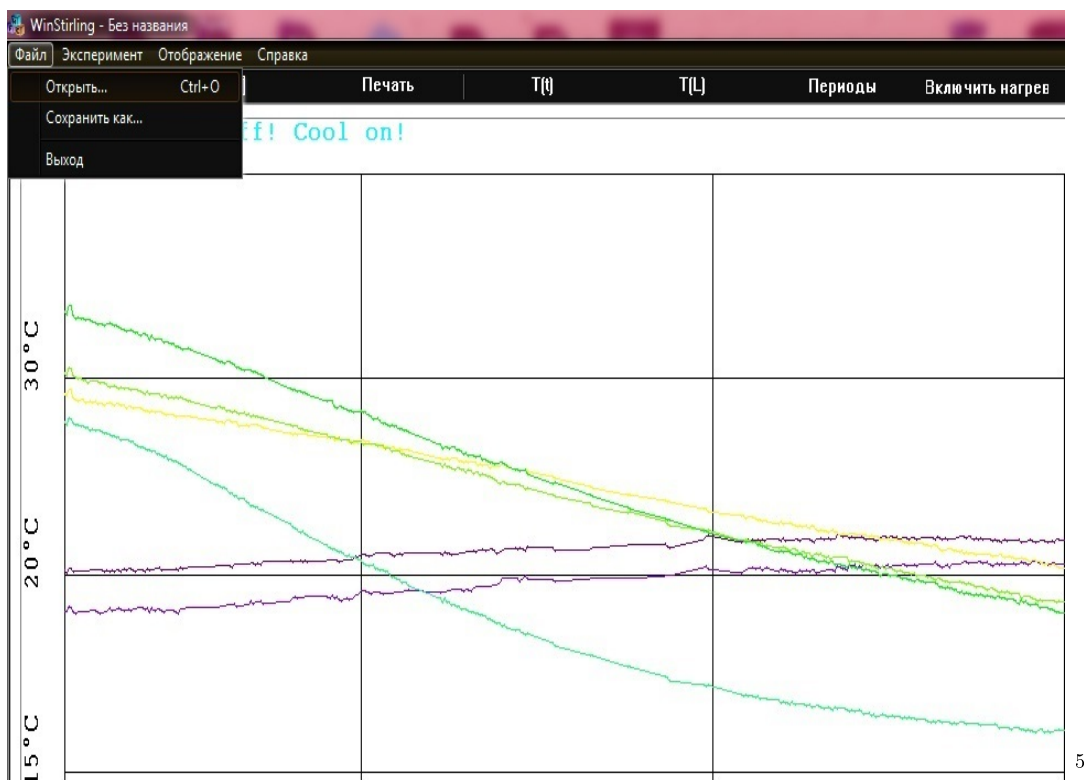
Программа позволяет производить как постоянное изменение температуры экспериментального модуля, так и периодическое, причем, в случае работы в режиме периодического изменения температуры, можно будет установить время одного из трех режимов: нагрева, охлаждения и простоя в соответствующих графах. Более того, возможно использование данной функции как таймера для постоянного режима изменения температуры: например, оператору необходимо произвести нагрев стержня экспериментального модуля в течение 600 секунд. Для этого в графу "время нагрева" необходимо установить 600, в графу "время охлаждения" 0, и в графу "время простоя" ввести то время в секундах, за которое оператор готов будет освободиться и вернуться к проведению эксперимента.

---

<sup>3</sup>Меню чекбоксов



Помимо прямого получения и накопления экспериментальных данных, функционал программы включает в себя такие возможности, как сохранение полученных экспериментальных данных в файл для дальнейшей обработки, а так же открытие ранее сохраненного файла с данными.

