

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра общей физики

Динамическая дифракция лазерных
импульсов по схеме Лауэ в фотонных
кристаллах из метаматериалов

Дипломная работа
студента 605 группы
Новожилова С. В.

Допущена к защите «23» декабря 2011 года

Заведующий кафедрой общей физики
д. ф.-м. н., профессор

_____ Салецкий А. М.

Научный руководитель
д. ф.-м. н., профессор

_____ Манцызов Б. И.

Москва 2011

Содержание

Введение	2
Глава 1. Динамическая теория брэгговской дифракции света в фотонных кристаллах из метаматериалов	6
1.1. Двухволновое приближение в динамической теории дифракции	6
1.2. Дисперсионное уравнение для собственных волн	13
1.3. Решение граничной задачи	17
1.4. Основные результаты главы 1	19
Глава 2. Динамика лазерных импульсов и управление их параметрами при брэгговской дифракции по схеме Лауэ в одномерном фотонном кристалле с отрицательным показателем преломления	20
2.1. Динамика пространственно ограниченного импульса. Локализация поля в среде, дифракционное деление импульса	20
2.2. Параболическое приближение для дисперсионного соотношения и уравнения для медленных огибающих импульсов	26
2.3. Управление параметрами чирпированных импульсов	30
2.4. Основные результаты главы 2	34
Заключение	35
Литература	36

Введение

Метаматериалы — это искусственные среды с особыми оптическими свойствами, которые нельзя обнаружить у обычных, природных материалов. Ярким примером являются так называемые среды с отрицательным показателем преломления (NIM, negative-index materials), или левые среды (LHM, left-handed materials), рассматриваемые в данной работе.

Возможность существования таких материалов и их оптические свойства были теоретически предсказаны и наиболее полно описаны В. Г. Веселаго в 1967 г. [1], также было выдвинуто предположение, среди каких веществ нужно прежде всего вести поиск, а именно среди гиротропных сред. Тем не менее, эта гипотеза впоследствии не подтвердилась, и только в 2000 г. Смит и его коллегам из Калифорнийского университета в Сан-Диего удалось изготовить метаматериал на основе разрезно-кольцевых резонаторов с отрицательным показателем преломления в микроволновом диапазоне [2, 3], что положило начало целой серии работ, как теоретических, так и экспериментальных, в этой области.

Основным структурным элементом (метаатомом) подобных метаматериалов является разрезно-кольцевой резонатор, который можно считать аналогом колебательного контура. За счет уменьшения масштаба удалось получить аналогичные структуры и в терагерцовом диапазоне [4]. Однако для инфракрасного и оптического диапазона подобная идея уже не реализуется, так как глубина скин-слоя становится сравнимой с характерным размером метаатома, и резонансные свойства существенно ослабляются. Поэтому ряд образцов левых сред, впервые полученных [5–10] для оптического диапазона, был реализован на основе плазмонных резонансов.

Главным недостатком в таких оптических метаматериалах является сильное поглощение. Однако группе Драчева и Шалаева удалось экспери-

ментально продемонстрировать [11], что, внедряя активную усиливающую среду в состав метаматериала, можно добиться высокой степени оптической прозрачности последнего.

Различные оптические явления, как линейные, так и нелинейные, происходят в левых средах иначе, чем в традиционных материалах [12]. Это в полной мере относится и к фотонным кристаллам — периодическим структурам, представляющим существенный теоретический и экспериментальный интерес [13], [14].

Так, в частности, был обнаружен новый тип фотонных запрещенных зон, не связанных с брэгговским резонансом, в одномерных фотонных кристаллах, состоящих из левых и правых слоев попеременно, так что средний по периоду показатель преломления равен нулю [15]. По своим свойствам эта запрещенная зона существенно отличается от брэгговских тем, что нечувствительна к изменению периода системы, не зависит от угла падения волны на фотонный кристалл и устойчива к дефектам, если только условие $\bar{n} = 0$ выполнено.

Как известно [16], в результате взаимодействия нелинейности и сильной дисперсии, связанной с периодичностью, могут формироваться уединенные волны (солитоны), распространяющиеся внутри линейной запрещенной зоны. Это оказывается справедливым и для запрещенных зон нового типа, связанных с условием $\bar{n} = 0$: в работах [17], [18] исследован новый тип щелевых солитонов, устойчивых к структурным дефектам и потерям в среде, с независимым от угла падения условием возбуждения, что открывает перспективы более удобного применения таких уединенных волн в оптических системах.

Кроме того, показана [19] возможность существования полностью запрещенных зон (это означает, что функция Грина является локализованной, то есть излучение точечного источника, помещенного внутрь среды,

не может распространяться ни в одном из направлений) в одномерных фотонных кристаллах, в которых чередуются левые и правые слои, — возможность, реализуемая для традиционных фотонных кристаллов только в трехмерном случае при достаточно большом контрасте показателя преломления, так что различные брэгговские зоны перекрываются соответствующим образом. В обычных одномерных и двумерных периодических структурах при этом всегда разрешено волноводоподобное распространение излучения (в частности, это реализуется и при Лауэ-дифракции), однако в случае метаматериалов такая возможность может быть подавлена.

В работе [20] продемонстрированы возможности по управлению световыми пучками с различным профилем в фотонных кристаллах с нулевым средним показателем преломления. Ещё необычнее распространение света в подобных структурах с медленно меняющимся периодом — в результате численного расчета предсказано [21], что пучок будет распространяться по спирали, поскольку направления групповой скорости могут быть, в отличие от обычных структур, противоположны на краях разрешенной зоны.

Необходимо отметить, что дифракция электромагнитного излучения как для традиционных фотонных кристаллов, так и для метаматериалов изучалась преимущественно в геометрии Брэгга «на отражение», однако также и другая схема — геометрия Лауэ «на прохождение», где в классическом случае всегда присутствует по меньшей мере два порядка дифракции.

Для геометрии Лауэ характерен известный еще из динамической теории дифракции рентгеновских лучей [22] маятниковый эффект. Суть его состоит в следующем: поскольку внутри кристалла энергия перекачивается из прямо волны в дифрагированную и обратно, как в системе двух связанных осцилляторов (отсюда и название) на расстоянии, называемом глубокой экстинкцией, то интенсивность каждого дифракционного максимума существенно зависит от толщины кристалла. Данный эффект также был

экспериментально исследован в микроволновом [23] и оптическом [24–26] диапазонах.

Кроме того, в оптическом диапазоне предсказан ряд принципиально новых эффектов, в частности, дифракционное деление импульса [27], а также новые возможности для управления светом, такие как локализация поля в слоях фотонного кристалла с определенными свойствами и пространственная и временная компрессия чирпированных оптических импульсов [28]. Более подробно на этих явлениях мы остановимся ниже.

В настоящей работе аналитически в рамках двухволнового приближения решается ранее не исследованная задача брэгговской дифракции световых импульсов по схеме Лауэ в фотонных кристаллах из метаматериалов, прежде всего со средним отрицательным показателем преломления, однако многие полученные соотношения носят достаточно общий характер как для правых, так и для левых сред. Мотивацией является не только решение фундаментальной задачи — построение динамической теории дифракции для метаматериалов, но и поиск новых возможностей оптического управления, которые также рассматриваются в работе.

Глава 1

Динамическая теория брэгговской дифракции света в фотонных кристаллах из метаматериалов

1.1. Двухволновое приближение в динамической теории дифракции

Рассмотрим полубесконечный одномерный фотонный кристалл, слои которого перпендикулярны поверхности. Введем систему декартовых координат так, что ось x ортогональна слоям кристалла, а ось z — его границе. Вектор обратной решетки возьмем в виде $\mathbf{h} = -\mathbf{e}_x h$, где $\mathbf{e}_{x,y,z}$ — орты, $h = 2\pi/d$, d — период кристалла.

Импульс падает из вакуума (рис. 1.1) на границу ($z = 0$), требуется найти поле в среде.

Будем решать задачу с помощью так называемого симметричного подхода, в котором система уравнений Максвелла и материальных уравнений внутри кристалла принимает вид (здесь и далее мы опускаем для кратко-

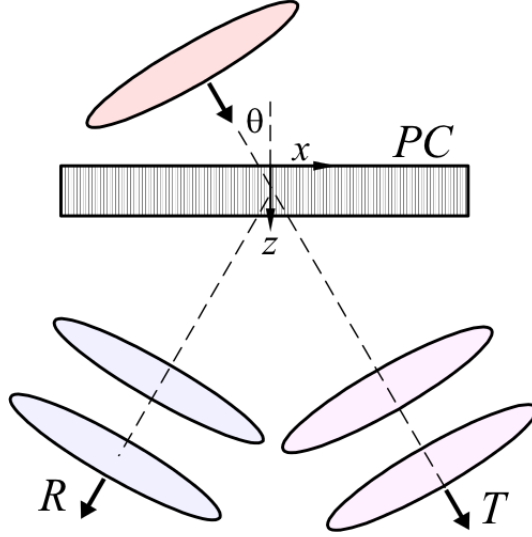


Рис. 1.1. Схема дифракции импульса в геометрии Лауэ

сти записи аргументы, где это возможно):

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \vec{\mathcal{E}} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t}, \\
 \nabla \times \vec{\mathcal{H}} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t}, \\
 \nabla \cdot \vec{\mathcal{D}} &= 0, \\
 \nabla \cdot \vec{\mathcal{B}} &= 0, \\
 \vec{\mathcal{D}}(\mathbf{r}, t) &= \int_0^{+\infty} \epsilon(\mathbf{r}, t') \vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t - t') dt', \\
 \vec{\mathcal{B}}(\mathbf{r}, t) &= \int_0^{+\infty} \mu(\mathbf{r}, t') \vec{\mathcal{H}}(\mathbf{r}, t - t') dt'.
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Как показано в [1], для метаматериалов существенным является учет частотной дисперсии, то есть нелокального во времени отклика среды на внешнее поле, при этом эффектами, связанными с пространственной дисперсией, мы пренебрегаем, а среду считаем изотропной.

