

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М.В. ЛОМОНОСОВА  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ**

**ДИПЛОМНАЯ РАБОТА**  
студентки 605 группы  
Хохлушиной Татьяны Евгеньевны

**СОЗДАНИЕ КОМПЛЕКСА ДЕМОНСТРАЦИОННЫХ МОДЕЛЬНЫХ  
ПРОГРАММ ПО ОПТИКЕ**

Научный руководитель:  
ст. преп. КОФ, к.п.н.  
А.В. Селиверстов

Допущена к защите  
«22» декабря 2010 года  
Зав.кафедрой общей физики  
Профессор \_\_\_\_\_ А.М. Салецкий

Москва-2010

## Содержание

Введение.....	3
Часть 1. Методические основы создания демонстрационных модельных программ.....	5
1.1. Общие требования к реализации модельных программ.....	5
1.2. Психофизиологические требования к реализации модельных программ...8	
1.3. Дидактические требования к модельной программе.....	11
1.4. Эргономические требования.....	12
Часть 2. Принципы построения и типовые элементы интерфейса модельных демонстраций.....	13
2.1. Операторский и демонстрационный интерфейсы.....	13
2.2. Концепция интерфейса модельных демонстраций.....	14
2.3. Общая структура демонстрационных программ.....	14
2.4. Библиотека Qt.....	16
Часть 3. Создание демонстрационных программ на основе сформулированных требований и разработанной структуры интерфейса.....	19
3.1. Дифракция Фраунгофера.....	19
3.2. Дифракция Френеля.....	23
3.3. Интерференционные схемы.....	29
3.3.1. Схема Юнга.....	29
3.3.2. Кольца Ньютона.....	32
3.3.3. Интерферометр Майкельсона.....	35
3.3.4. Тонкая пластинка (полосы равного наклона).....	38
3.3.5. Тонкий клин (полосы равной толщины).....	40
Заключение.....	43
Библиография.....	44

## Введение

Наглядность — одно из основных общедидактических требований к лекциям по общим курсам [1]. В курсе общей физики в качестве средства наглядности могут выступать различные демонстрационные материалы (плакаты, фотографии, видеозаписи и проч.), но основным средством традиционно остается демонстрационный эксперимент.

Однако натуральный эксперимент имеет ряд существенных недостатков. Так, например, некоторые демонстрации очень сложны или капризны в постановке и настройке, а значит, могут не всегда получаться на лекции. Необходимое для их проведения оборудование может иметься далеко не во всех физических кабинетах. Параметры экспериментальной установки часто нельзя изменять быстро в широких пределах, а это увеличивает время проведения демонстрации, снижает темп лекции и с большой долей вероятности приводит к тому, что эксперимент вообще не будет показан. Ряд демонстраций требует слишком громоздкого оборудования, которое сложно расположить в лекционной аудитории. К тому же, не все физические явления можно представить с помощью натуральных демонстраций: к примеру, невозможно наблюдение излучения абсолютно черного тела или интерференции абсолютно когерентных источников, поскольку эти объекты являются физическими моделями.

Модельные демонстрации свободны от перечисленных выше недостатков. Сложности, связанные с постановкой натурального эксперимента, неактуальны при моделировании на компьютере. Показ модельных демонстраций требует наличия только компьютера и мультимедийного проектора, которые в последнее время стали фактически стандартными средствами обучения. Скорость изменения параметров эксперимента в модельной демонстрации практически неограничена. Пространство, требуемое для показа модельной демонстрации, обусловлено только размерами средств воспроизведения. Модельные демонстрации позволяют наглядно представлять практически любые физические явления.

Однако анализ существующих модельных демонстраций, разработанных как в нашей стране, так и за рубежом, показал, что значительная их часть имеет недостатки и не в полной мере удовлетворяет дидактическим требованиям [2], применяемым к средствам наглядности. Это следствие как устаревания среды разработки или ее недостатков, так и просто неполного использования возможностей такой среды на момент создания программы. Особенно это актуально для демонстраций по оптике, в которых наглядность представления информации и реалистичность ее воспроизведения играют важнейшую роль.

Целью настоящей работы являлось создание комплекса демонстрационных модельных программ по оптике.

В задачи работы входило:

- разработка списка моделируемых процессов;
- анализ требований к реализации модельных программ;
- создание модели интерфейса программы с использованием библиотеки Qt;
- реализация комплекса программ на основе разработанной модели интерфейса с учетом сформулированных требований.

## **Часть 1. Методические основы создания демонстрационных модельных программ**

Во введении отмечалось, что модельные демонстрации имеют ряд преимуществ перед натурными. К основным из них можно отнести:

- отсутствие необходимости длительной настройки;
- отсутствие необходимости специфического дорогостоящего оборудования;
- требование только наличия компьютера и мультимедийного проектора;
- возможность быстро изменять параметры в широких пределах;

Помимо этого, не все явления можно продемонстрировать, но зато практически любое явление можно смоделировать на ЭВМ.

Для реализации перечисленных преимуществ модельная программа должна удовлетворять ряду требований, речь о которых пойдет далее.

### **1.1. Общие требования к реализации модельных программ**

Существует множество различных демонстрационных программ по оптике, как отечественных так и зарубежных, написанных с использованием различных программных средств для функционирования в различных операционных системах.

Чтобы программа подходила для использования на лекции, нужно, чтобы она удовлетворяла следующим требованиям [2],[3]:

- быстрота действия;
- устойчивость работы;
- интероперабельность;
- удобный интерфейс.

Чем медленней программа, тем менее она привлекательна в сравнении с натурным экспериментом, поэтому **быстрота действия** — это одно из основ-

ных требований, предъявляемых к модельной программе.

**Устойчивость работы** — это гарантия воспроизводимости результата. При одних и тех же условиях программа должна каждый раз давать один и тот же результат.

**Интероперабельность** означает возможность работы с программой в различных операционных средах. Чем больше операционных систем, в которых модельная программа может работать, тем более она будет востребованна.

**Удобный интерфейс** — интерфейс, отвечающий ряду требований, речь о которых пойдет дальше.

Каждый человек оценивает интерфейс программы по своим индивидуальным критериям. Однако исследования показывают, что лишь часть из этих критериев субъективны, многие же объективны и являются общими для всех людей. При условии, что нет проблем совместимости программы с конкретной ЭВМ, любой человек изначально оценивает функциональные возможности программы на основе интерпретации видимых элементов ее интерфейса. Также он выясняет, действительно ли все работает в соответствии с его ожиданиями, и устраивает ли его представление результатов программой.

При повторной работе с программой возникают дополнительные критерии, например скорость восстановления навыка работы с интерфейсом и возможность возврата к ранее использовавшимся настройкам программы.

Можно сформулировать основные требования к реализации интерфейса модельных программ[2,3]:

- простой и удобный способ ввода данных;
- высокая скорость работы с интерфейсом;
- наглядность результатов;
- интерактивность;
- научность.

**Простой и удобный способ ввода данных** в первую очередь означает отсутствие ряда проблем. Использование только базовых элементов интерфейса не позволяет эффективно вводить в программу числовую информацию при помощи мыши. Это вынуждает пользователя вводить подобную информацию с клавиатуры. Клавиатурный ввод неудобен в условиях проведения лекции, так как лектору приходится перемещать фокус внимания от монитора к клавиатуре и обратно, что снижает темп подачи учебного материала.

Также при вводе десятичных дробей часто возникают проблемы, связанные с индивидуальными настройками операционной системы. На разных компьютерах десятичный разделитель целой и дробной частей может быть различным и неверно интерпретироваться базовыми элементами ввода информации. Это, в свою очередь, приводит к нестабильной работе программы, ее зависанию или сообщению об ошибке.

Также базовые элементы интерфейса часто не содержат информации о возможных допустимых значениях вводимой числовой информации и не предусматривают функций, препятствующих обработке некорректно введенной информации, что тоже приводит к нештатным режимам работы.

Полное и корректное использование интерфейсом графических возможностей среды разработки делает интерфейс программы более простым для понимания, а следовательно, влияет на внимание и восприятие материала [3,4].

**Высокая скорость работы с интерфейсом** должна достигаться путем модификации и оптимизации размещения элементов интерфейса таким образом, чтобы на их поиск, интерпретацию и использование уходило как можно меньше времени.

**Наглядность результатов** работы программы зависит от многих факторов. Например, корректное воспроизведение изображения и правильное представление числовой информации [3].

**Интерактивность** означает возможность изменения настроек интерфейса непосредственно из программы. Интерактивный интерфейс дает возможность оптимизации внешнего вида программы без участия разработчика, тем самым давая возможность получения набора различных интерфейсов, ориентированных на достижение различных целей. Например, интерфейс для показа на лекции, где требуется соответствие требованиям демонстрационного интерфейса, и интерфейс для самостоятельной работы студента.