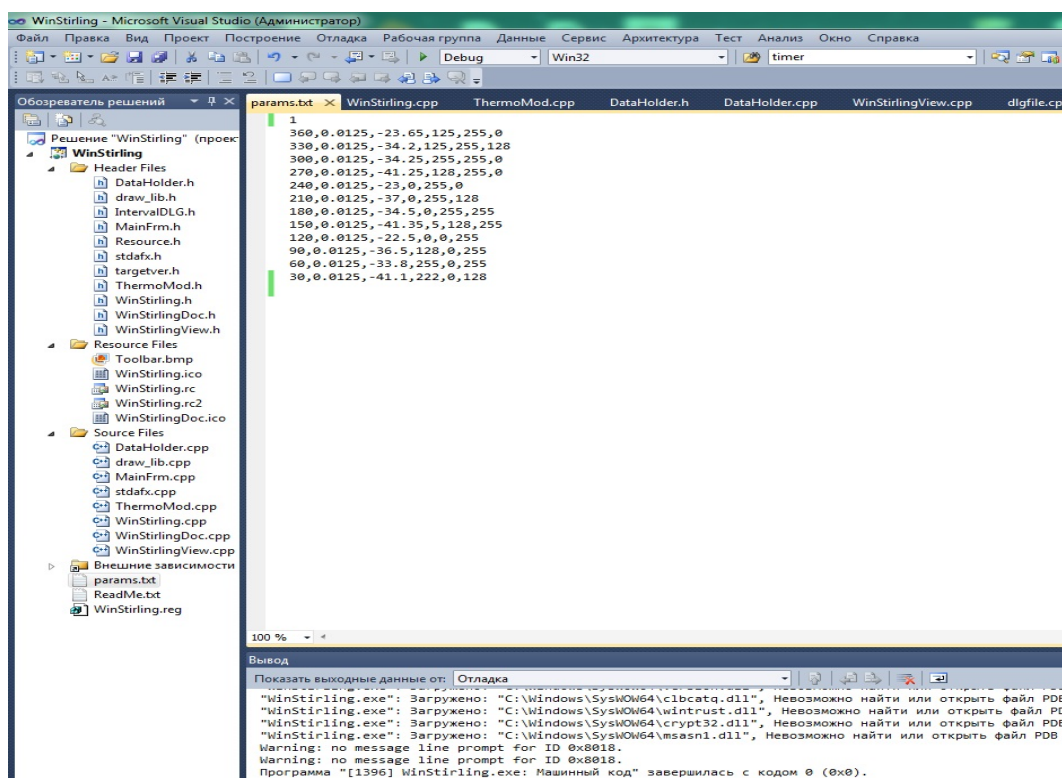


<sup>4</sup>Настройка периодов температурных режимов

<sup>5</sup>Меню сохранения в файл и открытия файла

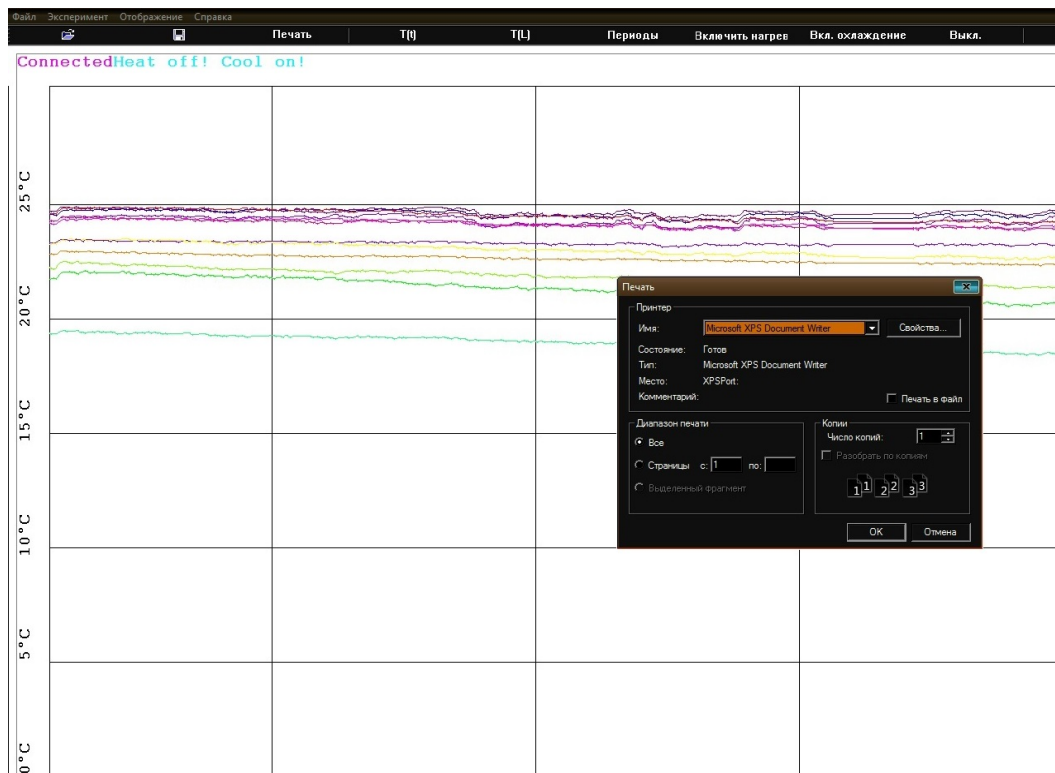
В сохраняемом файле содержится массив, включающий в себя 12 столбцов, соответствующих каждой термопаре, а так же значение времени в секундах. Каждому моменту времени соответствует строка значений температур