В силу линейности системы (1.1) входящие в нее поля могут быть

представлены в виде интеграла Фурье:

$$\mathcal{U}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega,$$

где $\mathcal{U} = \{\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{D}}, \vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{H}}\}$ и

$$U(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{U}(\mathbf{r}, t') e^{i\omega t'} dt',$$

тогда в частотном представлении (1.1) принимает более удобный вид:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= i\frac{\omega}{c} \mathbf{B}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= -i\frac{\omega}{c} \mathbf{D}, \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ \mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) &= \epsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega), \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega) &= \mu(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega), \end{aligned} \tag{1.2}$$

где

$$\begin{aligned} \epsilon(\mathbf{r}, \omega) &= \int_0^{+\infty} \epsilon(\mathbf{r}, t') e^{i\omega t'} dt', \\ \mu(\mathbf{r}, \omega) &= \int_0^{+\infty} \mu(\mathbf{r}, t') e^{i\omega t'} dt'. \end{aligned}$$

В дальнейшем, если не указано иное, все формулы относятся к частотному представлению.

Из (1.2) вытекает уравнение типа Гельмгольца для монохроматической Фурье-компоненты поля \mathbf{E} с частотой ω :

$$\nabla \times [\nabla \times \mathbf{E}] - \kappa^2 \mu \epsilon \mathbf{E} + \frac{1}{\mu} \nabla \mu \times [\nabla \times \mathbf{E}] = 0, \tag{1.3}$$

где $\kappa = \omega/c$.

Будем для простоты рассматривать случай S-поляризованного поля, когда $\mathbf{E} = \mathbf{e}_y E$ (для P-поляризации рассуждения могут быть проведены аналогично). В выбранной системе координат уравнение (1.3) принимает вид [19]:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E + \kappa^2 \mu(x) \epsilon(x) E - \frac{1}{\mu(x)} \frac{d\mu(x)}{dx} E = 0. \quad (1.4)$$

Основным аналитическим методом в динамической теории дифракции является двухволновое приближение, известное в рентгеновском [22] и оптическом [29] диапазонах, если только контраст показателя преломления является достаточно малой величиной (смысл этого ограничения будет показан в дальнейшем). Поскольку уравнение (1.3) имеет отличный от этих случаев вид, необходимо обосновать использование данного приближения.

Периодические функции материальных констант могут быть разложены в ряд Фурье по векторам обратной решетки:

$$n^2 \equiv \epsilon\mu = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \nu_m e^{imhx}, \quad (1.5)$$

где

$$\nu_m = \frac{1}{d} \int_{x_0}^{x_0+d} n^2(x') e^{-imhx'} dx',$$

также

$$\frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dx} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \eta_m e^{imhx}, \quad (1.6)$$

$$\eta_m = \frac{1}{d} \int_{x_0}^{x_0+d} \frac{1}{\mu} \frac{d\mu(x')}{dx'} e^{-imhx'} dx'.$$

Прежде чем перейти к дальнейшему изложению, обсудим некоторые свойства введенных нами коэффициентов ряда Фурье и физический смысл некоторых из них. При этом для простоты и наглядности предположим,

что поглощение в среде отсутствует, а следовательно, ϵ и μ являются действительными функциями. Будем также считать ряды Фурье абсолютно сходящимися, что дает возможность суммировать их в любом порядке, а также дифференцировать почленно.

Коэффициент ν_0 при сделанном упрощении имеет смысл среднего по периоду квадрата коэффициента преломления. В самом общем случае как для правых, так и для левых сред в отсутствие поглощения эта величина является положительной (интеграл от положительно определенной функции) и математически играет в уравнении ту же роль, что и средняя диэлектрическая проницаемость — для обычного кристалла. Физическая интерпретация — этот коэффициент определяет волновое число в сплошной среде с таким же средним показателем преломления, как в фотонном кристалле.

Остальные члены ряда связаны с пространственной модуляцией свойств кристалла, при этом для коэффициентов Фурье любой действительной функции $f(x)$ справедливо следующее соотношение:

$$f_j = f_{-j}^*,$$

где $j \in \mathbb{Z}$, а «звездочка» означает, как обычно, комплексное сопряжение.

Для гармонической функции (линейной комбинации синусов и косинусов с одинаковым периодом d) от нуля отличны только первый и минус первый коэффициенты Фурье, то есть ряд является конечным.

Вычислим η_0 в случае произвольной достаточно гладкой знакопостоянной (для определенности будем считать $\mu < 0$, что соответствует модели левой среды; другой вариант рассматривается аналогично) функции $\mu(x)$:

$$\eta_0 = \frac{1}{d} \int_{x_0}^{x_0+d} \frac{d \ln(-\mu)}{dx} dx = \frac{\ln(-\mu)}{d} \Big|_{x_0}^{x_0+d} = 0.$$

Отметим, что в более общем случае знакопеременной функции $\mu(x)$

уравнение имеет особенность, а интеграл сходится (к нулю) только в смысле главного значения.

Для остальных ($j \neq 0$) коэффициентов

$$\eta_j = \frac{1}{d} \int_{x_0}^{x_0+d} e^{-ijhx} \frac{d \ln(-\mu)}{dx} dx = \frac{ijh}{d} \int_{x_0}^{x_0+d} e^{-ijhx} \ln(-\mu) dx.$$

На основании теоремы Флоке-Блоха [29] собственная мода поля является блоховской волной, которую можно представить в виде ряда:

$$E(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m e^{i(q_x^{(m)}x + q_z z)}, \quad (1.7)$$

где введено обозначение:

$$q_x^{(m)} = q_x + mh,$$

A_m — амплитуды плосковолновых компонент, а \mathbf{q} — блоховский волновой вектор.

Подставляя (1.5), (1.6), (1.7) в уравнение (1.4) и сокращая общий множитель, получаем:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (q_x^{(m)2} + q_z^2) A_m e^{iq_x^{(m)}x} - \kappa^2 \cdot \sum_{m'=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \nu_{m'} A_m e^{iq_x^{(m+m')}x} + \\ & + \sum_{m'=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \eta_{m'} i q^{(m)} A_m e^{iq_x^{(m+m')}x} = 0. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых экспонентах, тогда для произвольного m справедливо:

$$(q_x^{(m)2} + q_z^2) A_m - \kappa^2 \cdot \sum_{m'=-\infty}^{+\infty} \nu_{m'} A_{m-m'} + \sum_{m'=-\infty}^{+\infty} \eta_{m'} i q_x^{(m-m')} A_{m-m'} = 0. \quad (1.8)$$

Исследуем условия (необходимые, но не достаточные), при которых из бесконечного, вообще говоря, ряда для поля E возможно выделить два

главных члена, а остальными пренебречь. Для этого выпишем (1.8) для некоторых значений m отдельно, приведя подобные слагаемые:

$$A_0 = \frac{1}{q_x^2 + q_z^2 - \nu_0 \kappa^2} \times \sum_{m' \neq 0} A_{-m'} \left(\kappa^2 \nu_{m'} - i \eta_{m'} q_x^{(-m')} \right), \quad (1.9)$$

$$A_m = \frac{1}{(q_x + mh)^2 + q_z^2 - \nu_0 \kappa^2} \times \sum_{m' \neq 0} A_{m-m'} \left(\kappa^2 \nu_{m'} - i \eta_{m'} q_x^{(m-m')} \right), \quad (1.10)$$

$$A_j = \frac{1}{(q_x + jh)^2 + q_z^2 - \nu_0 \kappa^2} \times \sum_{m' \neq 0} A_{j-m'} \left(\kappa^2 \nu_{m'} - i \eta_{m'} q_x^{(j-m')} \right), \quad (1.11)$$

где $j \neq 0, m$ и $m \neq 0$.

Выписанные нами отдельно амплитуды двух волн (1.9) и (1.10) будут существенно больше всех остальных (1.11), если в знаменателе перед суммой стоит малая величина. Это становится возможным, когда:

$$\begin{aligned} 2q_x &\approx -mh, \\ (q_x + mh)^2 + q_z^2 &\approx \nu_0 \kappa^2. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Выражение (1.12) представляет собой не что иное, как условие Брэгга. Существенно, что оно сохраняет свой смысл и для метаматериалов.

В настоящей работе будем рассматривать первый порядок дифракции ($m = -1$) и введем обозначения:

$$\begin{aligned} E_0 &= A_0, \\ E_h &= A_{-1}, \\ \mathbf{q}^{(g)} &= \mathbf{q} + \mathbf{g}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{g} = \mathbf{0}, \mathbf{h}$. Тогда в двухволновом приближении собственная мода поля внутри фотонного кристалла имеет вид:

$$E = \sum_{g=0,h} E_g e^{i\mathbf{q}^{(g)} \mathbf{r}}. \quad (1.13)$$

Отметим, что неизвестными в (1.13) являются, вообще говоря, как амплитуды E_g , так и волновые векторы $\mathbf{q}^{(g)}$. Дальнейшее исследование брэг-

говской дифракции по схеме Лауэ проведем в два этапа: во-первых, определим дисперсию этих собственных волн, во-вторых, в результате решения граничной задачи определим, какие именно моды распространяются внутри фотонного кристалла.