**Научность** означает соответствие между модельной программой и натурным экспериментом. Поведение результата моделирования должно совпадать с поведением натурального эксперимента при смене начальных параметров. Интерфейс модельной программы должен обеспечивать возможность изменения параметров, от которых зависит протекание демонстрируемого явления.

## **1.2. Психофизиологические требования к реализации модельных программ**

Одним из характерных отличий демонстрационной программы, используемой на лекции, от любой другой компьютерной программы является очень малое время взаимодействия с ней аудитории. При демонстрации на лекции какого-либо эксперимента или просто изложения материала важно, чтобы внимание зрителей концентрировалось там, где это требуется в данный момент. Для этого лектор специально акцентирует то, что считает важным. Демонстрационные экспериментальные установки проектируются, собираются и устанавливаются с тем расчетом, чтобы в нужный момент привлечь внимание зрителей к физическому явлению.

При работе на лекции с демонстрационной программой также необходимо учитывать факторы, обеспечивающие привлечение внимания. Однако при разработке программы они, как правило, игнорируются или учитываются не вполне корректно. То, что представляется хорошо видимым на экране монитора при индивидуальной работе с ПЭВМ, может оказаться малозаметным при показе в

аудитории с использованием вспомогательных технических средств (например, мультимедийных проекторов), с другого, причём фиксированного, ракурса, при отличающемся освещении. Внимание аудитории будет ослабевать из-за того, что возрастут непроизводительные затраты, связанные с напряжением зрения и необходимостью распознавания увиденного.

Если возникают проблемы при работе с программой, то она создает паузы в лекции и заставляет отвлекаться от учебного процесса, ослабляет внимание аудитории или концентрирует его на посторонних вещах. Безусловно, эти проблемы не являются непреодолимыми, и их наличие вряд ли сделает невозможным использование программы. Однако их учет позволит существенно повысить внимание студентов непосредственно к физическим явлениям, моделируемым демонстрационной программой, и увеличить эффективность работы лектора с аудиторией. Все это может оказать влияние на повышение эффективности лекции в целом.

**Внимание** можно определить как «сосредоточенность деятельности субъекта в данный момент времени на каком-либо реальном или идеальном объекте (предмете, событии, образе, рассуждении и т. д.)»[6]. Состояние внимания противоположно рассеянному состоянию. Внимание необходимо человеку для понимания происходящего, точной оценки ситуации и анализа сложных систем, понимание которых занимает много времени. Выделяют три вида внимания [5].

**Произвольное**, или активное, внимание характеризуется направленностью субъекта на сознательно выбранную цель.

Однако существует форма и **непроизвольного**, или пассивного внимания. Оно выражается в переключении внимания на неожиданное изменение или появление значимых сигналов. Третий вид внимания называется **постпроизвольным** вниманием, которое появляется в процессе освоения деятельности и увлеченности выполняемой работой. Оно не требует усилий воли, так как поддержи-

валяется интересом к ней. К характеристикам внимания относят его избирательность, объем, устойчивость, возможность распределения и переключения.

**Избирательность** внимания характеризует его направленность на любой аспект стимула. Избирательность внимания измеряется количеством одновременно отчетливо осознаваемых объектов и характеризует ресурсы внимания человека. **Объем** внимания близок объему кратковременной памяти и составляет 7-9 элементов. **Устойчивость** внимания определяется по длительности выполнения задания, требующего непрерывного внимания. Под **переключением** внимания понимается возможность более или менее легкого перехода от одного вида деятельности к другому.

Чтобы учитывать особенности внимания учащихся, сформулируем на основе обобщения данных из научно-методической литературы[3,5]. Основные психофизиологические требования к интерфейсу демонстрационных программ:

- наиболее важные в данный момент элементы программы должны быть лучше всего видны;
- моделируемое изображение должно быть хорошо видно, то есть иметь большой размер, высокие яркость и контрастность;
- все существенные элементы должны быть видимы одновременно;
- одновременно в поле зрения должно быть не более 7-9 элементов;
- вспомогательные элементы не должны быть в поле зрения;
- внешний вид программы должен учитывать особенности произвольного внимания учащихся;
- должно быть выбрано цветовое содержание (например, цветовое зонирование), повышающего концентрацию внимания на определенных элементах интерфейса.

### 1.3. Дидактические требования к модельной программе

*Демонстрационные программы* входят в более широкий класс *лекционных демонстраций (лекционных экспериментов)*. Поэтому могут быть сформулированы и методические требования к демонстрационным программам, вытекающие из известных требований к лекционным экспериментам [2]:

- выразительность;
- убедительность;
- надёжность;
- кратковременность;
- занимательность;
- видимость.

**Выразительность** заключается в том, что эксперимент должен просто и отчетливо показывать сущность изучаемого процесса или явления.

**Убедительность**: эксперимент не должен приводить к двойственному или неправильному толкованию увиденного учащимися;

**Надёжность**, то есть возможность повторного показа эксперимента, уверенность в его осуществлении.

**Кратковременность**, точнее — соответствие темпа проведения демонстрации темпу изложения, отсутствие длительных пауз.

**Занимательность**: демонстрация физического явления с помощью эксперимента должна вызывать интерес.

**Видимость**. Все важные для интерпретации учебного материала детали экспериментальной установки и манипуляции с ней должны быть хорошо видны.

Концентрируя внимание на разработке демонстрационных программ, следует добавить также следующие требования[2]:

- необходимость отражения посредством демонстрационной программы главного и наиболее общего в модели, используемой для объяснения явления;
- простота и чёткость построения схемы интерфейса программы, определяющие простоту интерпретации увиденного.

#### **1.4. Эргономические требования**

Эргономика — научно-прикладная дисциплина, занимающаяся изучением и созданием эффективных систем, управляемых человеком[6]. Эргономика изучает движение человека в процессе производственной деятельности, затраты его энергии, производительность и интенсивность при конкретных видах работ.

Эргономические требования к интерфейсу демонстрационной программы могут быть сформулированы на основе требований к пользовательскому интерфейсу[3,6] :

- простота установки начальных параметров для программ;
- интерактивность — возможность изменения условий проведения моделирования.

## **Часть 2. Принципы построения и типовые элементы интерфейса модельных демонстраций.**

Сформулировав все необходимые требования к реализации интерфейса демонстрационных программ, необходимо перейти к разработке общей концепции построения интерфейсов, реализующих эти требования.

### **2.1. Операторский и демонстрационный интерфейсы**

Интерфейс — определенная граница между взаимодействующими независимыми объектами. При взаимодействии пользователя с компьютерной программой мы рассматриваем их как два независимых объекта. При использовании демонстрационных программ на лекции необходимо рассматривать не два, а три независимых объекта. Это лектор, зрители (слушатели лекции) и демонстрационная программа. Подобное разделение обусловлено различием информационных потоков, возникающих на лекции во время показа модельных демонстраций.

Интерфейс, определяющий в условиях проведения лекции границу взаимодействия между программой и лектором, назовем **операторским**. Операторский интерфейс подразумевает восприятие не только с монитора персонального компьютера, но и с другого оборудования для вывода информации (проекционный телевизор, мультимедийный проектор). Информативность операторского интерфейса должна быть направлена больше на зрителя, нежели чем на самого оператора.

Интерфейс, определяющий в условиях проведения лекции границу взаимодействия между программой и зрителями, назовем **демонстрационным**. Демонстрационный интерфейс подразумевает восприятие информации без ее ввода.

## **2.2. Концепция интерфейса модельных демонстраций**

Высокоуровневые языки программирования всегда предоставляют в пользование разработчиков программного обеспечения определенный базовый набор интерфейсных элементов. Эти элементы проектируются с тем расчетом, чтобы их возможности позволяли решать большинство часто встречающихся интерфейсных задач.

Но при использовании базового набора интерфейсных элементов для написания интерфейса необходимо понимать, что демонстрационные программы представляют собой специфическое направление компьютерного моделирования. Анализ существующего набора интерфейсов демонстрационных программ по оптике показывает, что для правильной работы таких программ необходимо наличие всего нескольких основных функций интерфейса [2]:

- ввод/вывод числовой информации;
- функция активации/остановки работы программы;
- вывод наглядных результатов моделирования;
- вывод количественных результатов моделирования (графиков);
- отображение схемы установки;
- отображение и настройка спектра источников света.

Реализация этих функций с использованием доступных базовых элементов интерфейсам позволяет решать все поставленные задачи.

## **2.3. Общая структура демонстрационных программ**

На основе сформулированных ранее требований к интерфейсу демонстрационных программ можно привести примеры внешнего вида и функциональных возможностей элементов интерфейса, удовлетворяющих всем сформулированным требованиям и находящимся внутри предложенной концепции построения интерфейса демонстрационной программы.

Для выполнения всех основных функций, необходимых в демонстрационной программе по оптике, достаточно использования следующих типовых интерфейсных элементов:

- поле ввода/вывода числовой информации;
- элемент или функция активации/остановки работы программы;
- область вывода наглядных результатов моделирования;
- область вывода количественных результатов моделирования (графиков);
- область отображения схемы установки;
- область настройки спектра источников света;
- элемент, осуществляющий возможность настройки параметров программы.