Так как данная экспериментальная установка имеет не только практические, но и методические возможности, в перспективе планируется ее изготовление в нескольких экземплярах и установлена в общий физический практикум кафедры общей физики в раздел "термодинамика в программном обеспечении имеется калибровочный файл, содержащий индивидуальные номер установки и коэффициенты  $a$  и  $b$  для калибровки каждой термопары, данные которых задаются как  $ax+b$ , где  $x$  - показание аналого-цифрового преобразователя, поступающее непосредственно от микропроцессорного модуля обмена данными. Так же, посредством вышеупомянутого файла, могут быть изменены цветовые характеристики отрисовки графиков в соответствии со вкусовыми предпочтениями оператора путем изменения значений аддитивной цветовой модели RGB от 0 до 255 в соответствующих столбцах.



Так же, в программе была предусмотрена возможность печати графиков, без необходимости использования стороннего программного обеспечения для открытия сохраненных файлов с экспериментальными данными и их дальнейшей печатью.

<sup>6</sup>Индивидуальный калибровочный файл



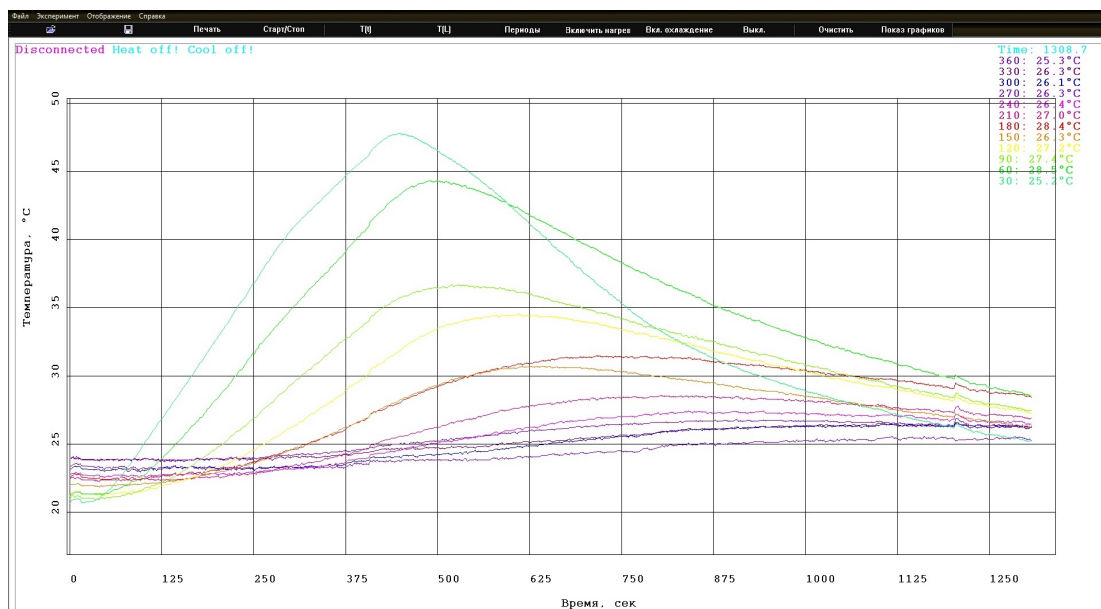
Текст программы представлен в приложении 2