1.2. Дисперсионное уравнение для собственных волн

Удерживая в (1.8) только две выделенные пространственные гармоники, приходим к основной системе уравнений в динамической теории дифракции:

$$\begin{aligned} (\kappa^2\nu_0 - q_x^2 - q_z^2)E_0 + (\kappa^2\nu_1 - i\eta_1q_x^{(h)})E_h &= 0, \\ (\kappa^2\nu_{-1} - i\eta_{-1}q_x)E_0 + (\kappa^2\nu_0 - q_x^{(h)2} - q_z^2)E_h &= 0. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Условием нетривиальной совместности однородной системы уравнений (1.14) является равенство нулю ее определителя:

$$(\kappa^2\nu_0 - q_x^2 - q_z^2)(\kappa^2\nu_0 - q_x^{(h)2} - q_z^2) - (\kappa^2\nu_1 - i\eta_1q_x^{(h)})(\kappa^2\nu_{-1} - i\eta_{-1}q_x) = 0. \quad (1.15)$$

Введем обозначения:

$$\beta = q_z^2 - (\kappa^2\nu_0 - q_x^2), \quad (1.16)$$

$$\alpha = h(2q_x - h), \quad (1.17)$$

$$\gamma = (\kappa^2\nu_1 - i\eta_1q_x^{(h)})(\kappa^2\nu_{-1} - i\eta_{-1}q_x), \quad (1.18)$$

тогда (1.15) принимает более компактный вид:

$$\beta^2 - \alpha\beta - \gamma = 0; \quad (1.19)$$

его корни равны

$$\beta^{(1,2)} = \frac{1}{2} \left(\alpha \mp \sqrt{\alpha^2 + 4\gamma} \right), \quad (1.20)$$

и для постоянной распространения вдоль оси z имеем:

$$q_z^{(1,2)} = \pm \sqrt{\beta^{(1,2)} + \kappa^2 \nu_0 - q_x^2}. \quad (1.21)$$

Как известно [27] из динамической теории дифракции электромагнитного излучения в традиционных фотонных кристаллах, эффективное двухволновое взаимодействие происходит внутри зоны, ширина которой зависит от контраста показателя преломления. Двухволновое приближение становится неприменимым, когда соседние брэгговские зоны, соответствующие разным порядкам дифракции, перекрываются, тогда необходимо, вообще говоря, учитывать большее количество слагаемых в (1.8). Аналогичное рассуждение справедливо и в случае метаматериалов, при этом ширина зоны определяется соотношением:

$$|\alpha| \leq |2\gamma/\kappa^2|. \quad (1.22)$$

Вопрос о комплексности дисперсионного уравнения в форме (1.19) не возникает в динамической теории дифракции рентгеновских лучей и в оптике обычных ФК, так как все входящие в него комбинации величин являются заведомо действительными при отсутствии в модели поглощения, а их мнимая часть физически соответствует диссипации. В рассматриваемой здесь более общей задаче величина γ (а следовательно, и постоянная распространения q_z) имеет более сложный вид и требует отдельного исследования. Для этого выпишем с точностью до вещественного размерного коэффициента $-\kappa^2$ подозрительное на комплексность слагаемое в составе γ

$$J = i(\nu_1 \eta_{-1} q_x + \nu_{-1} \eta_1 q_x^{(h)})$$

и найдем его мнимую часть. Легко заметить, что в случае точного брэгговского резонанса, когда $\alpha = 0$ свойство комплексной сопряженности соответствующих коэффициентов Фурье по векторам обратной решетки дает

$ImJ = 0$. Тогда, обозначая $\delta = q_x - \frac{\hbar}{2} = \frac{\alpha}{2\hbar}$, получим:

$$ImJ = 2Re[\nu_1\eta_{-1}\delta]. \quad (1.23)$$

Для анализа (1.23) рассмотрим важные частные случаи, когда модуляция величин ϵ и μ имеет свойство определенной четности при соответствующем выборе начала координат. Имея в виду, прежде всего, гармоническую пространственную модуляцию материальных констант, без ограничения общности будем считать функцию $\delta\mu = \mu - \mu_0$ четной (сдвигом оси координат любую гармоническую функцию можно преобразовать в косинус). Тогда в силу свойств Фурье-коэффициентов η_{-1} является (в отсутствие поглощения) величиной чисто мнимой.

Пусть модуляция диэлектрической проницаемости $\delta\epsilon = \epsilon - \epsilon_0$ также является четной функцией (фазы обоих косинусов совпадают), следовательно, коэффициент ν_1 действителен, и упомянутое выше «дисперсионное» затухание отсутствует.

В более общем случае произвольной гармонической модуляции несложно вычислить:

$$\nu_1 = \epsilon_0\mu_1 + \mu_0\epsilon_1.$$

Если $\delta\epsilon$ отличается по фазе от косинуса, то у J возникает мнимая часть, что соответствует принципиально новому по сравнению с традиционной динамической теорией дифракции эффекту — наличию запрещенной зоны в геометрии Лауэ, когда в фотонном кристалле не возбуждается ни одной собственной волны с действительной постоянной распространения.

Полученные соотношения носят достаточно общий характер как для правых, так и для левых сред, если только справедливо двухволновое приближение. Очевидно, что эффект является дифракционным, однако он не связан с обычным брэгговским отражением.

Отметим, что уравнения, написанные далее, учитывают только четыре волны, несущие энергию в положительном направлении оси z , тогда как при наличии «дисперсионного» затухания из энергетических соображений следует, что этого недостаточно.

Перейдем к анализу случая, когда распространение волн разрешено. Выбор знака перед корнем в (1.21) определяет, как направлена фазовая скорость волны по отношению к оси z , при этом необходимо отобрать решения, соответствующие распространению энергии вглубь кристалла. Вообще говоря, направления фазовой скорости и вектора Пойнтинга \mathbf{S} не совпадают, как, например, в левых средах, поэтому при отборе корней необходимо пользоваться, в конечном итоге, условием $S_z > 0$.

Из физических соображений очевидно, что в кристалле с отрицательным средним показателем преломления и малой модуляцией нужно выбирать знак «минус», как в сплошной левой среде. Можно убедиться, что z -составляющая групповой скорости, а следовательно, и вектора Пойнтинга для каждой из мод при этом является положительным, что и обосновывает данное утверждение, равно как и описанный ниже численный эксперимент.

Так как система уравнений (1.14) должна быть нетривиально совместна, с помощью любого из них можно определить амплитудные коэффициенты дифракционного отражения:

$$R^{(1,2)} = \frac{E_h^{(1,2)}}{E_0^{(1,2)}} = \frac{\beta^{(1,2)}}{\kappa^2 \nu_1 - i\eta_1 q_x}. \quad (1.24)$$

Таким образом, мы определили дисперсионные свойства собственных волн и соотношение между амплитудами их плосковолновых компонент. Для того чтобы определить сами амплитуды и тем самым найти поле в любой точке среды, нужно учесть граничные условия.

1.3. Решение граничной задачи

Рассмотрим вначале задачу о падении на фотонный кристалл плоской волны вида

$$E(\mathbf{r}, \omega) = E_i e^{i(\kappa_x x + \kappa_z z)}, \quad (1.25)$$

так что $\kappa_x^2 + \kappa_z^2 = (\omega/c)^2$ и $\kappa_x \approx h/2$; здесь κ_x, κ_z — компоненты волнового вектора в вакууме, ω — частота, E_i — амплитуда падающей волны.

Чтобы удовлетворить граничным условиям, будем разыскивать решение в виде

$$E = \sum_{j=1}^2 \sum_{g=0,h} E_g e^{i(q_x^{(g)} x + q_z^{(j)} z)} \quad (1.26)$$

при $z > 0$, причем $q_x = \kappa_x$, и

$$E = E_i e^{i(\kappa_x x + \kappa_z z)} + E_r e^{i(\kappa_x x - \kappa_z z)} \quad (1.27)$$

при $z < 0$, где E_r — амплитуда отраженной волны.

Для S-поляризованного света граничные условия удобнее записывать в терминах вектора \mathbf{E} , учитывая уравнения Максвелла (1.2) и вытекающее из них свойство непрерывности тангенциальных составляющих \mathbf{E} и \mathbf{H} . Можно показать, что равенство нормальных компонент \mathbf{D} и \mathbf{B} при этом имеет место автоматически.