Чтобы интерфейс программы удовлетворял изложенным в главе 1 требованиям, одного наличия перечисленных выше элементов недостаточно. Немаловажно расположение интерфейсных элементов друг относительно друга.

Область вывода результатов моделирования должна занимать большую часть интерфейсного пространства. Области вывода количественных и наглядных результатов должны быть расположены непосредственно рядом друг с другом и иметь один и тот же пространственный масштаб.

Область отображения схемы установки должна быть меньше области вывода результатов моделирования, но достаточно крупной для того, чтобы ее было отчетливо видно. Область отображения схемы моделируемой установки должны быть расположена рядом с областью ввода/вывода численной информации. Схема моделируемой установки должны меняться при смене параметров системы.

Полей ввода/вывода числовой информации может быть несколько, но они должны быть сгруппированны. Область настройки спектра источников света должна быть расположена рядом с областью расположения полей ввода/вывода

числовой информации. Размер этих областей должен быть достаточно большим, но не настолько, чтобы эти области отвлекали внимание от области вывода результатов моделирования. Область ввода/вывода численной информации должна давать возможность менять значение как с клавиатуры, так и с помощью мыши. Проще всего для этого воспользоваться элементом «двойной счетчик»: чтобы изменить значение на несколько единиц, можно воспользоваться мышью, для изменения значения в большем диапазоне можно воспользоваться клавиатурой.

Область отображения схемы установки, область ввода/вывода численной информации и область настройки спектра должны быть расположены близко к области вывода результатов моделирования.

Элементы активации/остановки программы и элемент, осуществляющий возможность настройки параметров программы должны находиться в периферийной части интерфейсного пространства и не отвлекать внимание наблюдателя от остальных элементов.

## **2.4. Библиотека Qt**

Для создания интерфейса, соответствующего описанным выше требованиям, удобно использовать библиотеку Qt. Trolltech Qt - кроссплатформенный инструментарий разработки программного обеспечения на языке программирования C++, имеющий «привязки» ко многим другим языкам программирования [7,8].

Библиотека Qt позволяет запускать написанное с ее помощью программное обеспечение в большинстве современных операционных систем путем простой перекомпиляции программы для каждой ОС без изменения исходного кода. Она включает в себя все основные классы, которые могут потребоваться при разработке прикладного программного обеспечения, начиная от элементов графического интерфейса и заканчивая классами для работы с сетью, базами

данных и XML. Qt является полностью объектно-ориентированной, легко расширяемой и поддерживающей технику компонентного программирования. Таким образом, использование этой библиотеки позволяет создать учебно-методическую среду, одинаковую при работе в различных операционных системах: Microsoft Windows, Linux/UNIX, MacOS.

Библиотека Qt является свободно распространяемой (согласно лицензиям GPL-2 или QPL-1, с определенными ограничениями в случае коммерческого использования), что становится актуальным в связи с лицензированием программного обеспечения, используемого в учебном процессе.

Со времени своего появления в 1996 году коммерческая версия библиотеки Qt легла в основу тысяч успешных проектов во всем мире. Кроме того, Qt является фундаментом популярной рабочей среды KDE, входящей в состав многих дистрибутивов GNU/Linux.

Перечислим основные достоинства Qt, определившие наш выбор этой библиотеки для создания программы.

1. **Объектно-ориентированное программирование** - это парадигма программирования, в которой основными концепциями являются понятия объектов и классов. Класс - это тип, описывающий устройство объектов-экземпляров, инкапсулирующий (т.е. включающий в себя) как данные, так и процедуры их обработки. Возможно как наследование данных и процедур, так и их полиморфизм (изменение). Объектно-ориентированное программирование возникло в результате развития идеологии процедурного программирования, где данные и процедуры обработки формально не связаны. Объектно-ориентированное программирование в настоящее время является абсолютным лидером в области прикладного программирования. В то же время в области системного программирования до сих пор лидирует сугубо процедурный язык C, хотя при взаимодействии системного и прикладного уровней операционных систем заметное влияние стали ока-

зывать языки объектно–ориентированного программирования. Поэтому Qt, написанная на языке C++, стала своеобразным мультиплатформенным стандартом.

2. Большое число **стандартных функций**, необходимых для численного моделирования. Так, например, в библиотеке уже определены классы векторов, матриц и операции над ними.
3. Мощные и удобные **средства для разработки графического пользовательского интерфейса**, включающие в себя все необходимые стандартные элементы, которые к тому же могут быть легко модифицированы для конкретной программы.
4. **Интеграция в различные среды разработки** программного обеспечения, как коммерческие (Microsoft Visual Studio 2003/2005), так и свободно распространяемые (Dev-Cpp).
5. **Простота и гибкость программирования**, основанная на концепции слотов и сигналов, повышающая эффективность и скорость разработки программы.

Сигналы и слоты используются для связи между объектами Qt. Механизм сигналов и слотов является важнейшей возможностью Qt и, возможно, тем, чем Qt больше всего отличается от остальных инструментариев, часто использующих механизмы обратной связи. Сигналы исходят от объектов, когда происходит какое–то событие (например, пользователь печатает что-то в поле ввода или нажимает кнопку). Слот - это функция, вызываемая в ответ на определенный сигнал. Средства Qt позволяют просто связать сигнал и соответствующий ему слот.

### **Часть 3. Создание демонстрационных программ на основе сформулированных требований и разработанной структуры интерфейса**

Для отбора моделируемых явлений было изучено содержание раздела «оптика» курса общей физики. Были проанализированы темы, имеющие недостаточное сопровождение средствами наглядности. После консультаций с лекторами, читающими оптику, для моделирования были выделены следующие направления:

- дифракция Френеля;
- дифракция Фраунгофера;
- интерференционная схема Юнга;
- полосы равного наклона;
- полосы равной толщины.

#### **3.1. Дифракция Фраунгофера**

Эта программа позволяет моделировать и наблюдать дифракционную картину, получаемую в дальней зоне при освещении плоской монохроматической волной отверстий круглой и прямоугольной формы и щели, а так же график зависимости интенсивности дифракционной картины от радиальной координаты.

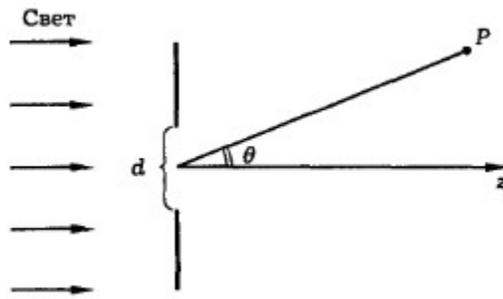
Интенсивность моделируемой картины рассчитывается следующим образом:

Рассмотрим дифракцию одномерной плоской волны на щели шириной  $d$  [9,10]. Положим

$$\varepsilon_0(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq d/2 \\ 0, & |x| > d/2 \end{cases}$$

Интеграл Гюйгенса-Френеля запишется в виде:

$$\varepsilon_0(k_x) = \varepsilon_0 \int_{-d/2}^{d/2} \exp(ik_x x) dx = \varepsilon_0 d \operatorname{sinc}(k_x d / 2).$$



**Рисунок 1. К расчету картины дифракции света на щели**

Найдем амплитуду поля:

$$\varepsilon(P) = \varepsilon_0 \frac{(i+1)d}{\sqrt{2\lambda b}} e^{-ikb} \text{Sinc}(k_x d / 2)$$

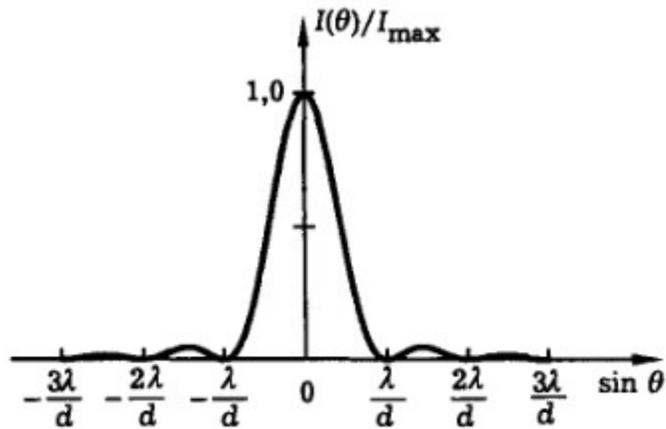
и интенсивность поля в точке P:

$$I(P) = I_{\max} \text{Sinc}^2(k_x d / 2).$$

Здесь  $I_{\max} = I_0 d^2 / \lambda b$ ,  $I_0 = \frac{c}{8\pi} |\varepsilon_0|^2$ . Тогда угловое распределение интенсивности в дальней зоне имеет вид:

$$I(\theta) = I_{\max} \text{Sinc}^2\left(\frac{kd \sin \theta}{2}\right) = I_{\max} \text{Sinc}^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right).$$

График распределения (1) показан на рисунке.