# Глава 5

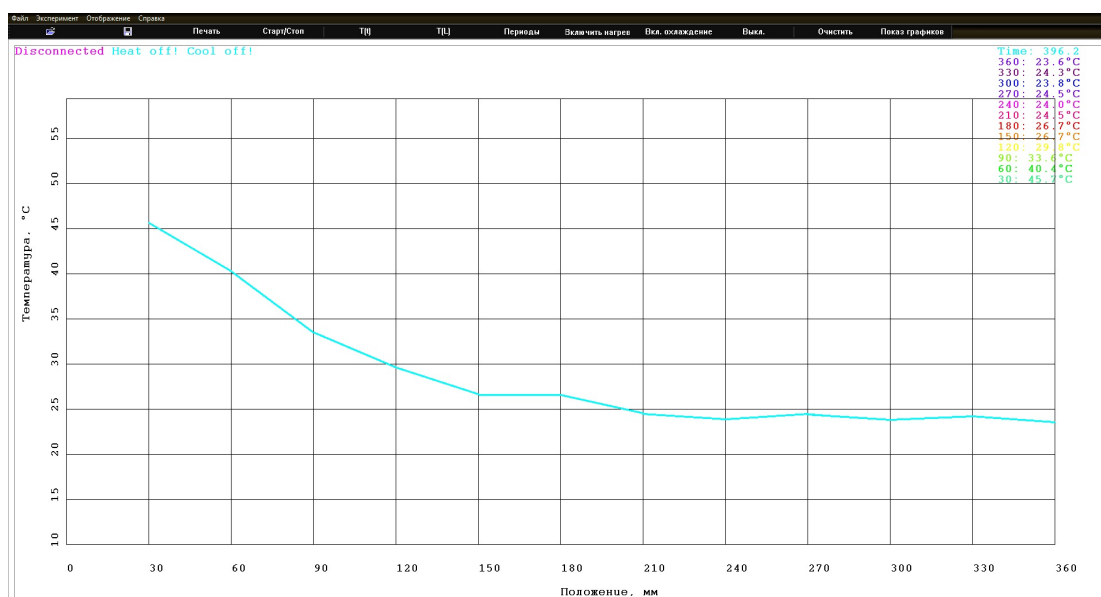
## Эксперимент

В рамках данной работы, будет производиться получение температурных волн в двух режимах: в постоянном и периодическом режимах

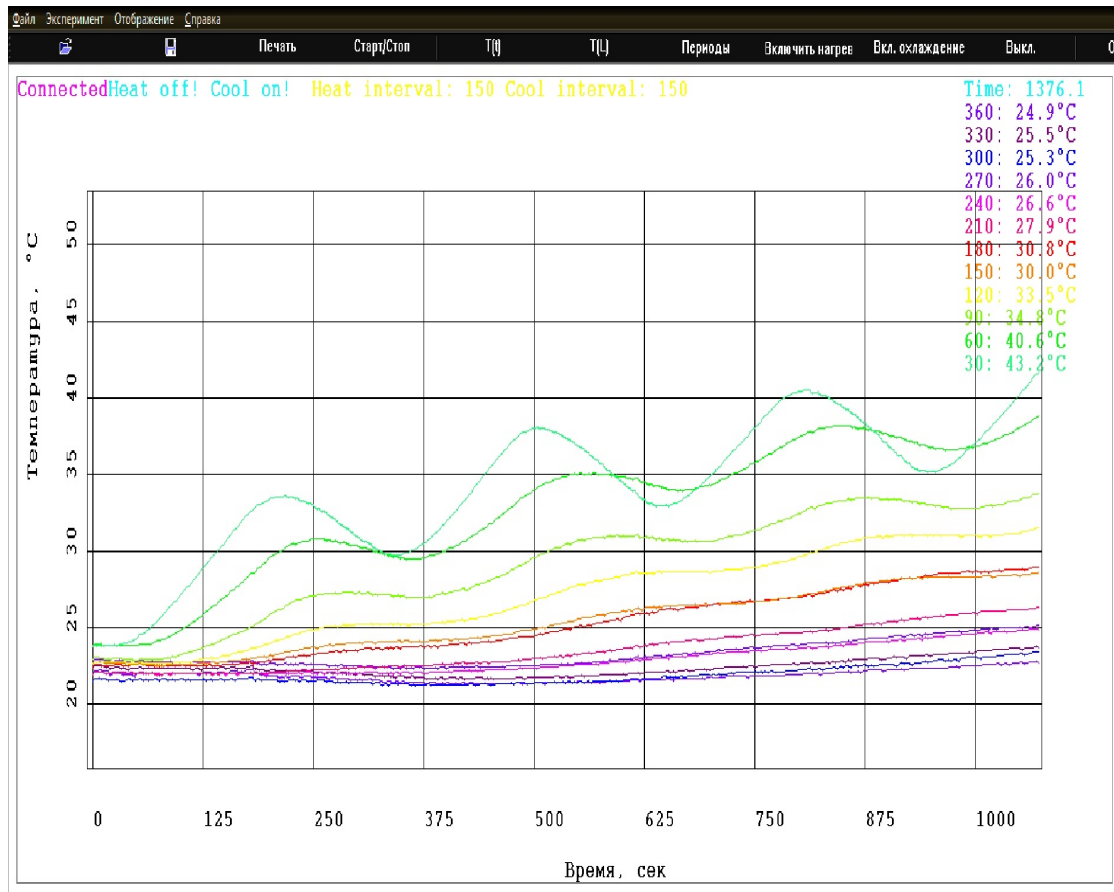
- График  $T(t)$ , однократный нагрев длительностью 360 секунд:



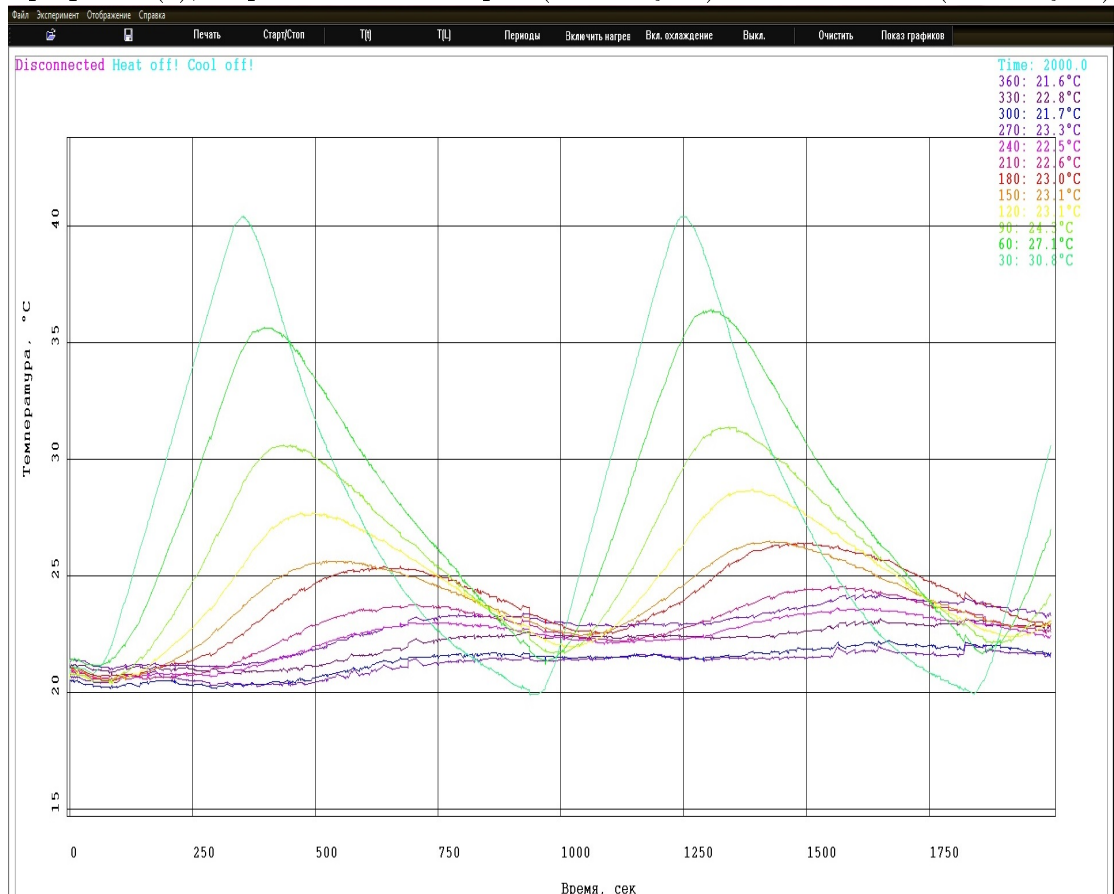
- График  $T(l)$ :