Представим магнитную проницаемость фотонного кристалла в виде ряда, как мы уже делали это раньше (1.5), (1.6):

$$\mu = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mu_m e^{ilmx}, \quad (1.28)$$

$$\mu_m = \frac{1}{d} \int_{x_0}^{x_0+d} \mu(x') e^{-imhx'} dx'.$$

С учетом всех разложений и двухволнового приближения (необходимо выделить две пространственные гармоники и пренебречь остальными

членами, имеющими больший порядок малости, а затем приравнять коэффициенты при линейно независимых экспонентах) граничные условия принимают вид:

$$\begin{aligned}
E_i + E_r &= \sum_{j=1}^2 E_0^{(j)}; \\
\sum_{j=1}^2 R^{(j)} E_0^{(j)} &= 0; \\
\mu_0 \kappa_z (E_i - E_r) &= \sum_{j=1}^2 q_z^{(j)} E_0^{(j)}.
\end{aligned} \tag{1.29}$$

Из (1.29) можно найти амплитуды «проходящих» ($E_0^{(j)}$), а из (1.24) — «дифрагированных» ($E_h^{(j)}$) волн:

$$\begin{aligned}
E_0^{(1)} / E_i &= -2\mu_0 \kappa_z R^{(2)} / D, \quad E_0^{(2)} / E_i = 2\mu_0 \kappa_z R^{(1)} / D, \\
D &= R^{(1)} (\mu_0 \kappa_z + q_z^{(2)}) - R^{(2)} (\mu_0 \kappa_z + q_z^{(1)}); \\
E_h^{(j)} &= R^{(j)} E_0^{(j)}.
\end{aligned} \tag{1.30}$$

Формула (1.30) фактически решает задачу не только в случае падения на фотонный кристалл плоской гармонической волны, поскольку поле в достаточно общем случае может быть разложено по ним. Пусть на границе

$$\mathcal{E}(x, 0, t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} E_i(\kappa_x, \omega) e^{i(\kappa_x x - \omega t)} d\omega d\kappa_x, \tag{1.31}$$

где

$$E_i(\kappa_x, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}(x', 0, t') e^{-i(\kappa_x x' - \omega t')} dt' dx', \tag{1.32}$$

тогда при $z > 0$

$$\mathcal{E}(x, z, t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^2 \sum_{g=0,h} E_g^{(j)}(\kappa_x, \omega) e^{i(q_x^{(g)} x + q_z^{(j)} z - \omega t)} d\omega d\kappa_x, \tag{1.33}$$

где все обозначения аналогичны введенным ранее, причем нужно положить $\kappa_z = \text{sgn}(\omega)\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \kappa_x^2}$ (условие излучения Зоммерфельда), а знаки $q_z^{(j)}$ выбираются также из соображений, изложенных выше.

Формула (1.33) дает решение граничной задачи для произвольного падающего импульса, если только его длительность и характерный пространственный размер не слишком малы, а именно, спектр должен находиться внутри брэгговской зоны или вблизи нее, но не попадать в соседнюю.

1.4. Основные результаты главы 1

Развита динамическая теория дифракции по схеме Лауэ электромагнитных импульсов в фотонных кристаллах из метаматериалов. Предсказан новый эффект — существование запрещенных зон в этой геометрии дифракции, когда не возбуждается ни одной собственной моды с действительной постоянной распространения. Решена аналитически (в квадратурах) граничная задача дифракции для пространственно ограниченных импульсов.

Глава 2

Динамика лазерных импульсов и управление их параметрами при брэгговской дифракции по схеме Лауэ в одномерном фотонном кристалле с отрицательным показателем преломления

2.1. Динамика пространственно ограниченного импульса. Локализация поля в среде, дифракционное деление импульса

Входящие в (1.32), (1.33) преобразования Фурье могут быть выполнены численно с помощью эффективных вычислительных алгоритмов.

Прежде всего, перейдем к удобным безразмерным переменным, в которых скорость света и центральная частота падающего импульса равны единице:

$$c = 1, \omega_0 = 1 \Rightarrow \kappa(\omega_0) = 1.$$

Условие Брэгга (1.12) имеет вид:

$$\sin \theta_B = \frac{h}{2\kappa},$$

причем положим для расчетов $\theta_B = \pi/6$.

Диэлектрическую и магнитную проницаемости возьмем в виде:

$$\begin{aligned}\epsilon(x, \omega) &= \epsilon_0(\omega) + \delta\epsilon \cos(hx), \\ \mu(x, \omega) &= \mu_0(\omega) + \delta\mu \cos(hx),\end{aligned}$$

причем для учета частотной дисперсии рассмотрим обсуждавшуюся в литературе [12] модель метаматериала (без учета поглощения) из проволочек и разомкнутых колечек, для которой

$$\epsilon_0(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \mu_0(\omega) = 1 - \frac{F_0\omega^2}{\omega^2 - \omega_T^2},$$

где ω_p — плазменная частота электронов (считаем их свободными) в проволочке, ω_T — томсоновская частота колебательного контура, образованного колечком, F_0 — параметр, который мы здесь считаем феноменологическим.

Ниже приведены результаты численного расчета при следующих параметрах модели:

$$\delta\epsilon = -0.1, \quad \delta\mu = -0.01, \quad \omega_p^2 = 2, \quad \omega_T^2 = 0.1, \quad F_0 = 1.8.$$

Легко заметить, что для центральной частоты при этом

$$\epsilon_0(\omega_0) = \mu_0(\omega_0) = -1, \quad Z(\omega_0) \equiv \sqrt{\frac{\mu_0(\omega_0)}{\epsilon_0(\omega_0)}} = 1,$$

и обычное френелевское отражение от границы подавлено.

Пусть падающий импульс является гауссовым (рис. 2.1):

$$E_i(x, 0, t) = A_0 e^{-\left(\frac{x \cos \theta}{a}\right)^2 - \left(\frac{t - x \sin \theta / c}{\tau_0}\right)^2} e^{i\left(\frac{\omega_0}{c} \sin \theta x - \omega_0 t\right)}, \quad (2.1)$$

причем для расчетов мы положили:

$$\tau_0 = 1000, \quad a = 1300,$$

что соответствует в оптическом диапазоне длительности импульса порядка 10 пс и диаметру порядка 3 мм, а угол θ равен брэгговскому θ_B .

На рисунках 2.3-2.7 показана амплитуда поля, рассчитанного по формулам (1.32), (1.33) на разных глубинах. Можно наблюдать эффект дифракционного деления импульса [27], связанный с тем, что z-составляющие

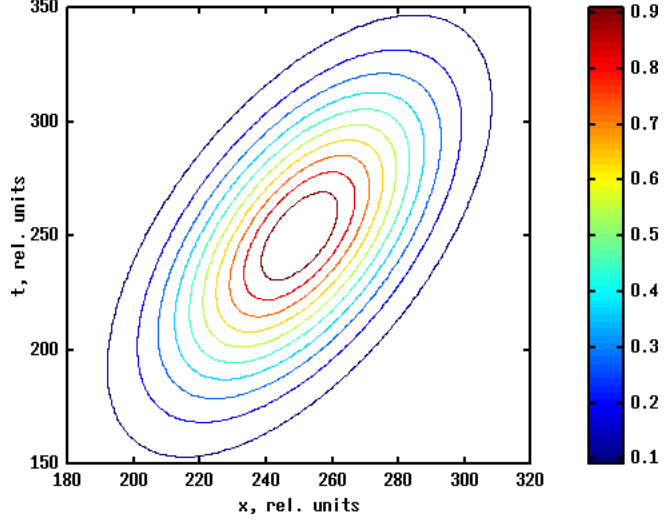


Рис. 2.1. Нормированная амплитуда падающего гауссова импульса ($z = 0$)

групповой скорости для двух мод (1.21) различаются, и на расстоянии z_S , определяемым соотношением

$$z_S \left(\frac{1}{v_z^{(1)}} - \frac{1}{v_z^{(2)}} \right) = 2\tau_0 \quad (2.2)$$

где $v_z^{(j)} = \left(\partial q_z^{(j)} / \partial \omega \right)^{-1}$ (дисперсионные кривые представлены на рис. 2.2) — групповая скорость моды, происходит временное деление.

Для выбранных параметров модели $z_S \approx 10^4$, что соответствует наблюдаемой динамике.

Как и в случае динамического рассеяния рентгеновских лучей (эффект Бормана [30]) и Лауэ-дифракции света в обычных фотонных кристаллах [27], из (1.13), (1.30) следует, что первая мода локализована преимущественно в четных слоях кристалла, а вторая — в нечетных. Подобное пространственное распределение поля также можно наблюдать в данной задаче.

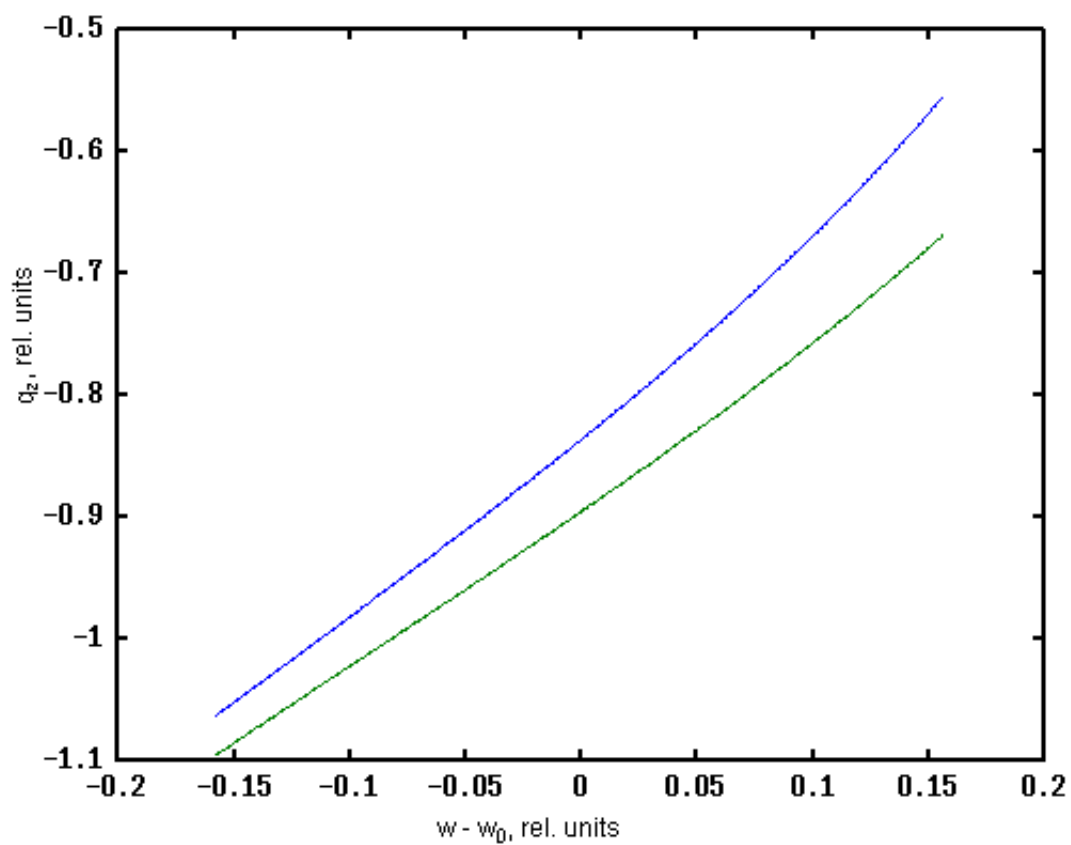


Рис. 2.2. Дисперсионные кривые для бормановской (синим) и антибормановской (зеленым) моды в фотонном кристалле с отрицательным показателем преломления при точном выполнении условия Брэгга