**Рисунок 2. Угловое распределение интенсивности дифракционной картины**

Аналогично найдем распределение интенсивности дифракционной картины в дальней зоне для прямоугольного отверстия:

$$I(\theta, \psi) = I_{\max} \text{Sinc}^2\left(\frac{\pi d_1 \sin \theta}{\lambda}\right) \text{Sinc}^2\left(\frac{\pi d_2 \sin \psi}{\lambda}\right),$$

где  $I_{\max} = I_0 (d_1 d_2 / \lambda b)^2$ ,  $I_0$  -интенсивность падающей волны.

Для круглого отверстия:

$$I(\theta) = I_{\max} \left[ \frac{J_1(2\pi R/\lambda)}{\pi R/\lambda} \right]^2,$$

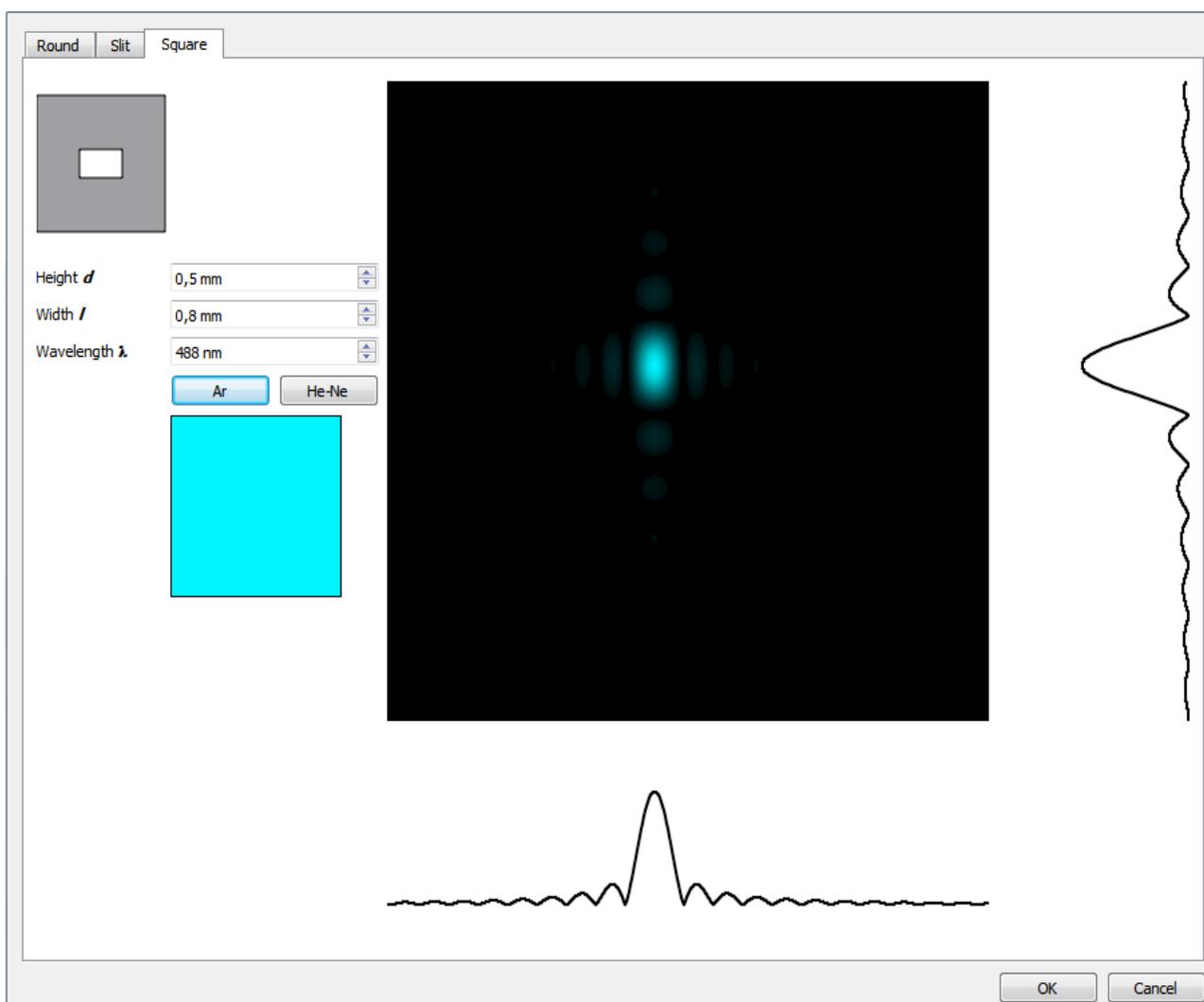
где

$$I_{\max} = I_0 \left( \frac{\pi R^2}{\lambda b} \right)^2.$$

$I_0$  -интенсивность падающей волны.

Интерфейс программы.

На рисунке приведено изображение окна программы.



**Рисунок 3. Интерфейс модельной программы  
«Дифракция Фраунгофера».**

В левом верхнем углу расположены вкладки для переключения между круглым отверстием, щелью и прямоугольным отверстием. В левом верхнем углу каждой вкладки приведена схема моделируемой установки. Под схемой расположены элементы управления параметрами установки. Линейные параметры отверстия и длину волны падающего света изменяются в элементах редактирования.

Кнопки “Ar” и “He-Ne” позволяют задать длину волны падающего света равной длине волны аргонового и гелий-неонового лазера. Ниже под кнопками расположено поле, показывающее цвет падающего излучения.

Наблюдаемая дифракционная картина (наглядный результат моделирования) отображается в правой верхней части экрана. Под ней находится график зависимости интенсивности дифракционной картины от радиальной координаты. График имеет тот же самый пространственный масштаб, что и интерференционное изображение, что позволяет произвести количественное описание наблюдаемой картины.

### 3.2. Дифракция Френеля

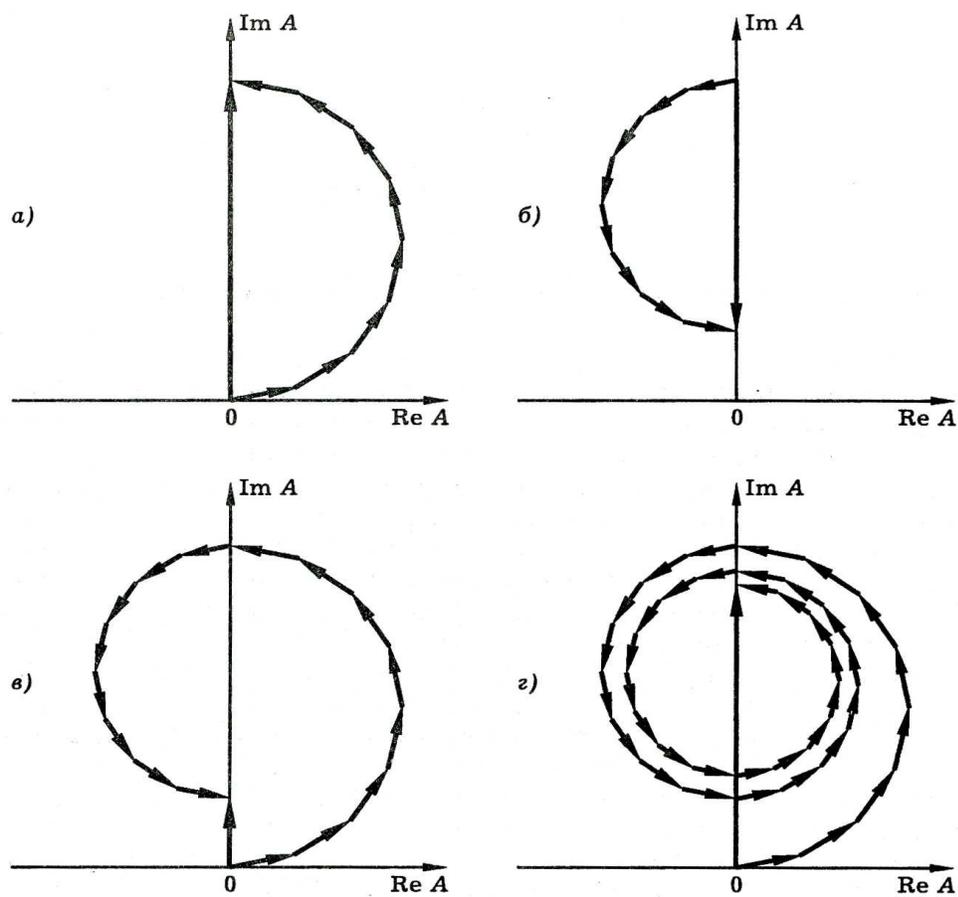
Эта программа позволяет моделировать и наблюдать дифракционную картину, получаемую в ближней зоне при освещении плоской монохроматической волной отверстия круглой формы, диска и щели, а так же график зависимости интенсивности дифракционной картины от радиальной координаты и векторную диаграмму для центра дифракционной картины.