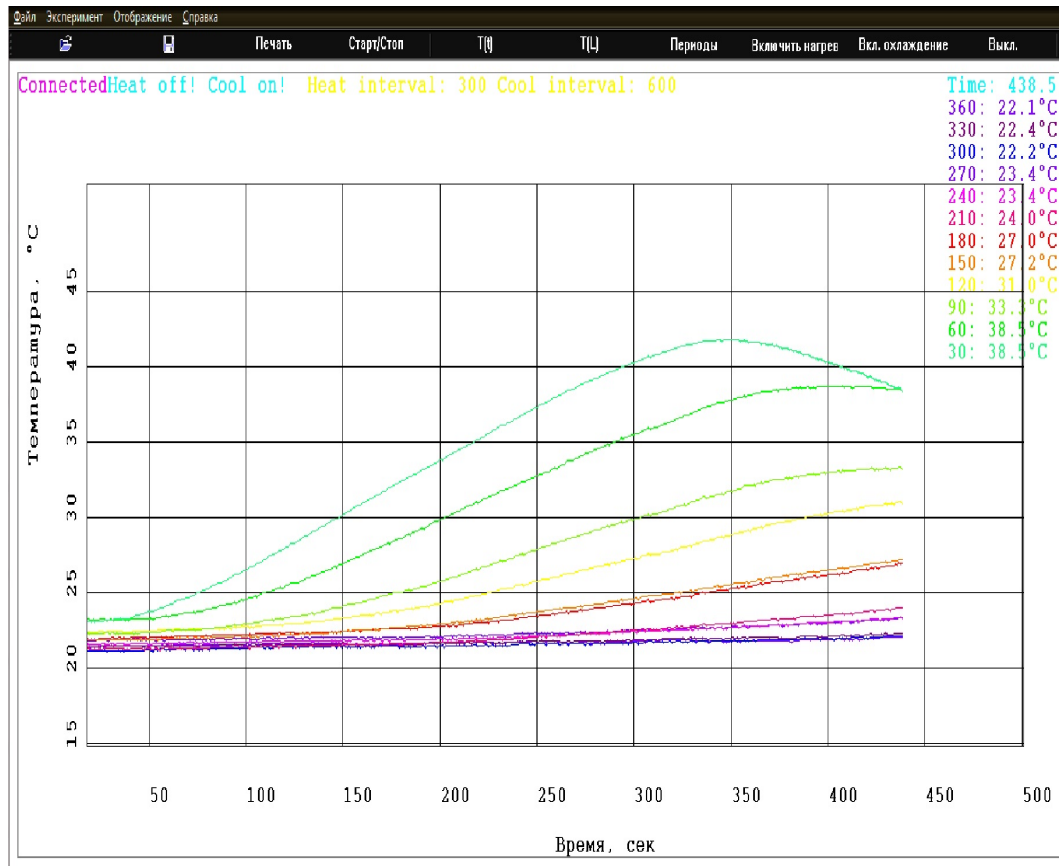
- График  $T(t)$ , Периодические нагрев (150 секунд) и охлаждение (150 секунд):



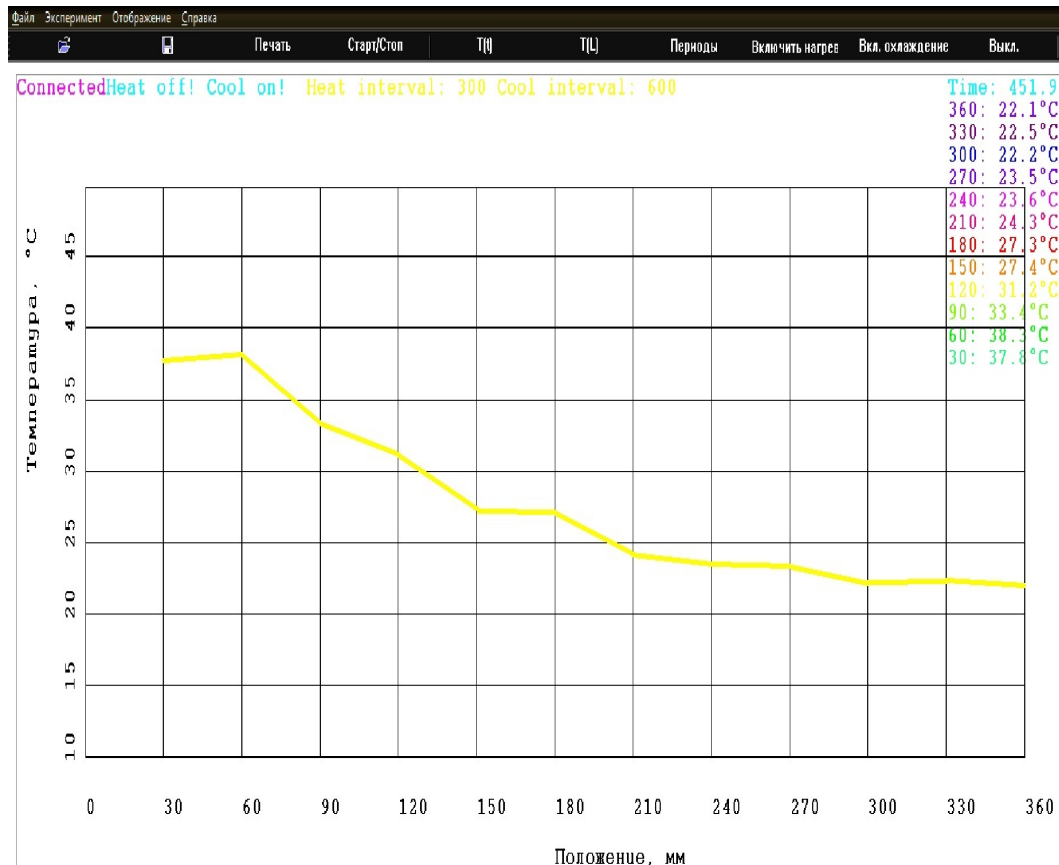
- График  $T(t)$ , Периодические нагрев (300 секунд) и охлаждение (600 секунд):