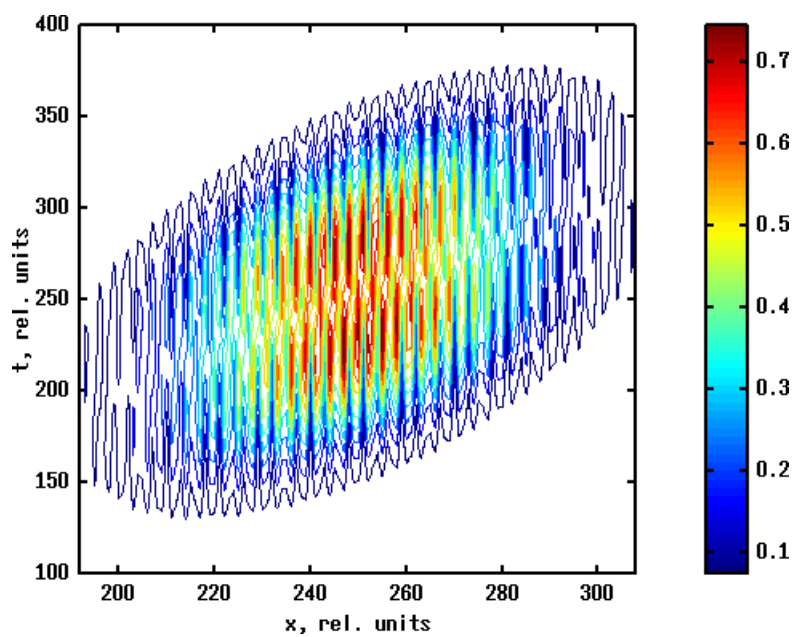


Рис. 2.3. Нормированная амплитуда поля при $z = 5000$

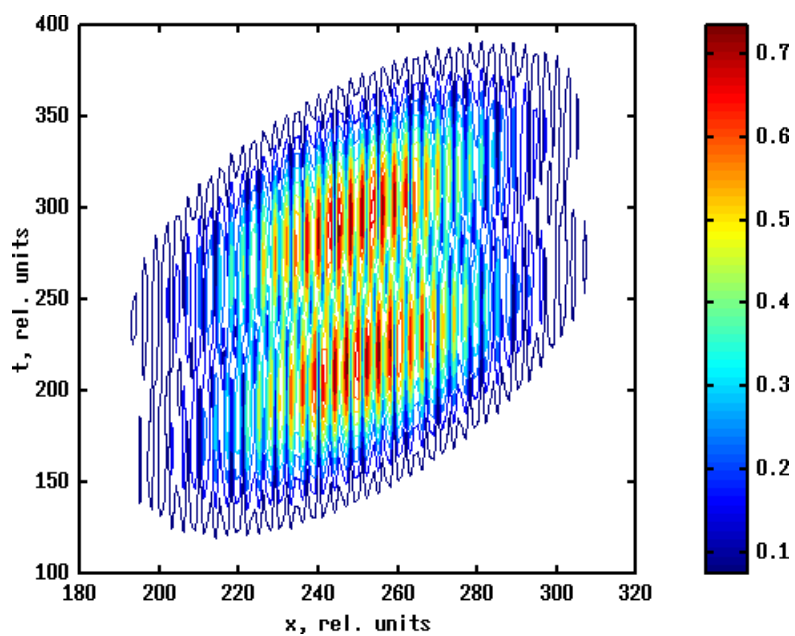


Рис. 2.4. Нормированная амплитуда поля при $z = 7000$

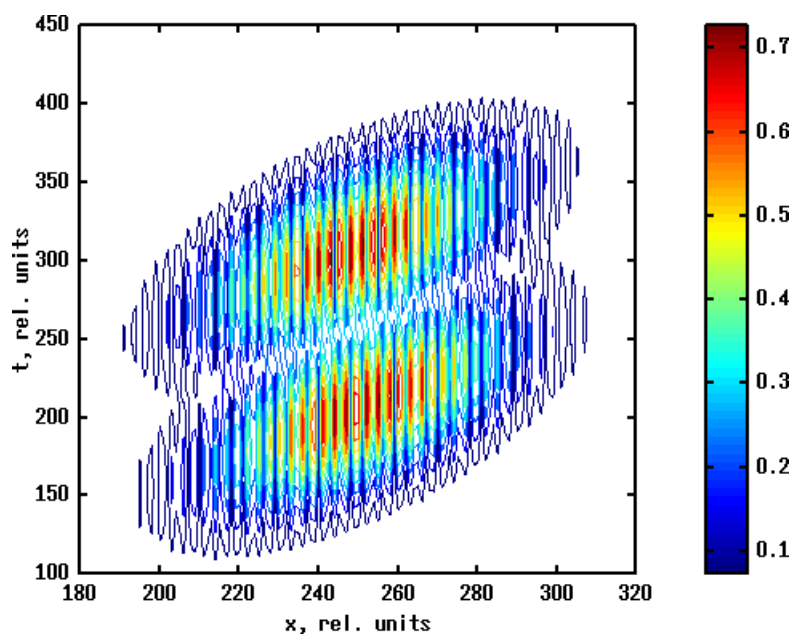


Рис. 2.5. Нормированная амплитуда поля при $z = 9000$

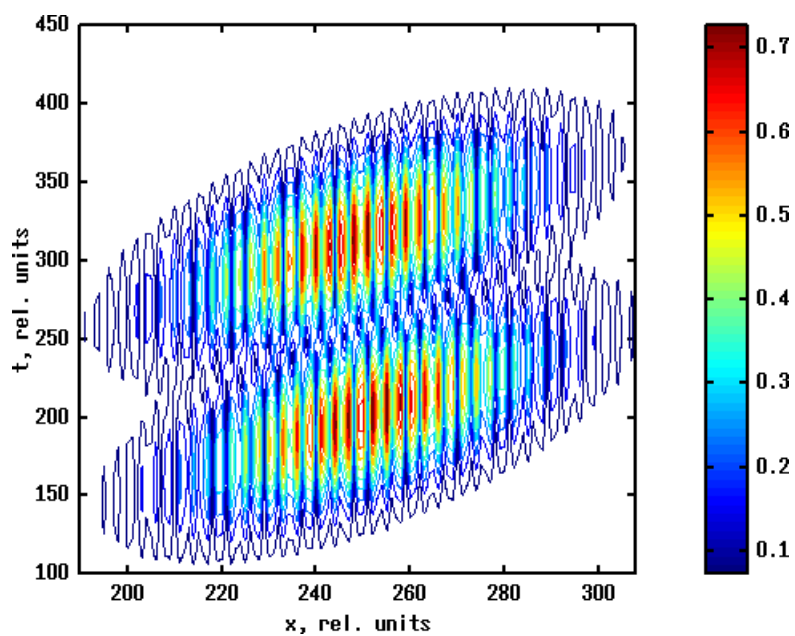


Рис. 2.6. Нормированная амплитуда поля при $z = 10000$

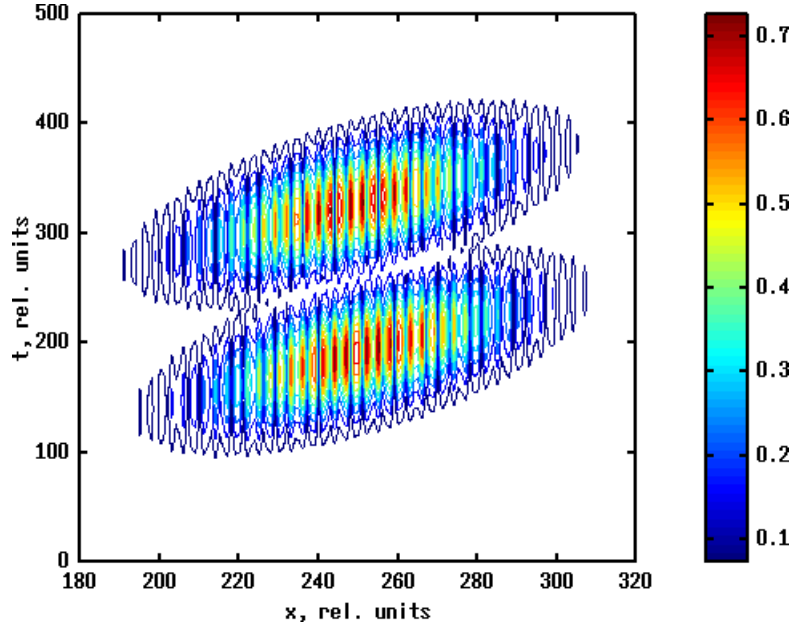


Рис. 2.7. Нормированная амплитуда поля при $z = 12000$

2.2. Параболическое приближение для дисперсионного соотношения и уравнения для медленных огибающих импульсов

Как было получено ранее (1.33), в двухволновом приближении поле внутри кристалла задается в виде суммы четырех слагаемых; перепишем полученное решение в несколько ином, более удобном для последующего анализа виде:

$$\mathcal{E}(x, z, t) = \sum_{j=1}^2 \sum_{g=0,h} \mathcal{E}^{(g,j)}(x, z, t), \quad (2.3)$$

$$\mathcal{E}^{(g,j)}(x, z, t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathcal{E}}^{(g,j)}(\kappa_x, \omega) e^{i(q_x^{(g)}x + q_z^{(j)}z - \omega t)} d\omega d\kappa_x,$$

где входящие в (2.3) величины выражаются через параметры задачи, спектр падающего импульса (1.32) и переменные интегрирования.