Интенсивность моделируемой картины для круглого отверстия (и диска) рассчитывается следующим образом[9,10]. Радиус  $n$ -й зоны Френеля находится из соотношения:

$$r_n = \sqrt{nL\lambda} ,$$

где  $L$  — расстояние от препятствия до плоскости наблюдения, а  $\lambda$  — длина волны падающего излучения.

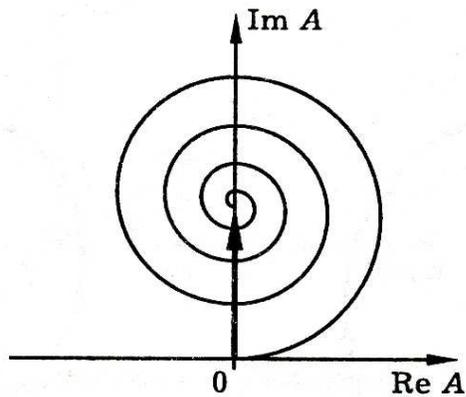
Для нахождения интенсивности света наблюдаемой картины можно воспользоваться методом векторных диаграмм. Сначала вычислим вклад в дифракционный интеграл какойнибудь одной (например, нулевой) зоны Френеля. Соответствующее построение показано на рис.4, а. Оно выполняется следующим образом. Разобьем зону Френеля на множество узких concentрических колец (подзон). Разбиение можно произвести таким образом, чтобы площади подзон были примерно одинаковы, а их число достаточно большим. В этом случае вклады подзон изображаются векторами, которые имеют одинаковую длину, но различные углы наклона к оси абсцисс.



**Рисунок 4. Примеры построения векторных диаграмм для расчета комплексной амплитуды дифракционного светового поля**

Первый и последний вектор повернуты друг относительно друга на угол в соответствии с определением зоны Френеля. По мере увеличения радиуса вклад подзоны (длина соответствующего вектора) немного уменьшается из-за увеличения угла между нормалью к поверхности и направлением на точку наблюдения.

Аналогичным способом строится вектор, изображающий вклад в дифракционный интеграл первой зоны Френеля (рис. 4, б). С увеличением номера зоны элементарные векторы, изображающие ее подзоны, становятся короче. Это отражает уменьшение общего вклада данной зоны в суммарное дифракционное поле, связанное с увеличением угла наклона зоны.

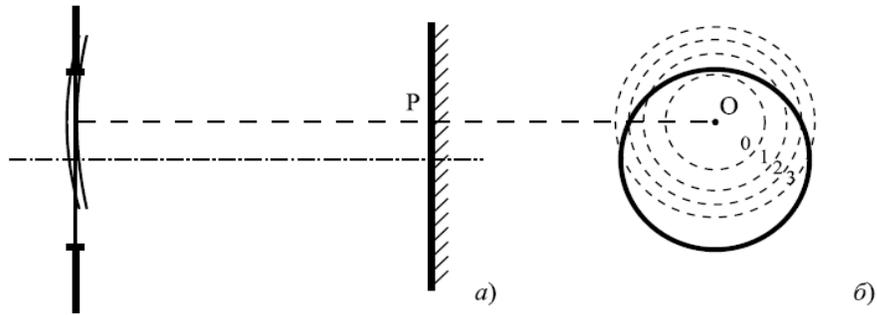


**Рисунок 5. Предельный вид векторной диаграммы в случае когда открыты все зоны Френеля**

Продолжая процедуру построения векторной диаграммы для все большего числа зон (рис. 4, в и г), получим скручивающуюся спираль. Нетрудно видеть, что при увеличении числа подзон каждой зоны ломаная линия векторной диаграммы приближается к гладкой кривой. В предельном случае, когда открыты все зоны Френеля и число подзон каждой зоны стремится к бесконечности, получим векторную диаграмму, показанную на рис. 5. Эта предельная диаграмма имеет вид гладкой скручивающейся спирали Френеля.

Описанный выше метод зон Френеля позволяет рассчитать поле только на оси круглого отверстия. Для расчета интенсивности в любой точке изображения его необходимо модифицировать.

Отличие любой внеосевой точки изображения от осевой заключается в том, что появляются подзоны, открытые лишь частично (см. рис. 6). Их вклад в общее поле, таким образом, необходимо уменьшить. Полагая ширину подзоны малой, можно считать, что вклад в результирующее поле пропорционален длине границы подзоны, открытой исходным отверстием.



**Рисунок 6. К расчету внеосевой интенсивности при дифракции на круглом отверстии**

Рассчитаем открытую часть подзоны. Для этого воспользуемся теоремой косинусов:  $(d/2)^2 = r^2 + r_i^2 - 2r r_i \cos(\alpha)$ , где  $d$  — диаметр отверстия, на котором происходит дифракция,  $r$  — расстояние от оси до точки наблюдения,  $r_i$  — радиус  $i$ -той подзоны,  $2\alpha$  — открытая часть дуги границы. Отсюда:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{r^2 - r_i^2 - d^2/4}{2r r_i}\right)$$

Для частично открытой подзоны ее вклад в результирующее поле необходимо домножить на отношение  $\alpha/\pi$ .

При  $r \leq d/2$  частично будут открыты те подзоны, размеры которых удовлетворяют следующему соотношению:

$$d/2 - r \leq r_i \leq d/2 + r$$

При  $r > d/2$  это соотношение несколько меняется:

$$r - d/2 \leq r_i \leq r + d/2$$

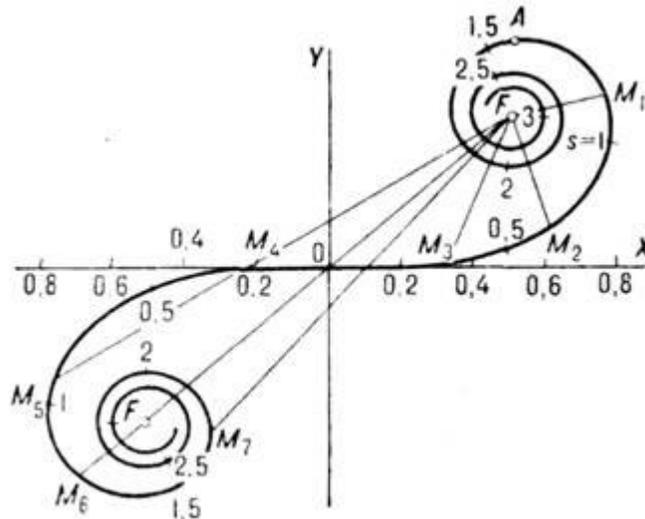
Таким образом, несложная модификация метода зон Френеля позволяет получить интенсивность вне оси отверстия без расчетов дифракционного интеграла.

Для расчета интенсивности **дифракционной картины от щели** можно воспользоваться тоже методом векторных диаграмм.

Ширина  $n$ -й зоны Шустера находится по формуле:

$$d_n = \sqrt{nL\lambda}$$

Интенсивность наблюдаемой картины будет находиться с помощью спирали Корню (рис. 7). Она состоит из двух симметричных ветвей, бесконечное число раз обвивающихся вокруг фокусов  $F_1$  и  $F_2$  и неограниченно приближающихся к ним. Верхняя часть спирали представляет действие правой половины волнового фронта, нижняя — левой.



**Рисунок 7. Спираль Корню**

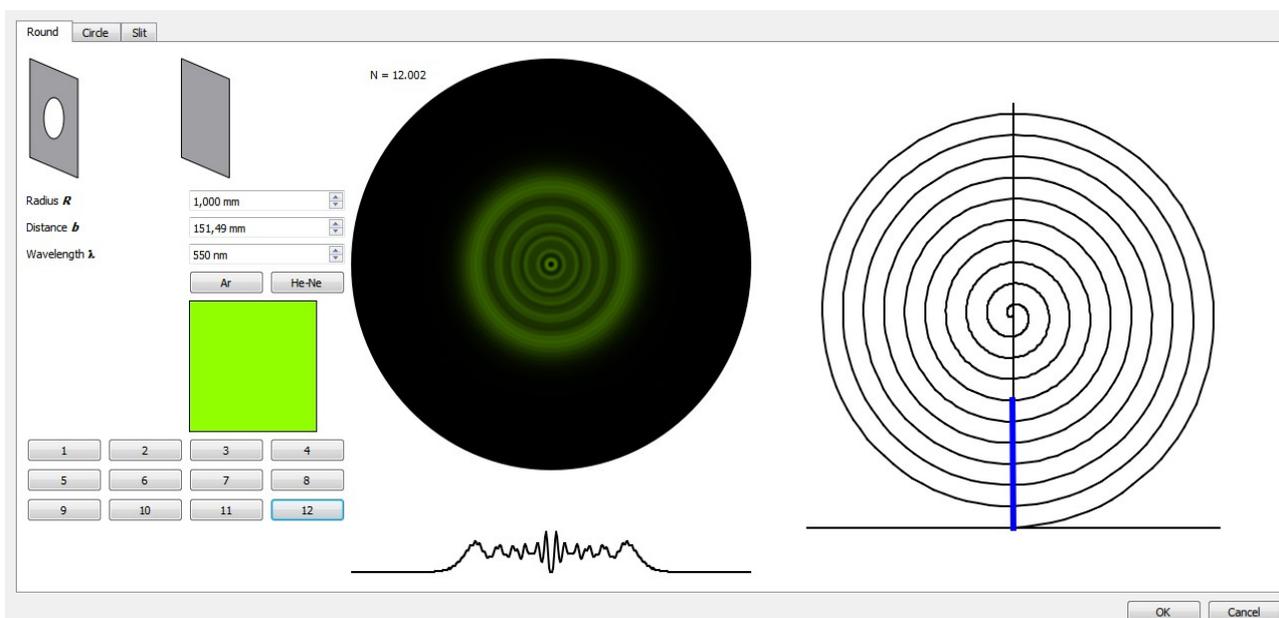
Интерфейс программы.