- График  $T(t)$ :



- И соответствующий ему график  $T(l)$ :





# Глава 6

## Заключение

В результате проведенных работ, были успешно выполнены следующие задачи:

- Создана экспериментальная установка, позволяющая возбуждать и регистрировать температурные волны в исследуемой среде
- Создан универсальный микропроцессорный модуль, позволивший обеспечивать обмен данными между ПК и экспериментальной установкой
- Создано программное обеспечение для ПК, на языке C++ с использованием пакета Microsoft Foundation Classes, позволившего реализовать графический интерфейс пользователя GUI. Данное программное обеспечение позволяет контролировать экспериментальную установку, визуализировать полученные данные и проводить их обработку
- Проведено успешное тестирование установки, доказавшее ее применимость для наглядного наблюдения температурных волн в исследуемой среде и пригодность для внедрения в общий физический практикум кафедры общей физики в раздел "термодинамика"

# Литература

- [1] A. C. Sparavigna "Measuring the Thermal Diffusivity in a Student Laboratory March 28, 2012
- [2] M. Omini, A. Sparavigna and A. Strigazzi, "Thermal Diffusivity of Solids with Low Expansion Coefficient: A Dilatometric Technique," International Journal of Thermophysics, vol. 13, No. 4, 1992
- [3] Сивухин Д.В. Термодинамика и молекулярная физика (Общий курс физики; Т.II), 1990
- [4] Матвеев А.Н. Молекулярная физика, 1981
- [5] P. A. Hilton LTD. "Experimental Operating and Maintenance Manual" . Heat Transfer Service Unit. November, 2000
- [6] Тихонов А.Н., Самарский А.А. "Уравнения математической физики"(1977)
- [7] Чурикова Ю.В., "Разработка методических принципов построения демонстрационных программ и создание компьютерных модельных демонстраций к разделу "Оптика" курса общей физики. Дипломная работа. — М., Физический факультет МГУ, 2000."
- [8] E. MacCormack, A. Mandelis, M. Munidasa, B. Fara-hbakhsh and H. Sang, "Measurements of the Thermal Diffusivity of Aluminum Using Frequency-Scanned, Transient, and Rate Window Photothermal Radiometry. Theory and Experiment," International Journal of Thermophysics, Vol. 18, No. 1, 1997, pp. 221-250.
- [9] "Разработка и создание базового учебно-методического комплекса для подготовки школьников к участию в экспериментальных турах олимпиад по физике" Дипломная работа. — М., Физический факультет МГУ, 2015."
- [10] Госсорг Ж. «Инфракрасная термография. Основы, техника, применение» М. Мир 1988
- [11] Боков П.Ю., Булкин П.С., Иванцов А.А., Митин И.В., Салецкий А.М., Червяков А.В. "Определение коэффициента температуропроводности твердых тел Москва, 2008.
- [12] Тихонов Ю.В. "Самоучитель MFC". БХВ, Санкт-Петербург, 2000.