Будем рассматривать постоянную распространения q_z как функцию

переменных ω, q_x и, считая спектр (как пространственный, так и временной) падающего импульса достаточно узким, проведем разложение в ряд до квадратичных членов включительно, причем для каждой из четырех волн необходимо взять свой центр разложения (свою «рабочую точку» на дисперсионной поверхности), сравнивать свойства различных волн вблизи одной точки обратного пространства физически бессмысленно.

Рассмотрим каждую гармонику по отдельности. Будем для краткости опускать индексы $(g), (j)$ везде, где возможно, напомним, что в (2.3) $q_x^{(g)} = \kappa_x - gh$ и обозначим

$$\begin{aligned} q_{z0} &= q(q_{x0}, \omega_0), \\ Q_z &= q_z - q_{z0}, \\ Q_x &= q_x - q_{x0}, \\ \Omega &= \omega - \omega_0, \end{aligned}$$

тогда разложение вокруг точки (q_{x0}, ω_0) (подстановка для всех частных производных) принимает вид:

$$Q_z = \frac{\partial q_z}{\partial q_x} Q_x + \frac{\partial q_z}{\partial \omega} \Omega + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 q_z}{\partial q_x^2} Q_x^2 + 2 \frac{\partial^2 q_z}{\partial q_x \partial \omega} Q_x \Omega + \frac{\partial^2 q_z}{\partial \omega^2} \Omega^2 \right). \quad (2.4)$$

Вводя амплитуды, или огибающие,

$$\mathcal{E}(x, z, t)^{(g,j)} = A(x, z, t)^{(g,j)} e^{i(q_{x0}x + q_{z0}z - \omega_0 t)}, \quad (2.5)$$

из (2.3) с учетом замены переменных интегрирования получаем:

$$A(x, z, t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathcal{E}}(Q_x, \Omega) e^{i(Q_x x + Q_z z - \Omega t)} d\Omega dQ_x. \quad (2.6)$$

Обозначим

$$\tau = t - z \cdot \frac{\partial q_z}{\partial \omega}, \quad \xi = x + z \cdot \frac{\partial q_z}{\partial q_x}$$

и подставим квадратичное приближение (2.4) в интегральное выражение для амплитуды (2.6):

$$A(\xi, z, \tau) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathcal{E}}(Q_x, \Omega) e^{i \left[Q_x \xi + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 q_z}{\partial q_x^2} Q_x^2 + 2 \frac{\partial^2 q_z}{\partial q_x \partial \omega} Q_x \Omega + \frac{\partial^2 q_z}{\partial \omega^2} \Omega^2 \right) z - \Omega \tau \right]} d\Omega dQ_x. \quad (2.7)$$

Легко заметить, что функция $A(\xi, z, \tau)$ удовлетворяет уравнению параболического типа:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = C_{\xi\xi} \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + 2C_{\xi\tau} \frac{\partial^2 A}{\partial \xi \partial \tau} + C_{\tau\tau} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2}, \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned} C_{\xi\xi} &= -\frac{i}{2} \frac{\partial^2 q_z}{\partial q_x^2}, \\ C_{\xi\tau} &= \frac{i}{2} \frac{\partial^2 q_z}{\partial q_x \partial \omega}, \\ C_{\tau\tau} &= -\frac{i}{2} \frac{\partial^2 q_z}{\partial \omega^2}, \end{aligned}$$

Произведем ещё одну замену переменной:

$$\vartheta = \tau - \frac{C_{\xi\tau}}{C_{\xi\xi}} \xi, \quad (2.9)$$

тогда (2.8) принимает вид:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = C_{\xi\xi} \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + C_{\vartheta\vartheta} \frac{\partial^2 A}{\partial \vartheta^2}, \quad (2.10)$$

где

$$C_{\vartheta\vartheta} = C_{\tau\tau} - \frac{C_{\xi\tau}^2}{C_{\xi\xi}}.$$

с начальным условием

$$A(\xi, 0, \vartheta) = \varphi(\xi, \vartheta). \quad (2.11)$$

Решение задачи (2.10), (2.11) записывается аналитически в квадратах с помощью функции Грина:

$$A(\xi, z, \vartheta) = \iint_{-\infty}^{+\infty} G(\xi, \xi', z) G(\vartheta, \vartheta', z) \varphi(\xi', \vartheta') d\xi' d\vartheta', \quad (2.12)$$

где

$$G(\zeta, \zeta', z) = \frac{1}{\sqrt{4\pi C_{\zeta\zeta} z}} e^{-\frac{(\zeta-\zeta')^2}{4C_{\zeta\zeta} z}}, \quad \zeta = \{\xi, \vartheta\}, \quad \sqrt{ia} = \begin{cases} e^{\frac{i\pi}{4}} \sqrt{|a|} & \text{при } a > 0, \\ e^{-\frac{i\pi}{4}} \sqrt{|a|} & \text{при } a < 0. \end{cases} \quad (2.13)$$

Для гауссова импульса вида (2.1) интеграл (2.12) берется аналитически, однако для большей наглядности проведем ещё некоторые упрощения. Вблизи условия Брэгга коэффициенты $C_{\xi\tau}$, $C_{\tau\tau}$, как правило, являются малыми величинами, и соответствующими слагаемыми в (2.8) можно пренебречь (связанные с ними эффекты практически не проявляются на рассматриваемых расстояниях) по сравнению с первым, играющим основную роль в динамике огибающей, тогда упрощенное параболическое уравнение принимает вид:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = C_{\xi\xi} \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2}; \quad (2.14)$$

решение (2.14) записывается следующим образом:

$$A(\xi, z, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(\xi, \xi', z) \varphi(\xi', \tau) d\xi'. \quad (2.15)$$

Для падающего гауссова импульса (2.1) решение (2.15) выражается аналитически:

$$A(\xi, z, \tau) = \frac{A_0}{\sqrt{4\pi C_{\xi\xi} z}} \cdot e^{-\frac{\tau^2}{\tau_0^2 + G_d^2 l^2}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4C_{\xi\xi} z}{l^2}}} \cdot e^{-\left[\frac{(\xi - \tilde{\xi})^2}{l^2 \left(1 + \frac{4C_{\xi\xi} z}{l^2}\right)} \right]}, \quad (2.16)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} l &= a / \cos \theta, \\ G_d &= x \sin \theta / c, \\ \tilde{\xi} &= \frac{gl^2 \tau}{\tau_0^2 + G_d^2 l^2}, \\ \tilde{l}^2 &= \frac{\tau_0^2 l^2}{\tau_0^2 + G_d^2 l^2}. \end{aligned}$$

Из (2.16) виден, в частности, закон изменения характерной длительности импульса τ_p :

$$\frac{1}{\tau_p^2} \sim \left| 1 + \frac{4C_{\xi\xi}z}{\tilde{l}^2} \right|. \quad (2.17)$$

Структура выражения (2.17) аналогична таковой в классической теории дисперсии второго порядка [31]. Отсюда следует, в частности, что при падении на фотонный кристалл из вакуума чирпированного импульса, вид которого сводится к (2.1) заменой $\frac{1}{\tau_0^2} \longrightarrow \frac{1+i\phi}{\tau_0^2}$, где ϕ — глубина фазовой модуляции, возможна компрессия либо декомпрессия в зависимости от знаков $Im[C_{\xi\xi}]$ и ϕ , а именно, если $\frac{\partial^2 q_z}{\partial q_x^2} \cdot \phi < 0$, то импульс испытывает компрессию, если же $\frac{\partial^2 q_z}{\partial q_x^2} \cdot \phi > 0$ — декомпрессию.

Необходимо отметить, что (2.14) по виду аналогично параболическому уравнению в теории дифракции квазиплоских световых пучков [31], однако там оно описывает пространственную фокусировку и дефокусировку, связанную с пространственной фазовой модуляцией (кривизной волнового фронта). Компрессия импульсов же в традиционном случае описывается второй частной производной по времени, однако в для фотонных кристаллов в (2.8) это слагаемое является несущественным; компрессия, связанная с частотной фазовой модуляцией, проявляется потому, что импульс распространяется под углом, при этом имеет место сильная решеточная дисперсия $\partial^2 q_z / \partial q_x^2$ (рис. 2.8).