На рисунке приведено изображение окна программы.

В левом верхнем углу окна программы расположены вкладки, переключающие между препятствиями: круглое отверстие, диск и щель.

В его верхнем левом углу изображена схема модельной установки. На схеме показаны только отверстие и экран. Ниже схемы расположены элементы управления, изменяющие линейные параметры препятствия, расстояние до экрана и длину волны монохроматического излучения. Далее размещены кнопки, устанавливающие длину волны равной длине волны аргонового или гелий-неонового лазеров, затем поле, показывающее цвет падающего излучения. Ниже

расположен блок кнопок, помещающих экран на расстояние, соответствующее заданному целому числу открытых зон Френеля (от 1 до 12).



**Рисунок 8. Интерфейс модельной программы дифракции Френеля**

В центре помещено поле вывода наглядного результата моделирования (дифракционного изображения) с указанием текущего числа открытых зон Френеля, а под полем — зависимость амплитуды наблюдаемой дифракционной картины от радиальной координаты. Справа расположена векторная диаграмма для центра дифракционной картины.

### 3.3. Интерференционные схемы

#### 3.3.1. Схема Юнга

Эта программа позволяет моделировать и наблюдать интерференционную картину в схеме Юнга, а также производить расчет и построение графика зависимости интенсивности от радиальной координаты с использованием различных источников излучения (монохроматических/немонохроматических, точечных/протяженных).

Интерференционная схема Юнга состоит из источника (в качестве которого выступает узкая щель на экране Q1), экрана с двумя близко расположенными щелями Q2, и экрана, на котором наблюдается интерференционная картина, Q3.

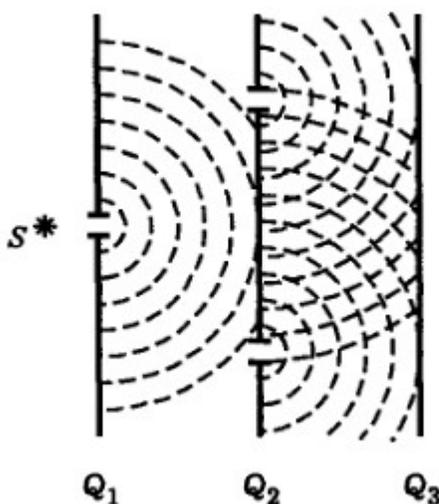


Рисунок 9. Интерференционная схема Юнга

Разность хода между двумя лучами, приходящими в одну точку экрана от двух щелей, находится по формуле[3,4]:

$$\Delta = d \sin(\phi) \approx \frac{dx}{L},$$

где  $d$  – расстояние между щелями,  $\phi$  – угол отклонения лучей от направления прямолинейного распространения,  $x$  — координата точки наблюдения на экране,  $L$  — расстояние между экраном с щелями Q2 и экраном наблюдения Q3.

Интенсивность в точке наблюдения с координатой  $x$  описывается соотношением:

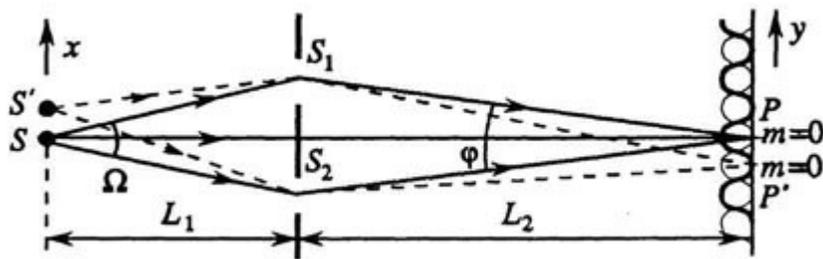
$$I = 2I_0(1 + \cos(k \Delta))$$

Если источник бихроматичный, и длины волн излучения равны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , то интенсивность в точке наблюдения с координатой  $x$  будет описываться соотношением:

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2} \Delta\right) \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2} \Delta\right) \right),$$

Если источник имеет прямоугольный спектр с длинами волн от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$ , то интенсивность в точке наблюдения будет описываться соотношением:

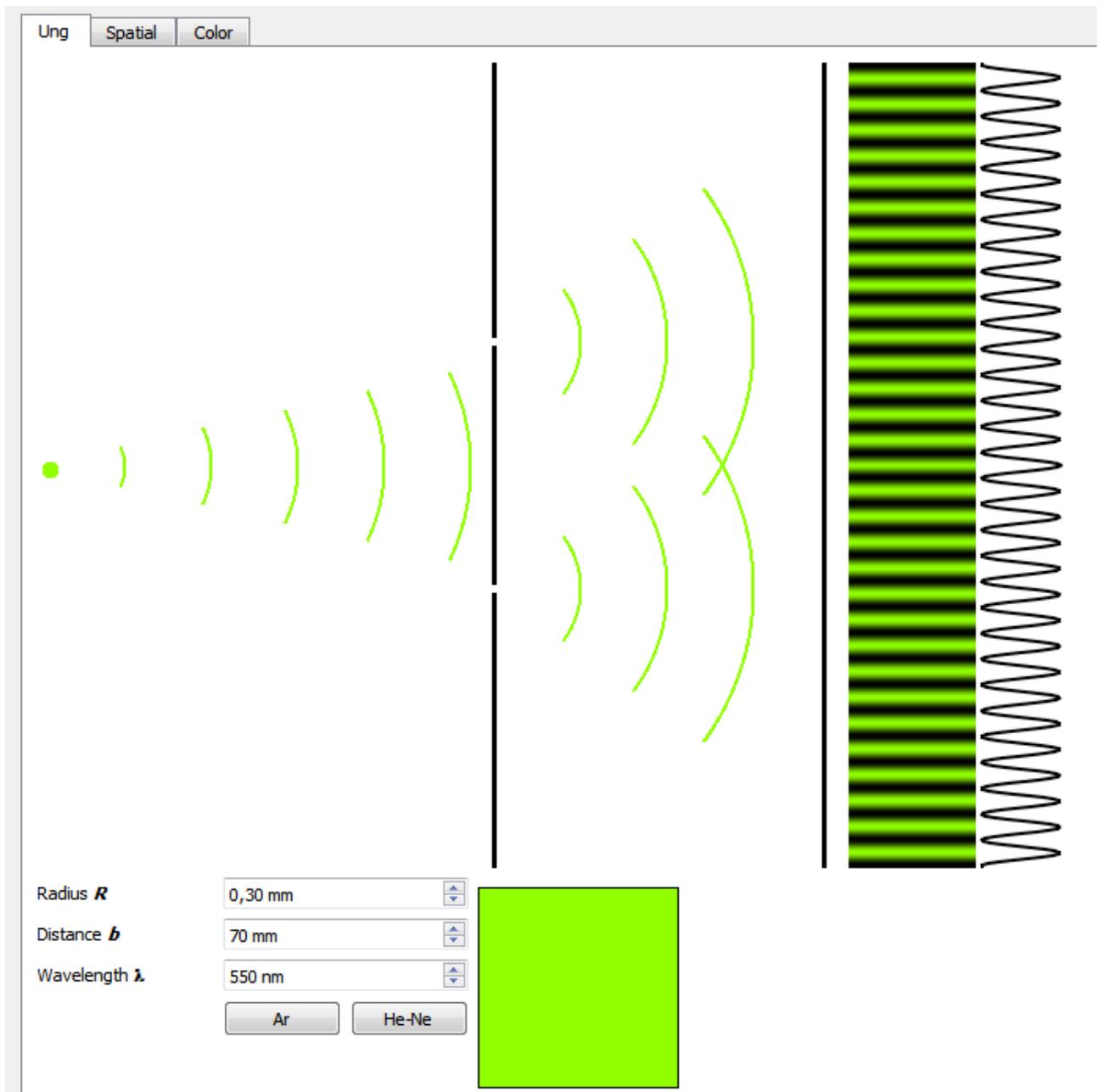
$$I = 2I_0 \left( 1 + \text{sinc}((k_2 - k_1)\Delta) \cos(k_0 \Delta) \right)$$



**Рисунок 10. К расчету интерференционной картины в схеме Юнга для двух точечных источников**

Для случая двух источников (см. рис. 10), важно обратить внимание, что при смещении источника на расстояние  $x$ , интерференционная картина сместится вдоль оси  $y$  на расстояние  $y = -\left(\frac{L_2}{L_1}\right)x$ , складывая по интенсивности интерференционные картины от каждого из источников, можно получить результирующую интерференционную картину. Протяженный источник разбивается на источники размера много меньшего, чем длина протяженного источника.