2.3. Управление параметрами чирпированных импульсов

Численный эксперимент, описанный выше, может быть проведен не только для гауссовых спектрально-ограниченных, но и для чирпированных импульсов с различной глубиной фазовой модуляции, ниже представлены

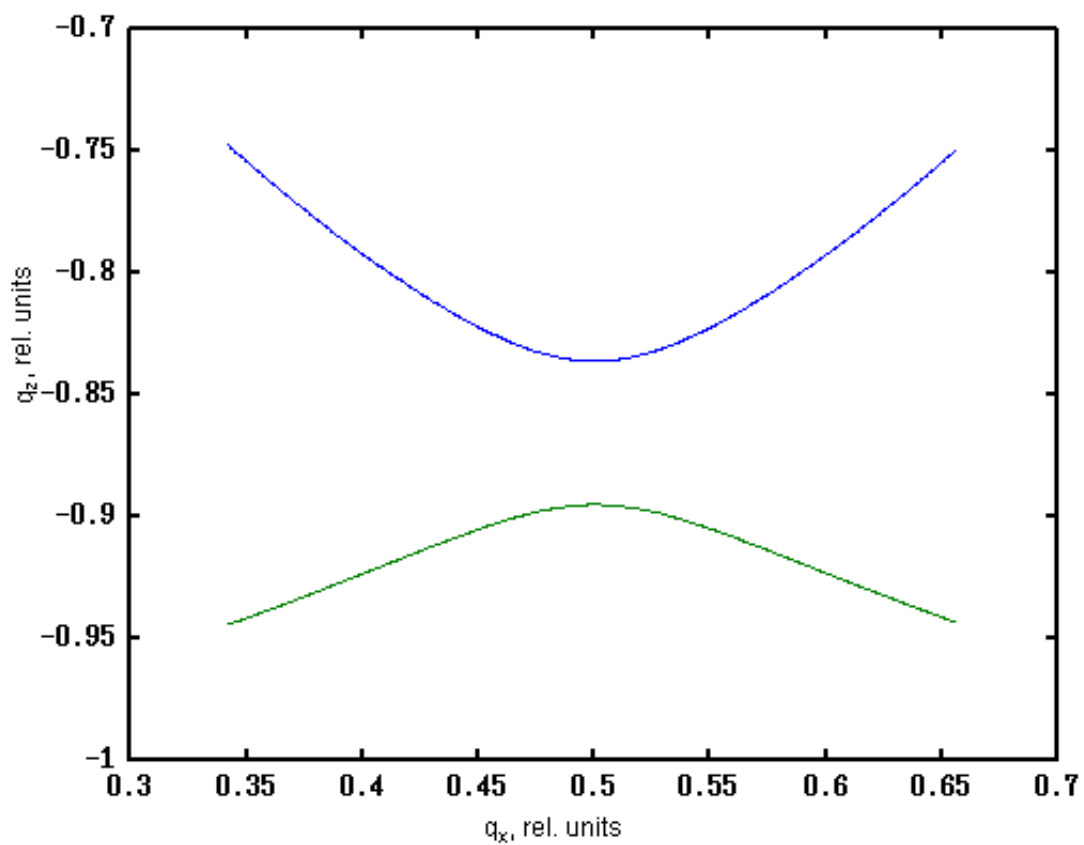


Рис. 2.8. Изочастотные поверхности для бормановской (синим) и антибормановской (зеленым) моды в фотонном кристалле с отрицательным показателем преломления при $\omega = \omega_0$

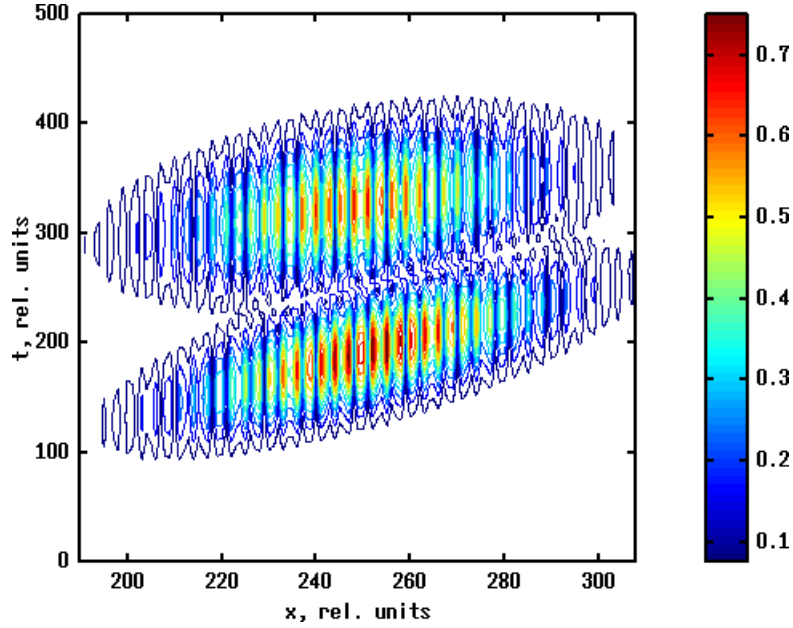


Рис. 2.9. Нормированная амплитуда поля при $\phi = 2$, $z = 12000$

его результаты.

На рисунках 2.9 – 2.12 показана амплитуда поля для чирпа разного знака. Видно, что одна из мод испытывает компрессию, а другая — декомпрессию, причем эффект зависит от параметра ϕ и противоположен тому, что имеет место [28] в традиционном случае: так, например, при $\phi > 0$ в обычном фотонном кристалле с положительным средним показателем преломления компрессию испытывает первая (бормановская) мода, а в кристалле с отрицательным — напротив, вторая (при этом $\frac{\partial^2 q_z}{\partial q_x^2} < 0$, что полностью согласуется с выводами предыдущего параграфа), и наоборот. Причина этого связана со знаком перед корнем в (1.21), и в левой среде дисперсионные свойства обращаются.

Таким образом, за счет фазовой модуляции можно управлять амплитудой и длительностью каждой из мод, причем в фотонном кристалле с отрицательным показателем преломления эффект противоположен тому, что имеет место в традиционном случае.