Интерфейс программы.



**Рисунок 11. Интерфейс модельной программы схемы Юнга**

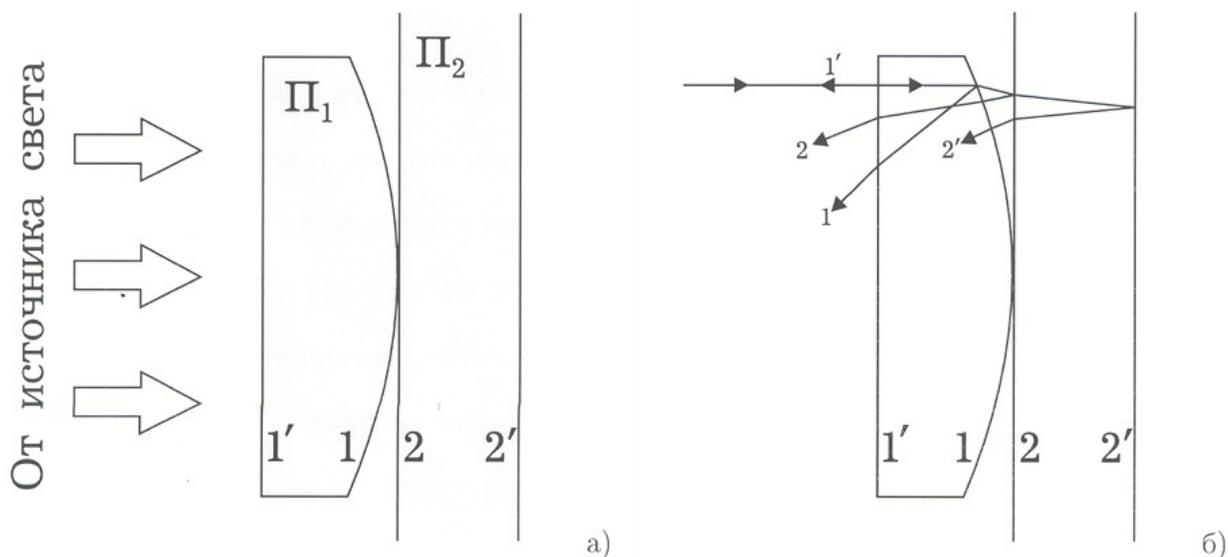
На рисунке приведено изображение окна программы. В левом верхнем углу расположены вкладки переключения между режимами работы программы: классическая интерференционная схема Юнга, схема Юнга с протяженным источником и схема Юнга с некогерентным источником.

Слева находится схема моделируемой установки, а справа — наблюдаемая интерференционная картина и график зависимости ее амплитуды от координаты.

В нижнем левом углу находятся элементы управления линейными параметрами схемы и параметрами источника. Ниже кнопки, устанавливающие длину волны источника равной длине волны аргонового или гелий-неонового лазера и окно вывода цвета излучения источника.

### 3.3.2. Кольца Ньютона

Эта программа позволяет моделировать и наблюдать интерференционную картину в схеме с делением амплитуды (кольца Ньютона) в системе из плоской и выпуклой стеклянных пластин при наблюдении в отраженном свете, а также производить расчет и построение графика зависимости интенсивности от радиальной координаты с использованием различных источников излучения (монохроматических и немонахроматических).



**Рисунок 12. Схема модельной установки для наблюдения колец Ньютона**

Схема моделируемой установки изображена на рис.12. Падающий коллимированный пучок света отражается от системы, состоящей из двух пластин: выпуклой П1 и плоской или вогнутой П2. Пластины приведены в соприкосновение. Интерференционная картина формируется пучками 1 и 2, отраженными от обращенных друг к другу поверхностей пластин (см. рис.); остальные отраженные пучки (1' и 2') приобретают разность хода, как правило, превосходящую длину когерентности падающего света (единицы миллиметров против единиц микрометров), и потому исключены нами из рассмотрения. Интенсивность интерференционной картины рассчитывается следующим образом. В общем случае разность хода  $\Delta$  между интерферирующими волнами в точке с координатой  $\rho$  равна [3,4]:

$$\Delta(\rho) = \frac{\rho^2}{2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right),$$

где  $r, R$  — радиусы кривизны первой и второй пластин, соответственно,  $\rho$  — расстояние от рассматриваемой точки до точки соприкосновения пластин (радиальная координата).

Положительные радиусы кривизны соответствуют выпуклой пластине П1 и вогнутой П2. Считая интенсивности интерферирующих отраженных пучков одинаковыми (что соответствует практически равным коэффициентам отражения света от поверхностей обеих пластин), в монохроматическом свете с длиной волны  $\lambda$  радиальное распределение интенсивности представляется в виде

$$I(\rho) = I_0 \left( 1 + \cos \left[ \frac{2\pi \Delta(\rho)}{\lambda} + \pi \right] \right),$$

а для источника со спектральной плотностью  $I(\lambda)$  в интервале длин волн от  $\lambda_{\min}$  до  $\lambda_{\max}$

$$I(\rho) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} I(\lambda) \left( 1 + \cos \left[ \frac{2\pi \Delta(\rho)}{\lambda} + \pi \right] \right) d\lambda .$$

Принято, что коэффициент отражения не зависит от длины волны падающего света.

Если источник бихроматичный, и длины волн излучения равны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , то интенсивность в точке наблюдения с координатой  $\rho$  будет описываться соотношением:

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{(k_1 + k_2)}{2} \Delta(\rho)\right) \cos\left(\frac{(k_1 - k_2)}{2} \Delta(\rho)\right) \right)$$

Если источник имеет прямоугольный спектр с длинами волн от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$ , то интенсивность в точке наблюдения будет описываться соотношением:

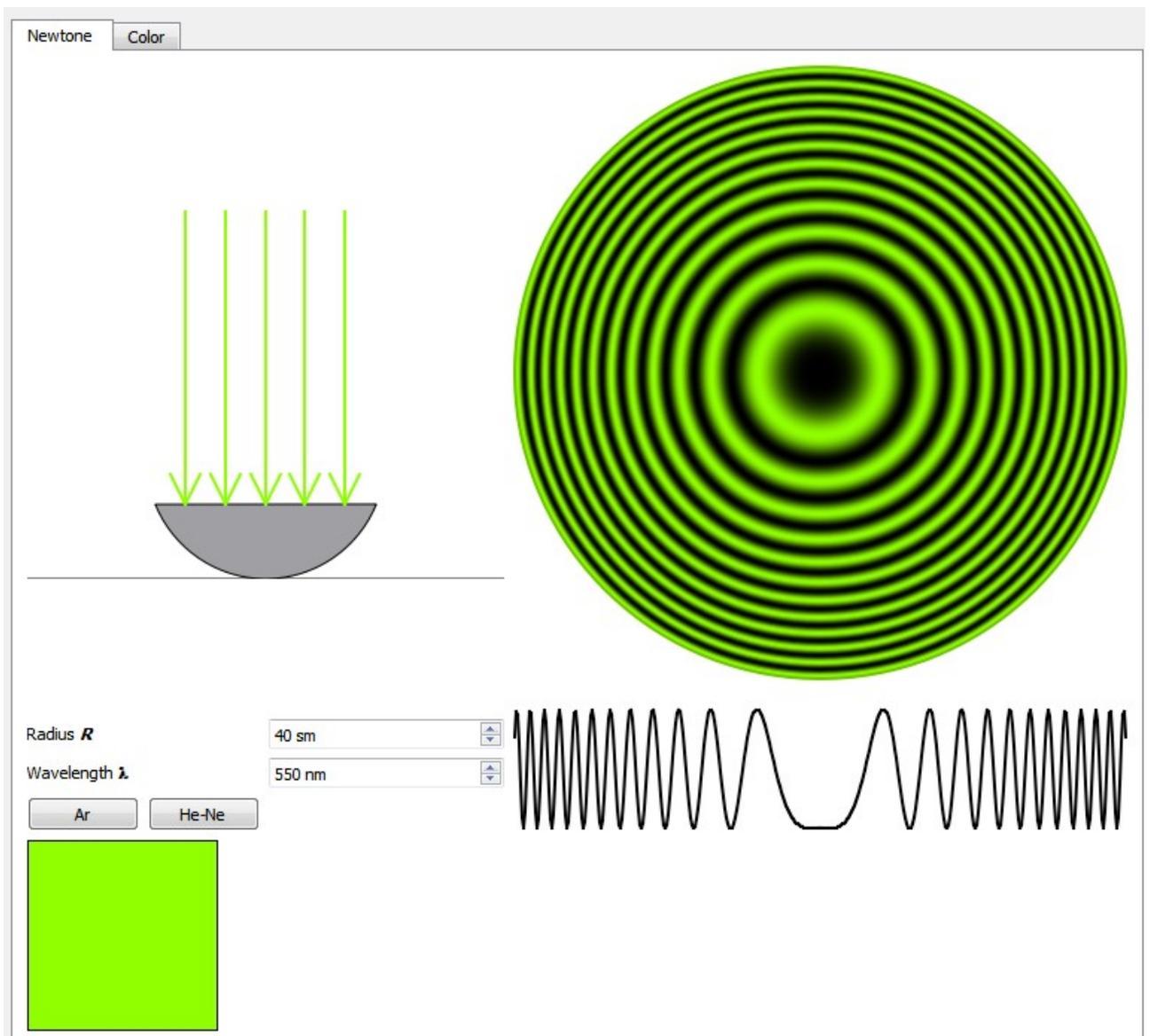
$$I = 2I_0 \left( 1 + \text{sinc}((k_2 - k_1)\Delta) \cos(k_0\Delta) \right)$$