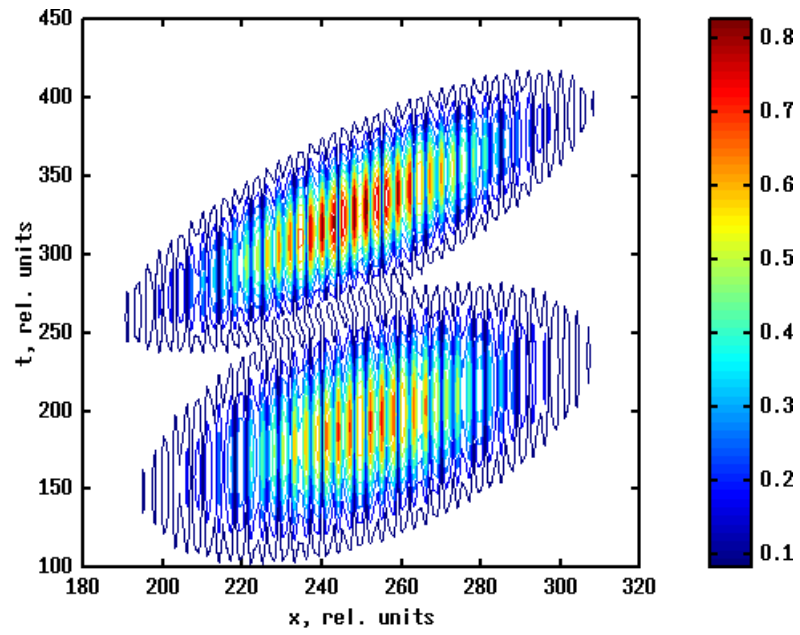


Рис. 2.10. Нормированная амплитуда поля при $\phi = -2, z = 12000$

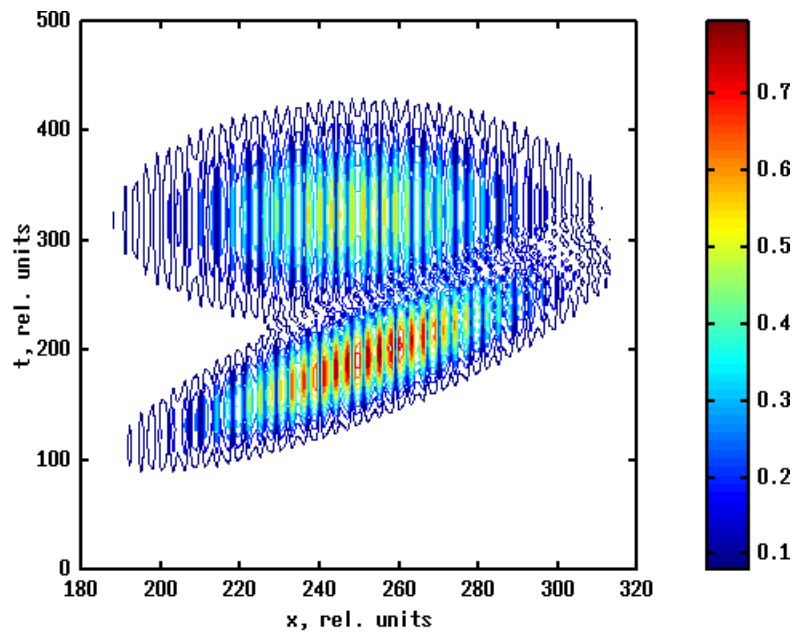


Рис. 2.11. Нормированная амплитуда поля при $\phi = 5, z = 12000$

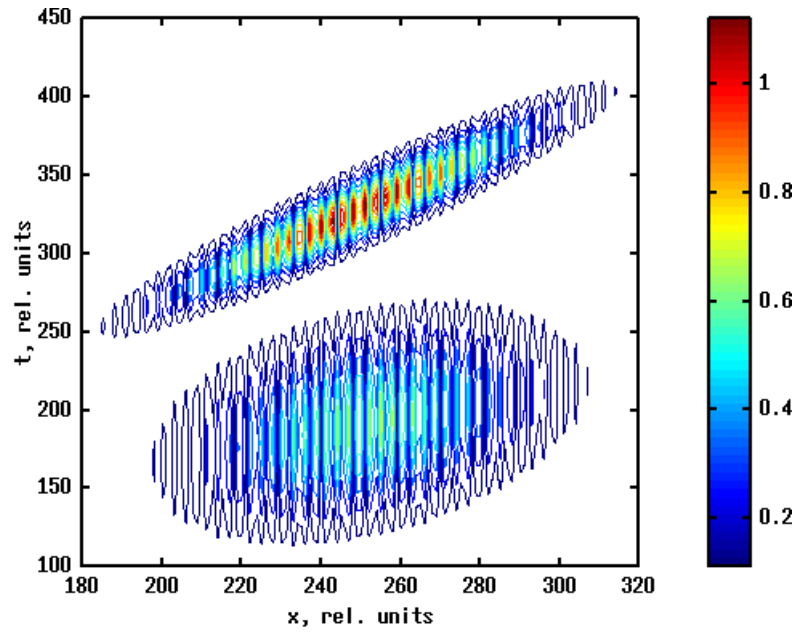


Рис. 2.12. Нормированная амплитуда поля при $\phi = -5, z = 12000$

2.4. Основные результаты главы 2

Описана динамика дифрагирующих импульсов в фотонном кристалле с отрицательным показателем преломления, как численно, так и с помощью приближенных параболических уравнений. Показаны эффекты локализации поля, дифракционного деления импульса, селективной для каждой из мод компрессии и декомпрессии chirпированных импульсов.

Заключение

Основные результаты, полученные в настоящей работе, состоят в следующем:

1. Развита динамическая теория дифракции по схеме Лауэ электромагнитных импульсов в фотонных кристаллах из метаматериалов. Предсказан новый эффект — существование фотонных запрещенных зон в геометрии Лауэ для фотонных кристаллов из метаматериалов со слабой модуляцией диэлектрической и магнитной проницаемостей, причем как в случае положительного, так и отрицательного среднего показателя преломления.

2. Решена граничная задача дифракции для пространственно ограниченных импульсов. Продемонстрированы эффекты локализации поля в различных слоях и дифракционного деления импульса во времени, аналогичные таковым в обычных фотонных кристаллах.

3. С помощью приближенных параболических уравнений описана эволюция дифрагирующих импульсов и механизм, приводящий к их компрессии и декомпрессии, — решеточная дисперсия.

4. Показана возможность селективной компрессии и декомпрессии chirпированных импульсов в разных модах, причем для кристалла с отрицательным показателем преломления зависимость от знака chirпа противоположна случаю традиционных фотонных кристаллов, что дает новые возможности для оптического управления.

Результаты частично доложены на следующих конференциях: «Оптика-2011» (Санкт-Петербург, 2011), IONS-10 (Southampton, UK, 2011) — и опубликованы в сборниках трудов [32, 33].

В заключение выражаю благодарность научному руководителю, профессору Манцызову Б. И. за ценные замечания и обсуждения при выполнении научной работы.

Литература

- [1] *Веселаго, В. Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ / В. Г. Веселаго // *Успехи физических наук.* — 1967. — Vol. 92, no. 7. — P. 517. <http://ufn.ru/ru/articles/1967/7/d/>.
- [2] Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity / D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — May. — Vol. 84. — Pp. 4184–4187. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.4184>.
- [3] *Shelby, R. A.* Experimental verification of a negative index of refraction / R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz // *Science.* — 2005. — Vol. 292. — P. 77.
- [4] Magnetic response of metamaterials at 100 terahertz / S. Linden, C. Enkrich, M. Wegener et al. // *Science.* — 2004. — Vol. 306. — P. 1351.
- [5] Negative index of refraction in optical metamaterials / V. M. Shalaev, W. Cai, U. K. Chettiar et al. // *Opt.Lett.* — 2005. — Vol. 30. — P. 3356.
- [6] Experimental demonstration of near-infrared negative-index metamaterials / S. Zhang, W. Fan, N. C. Panoiu et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Sep. — Vol. 95. — P. 137404. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.137404>.
- [7] Nanofabricated media with negative permeability at visible frequencies / A. N. Grigorenko, G. A. K., H. F. Gleeson et al. // *Nature.* — 2005. — Vol. 438. — P. 17.
- [8] Optical negative- index bulk metamaterials consisting of 2d perforated

- metal-dielectric stacks / S. Zhang, W. Fan, N. C. Panoiu et al. // *Opt. Express*. — 2006. — Vol. 14. — P. 6778.
- [9] Low-loss negative-index metamaterial at telecommunication wavelengths / G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener et al. // *Opt. Lett.* — 2006. — Vol. 31. — P. 1800.
- [10] Simultaneous negative phase and group velocity of light in a metamaterial / G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener et al. // *Science*. — 2006. — Vol. 312. — P. 892.
- [11] Loss-free and active optical negative-index metamaterials / S. Xiao, V. P. Drachev, A. V. Kildishev et al. // *Science*. — 2010. — Vol. 466. — P. 735.
- [12] Negative refractive index metamaterials in optics / N. M. Litchintser, I. R. Gabitov, A. I. Maimistov, V. M. Shalaev // *Progress in Optics*. — 2008. — Vol. 51. — P. 1.
- [13] *Кившарь, Ю. С.* Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов / Ю. С. Кившарь, Ю. П. Агравал. — М.: Физматлит, 2005.
- [14] *Shadrivov, I. V.* Beam shaping by a layered structure with left-handed materials / I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov, Y. S. Kivshar // *Phys. Rep.* — 2007. — Vol. 444. — P. 101.
- [15] Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials / J. Li, L. Zhou, C. T. Chan, P. Sheng // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Feb. — Vol. 90. — P. 083901. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.083901>.

- [16] *Манцызов, Б. И.* Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов / Б. И. Манцызов. — М.: Физматлит, 2009.
- [17] *Hegde, R. S.* Optical bistability in periodic nonlinear structures containing left handed materials / R. S. Hegde, H. Winful // *Microwave and Opt. Technol. Lett.* — 2005. — Vol. 46. — P. 528.
- [18] *Hegde, R. S.* Zero-n gap soliton / R. S. Hegde, H. Winful // *Opt. Lett.* — 2005. — Vol. 30. — P. 1852.
- [19] *Shadrivov, I. V.* Complete band gaps in one-dimensional left-handed periodic structures / I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov, Y. S. Kivshar // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Nov. — Vol. 95. — P. 193903. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.193903>.
- [20] *Shadrivov, I. V.* Beam shaping by a layered structure with left-handed materials / I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov, Y. S. Kivshar // *Appl. Phys. Lett.* — 2003. — Vol. 82. — P. 3820. doi:10.1063/1.1579849.
- [21] Beam oscillations and curling in chirped periodic structures with metamaterials / A. R. Davoyan, A. A. Sukhorukov, I. V. Shadrivov, Y. S. Kivshar // *Phys. Rev. A.* — 2009. — Jan. — Vol. 79. — P. 013820. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.79.013820>.
- [22] *Пинскер, З. Г.* Рентгеновская кристаллооптика / З. Г. Пинскер. — М.: Наука, 1982.
- [23] *Francescangeli, O.* Dynamical diffraction of microwaves by periodic dielectric media / O. Francescangeli, S. Melone, R. De Leo // *Phys. Rev. A.* — 1989. — Nov. — Vol. 40. — Pp. 4988–4996. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.40.4988>.

- [24] Experimental detection of the optical pendellösung effect / M. L. Calvo, P. Cheben, O. Martinez-Matos et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Aug. — Vol. 97. — P. 084801. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.084801>.
- [25] *Mocella, V.* Negative refraction in photonic crystals: thickness dependence and pendellösung phenomenon / V. Mocella // *Optics Express.* — 2005. — Vol. 13. — P. 1361.
- [26] Pendellösung effect in photonic crystals / S. Savo, E. D. Gennaro, C. Miletto et al. // *Optics Express.* — 2008. — Vol. 16. — P. 9097.
- [27] *Bushuev, V. A.* Diffraction-induced laser pulse splitting in a linear photonic crystal / V. A. Bushuev, B. I. Mantsyzov, A. A. Skorynin // *Phys. Rev. A.* — 2009. — May. — Vol. 79. — P. 053811. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.79.053811>.
- [28] *Скорынин, А. А.* Динамическая брэгговская дифракция оптических импульсов в фотонных кристаллах в геометрии лауэ: Дифракционное деление, селективное сжатие и фокусировка импульсов / А. А. Скорынин, В. А. Бушуев, Б. И. Манцызов // *ЖЭТФ.* — в печати.
- [29] *Ярив, А.* Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. — М.: Мир, 1987.
- [30] *Borrmann, G.* Über Extinktionsdiagramme der Röntgenstrahlen von Quarz / G. Borrmann // *Phys. Z.* — 1941. — Vol. 42. — P. 157.
- [31] *Виноградова, М. Б.* Теория волн / М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. — М.: Наука, 1979.
- [32] *Новожилов, С. В.* Динамика лазерного импульса при брэгговской дифракции по схеме Лауэ в фотонном кристалле с отрицательным пока-

зателем преломления / С. В. Новожилов, Б. И. Манцызов // *Сборник трудов VII международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика - 2011»*. — 2011. — Р. 614.

- [33] *Novozhilov, S. V.* Laser pulse dynamics in case of the Bragg diffraction in a negative-index photonic crystal at the Laue scheme / S. V. Novozhilov, B. I. Mantsyzov // *Сборник трудов конференции IONS-10 (Southampton, UK)*. — 2011. — Р. 33.