### Интерфейс программы.

Интерфейс программы изображен на рисунке 12. В левом верхнем углу расположены вкладки переключения между режимами работы программы: классическая интерференционная схема и схема с некогерентным источником.

Слева во вкладке находится схема моделируемой установки, а справа — наблюдаемая интерференционная картина и график зависимости ее амплитуды от координаты.

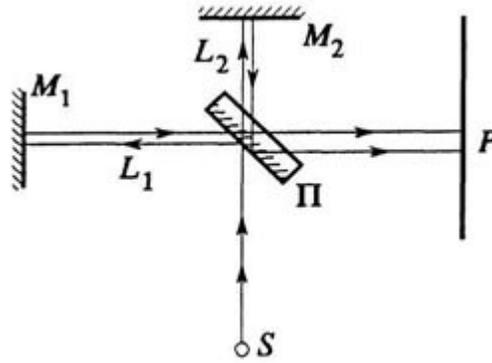
В нижнем левом углу находятся элементы управления линейными параметрами схемы и параметрами источника. Ниже кнопки, устанавливающие длину волны источника равной длине волны аргонового или гелий-неонового лазера и окно вывода цвета излучения источника.



**Рисунок 13. Интерфейс модельной программы «Кольца Ньютона»**

### **3.3.3. Интерферометр Майкельсона**

Эта программа позволяет моделировать и наблюдать интерференционную картину в интерферометре Майкельсона, а также производить расчет и построение графика зависимости интенсивности от радиальной координаты с использованием различных источников излучения (монохроматических и немонохроматических).



Интерферометр Майкельсона состоит из двух зеркал  $M_1$  и  $M_2$  и полупрозрачной пластинки  $\Pi$ . Разность хода между лучами в точке наблюдения  $P$  равна [3,4]:

$$\Delta = 2(L_1 - L_2) ,$$

где  $L_1$  и  $L_2$  -длины плеч интерферометра.

Если источник точечный, а зеркала перпендикулярны друг другу, то интерференционная картина будет аналогична интерференционной картине от плоскопараллельной пластинки толщиной  $\Delta$ . Разность хода в общем случае будет описываться выражением

$$\Delta = 2(L_1 - L_2) \cos \beta$$

При строгой перпендикулярности зеркал, Интенсивность картины в точке с координатой  $x$  экрана будет описываться соотношением:

$$I = I_0(1 + \cos[k\Delta]) .$$

При отклонении одного из зеркал от перпендикулярного положения на малый угол  $\alpha$ , интерференционная картина будет смещаться на  $\Delta x = (L_1 - L_2) \sin \alpha$  .

Если после источника поставить собирающую линзу так, чтобы источник стоял в ее фокусе, то на экране будет наблюдаться интерференционная картина от параллельного пучка света.

Если зеркала строго перпендикулярны друг другу, то экран будет иметь постоянную засветку, интенсивность которой зависит от  $\Delta = 2(L_1 - L_2)$

Если одно из зеркал отклонено на угол  $\alpha$ , то интерференционная картина будет аналогична интерференционной картине, наблюдаемой в тонком клине:

$$\Delta = 2(L_1 - L_2 + x \sin \alpha)$$

Интенсивность наблюдаемой картины будет находиться из соотношения:

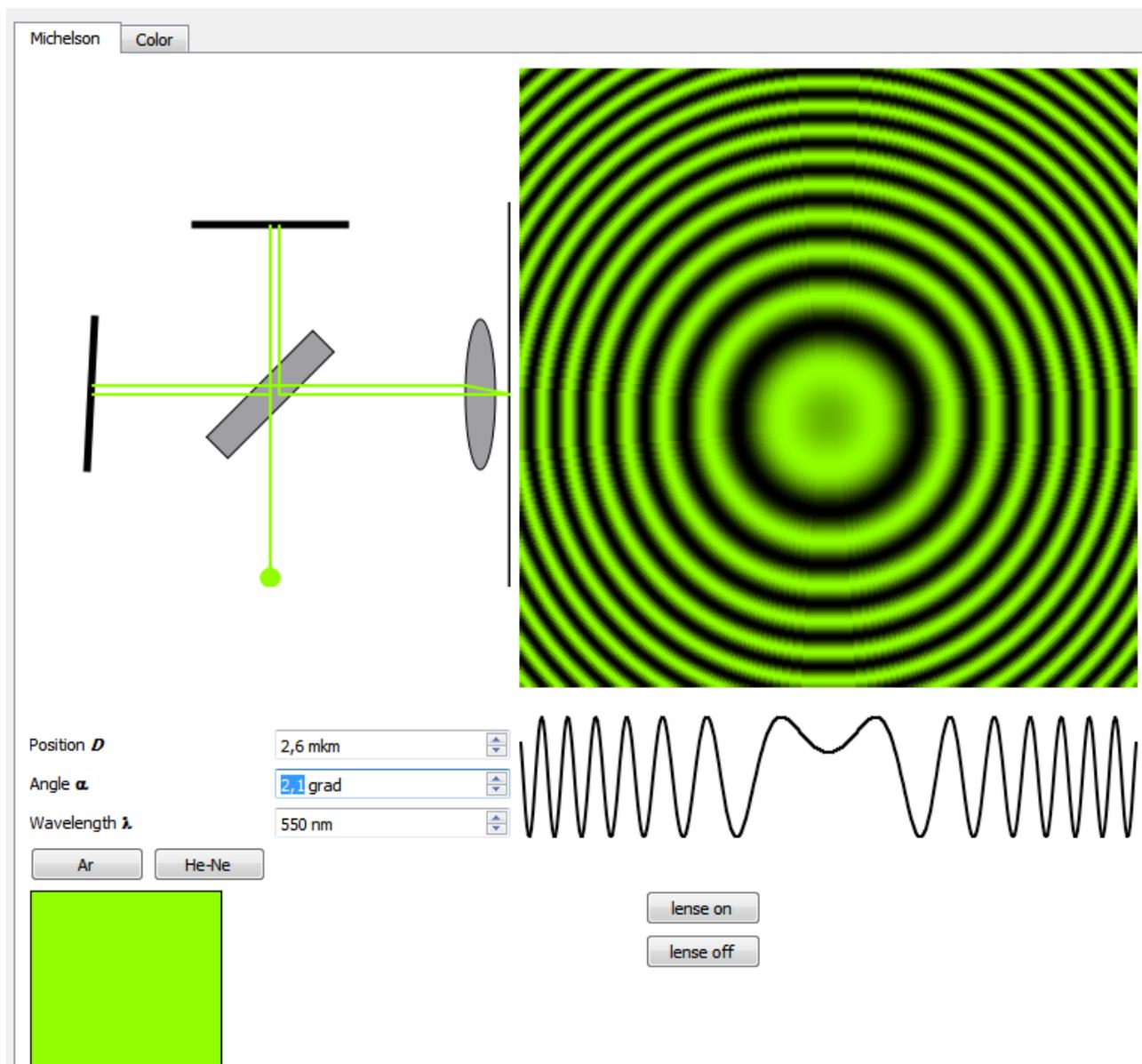
$$I = I_0(1 + \cos[k\Delta])$$

Интерфейс программы.

Интерфес программы изображен на рисунке:

В левом верхнем углу расположены вкладки переключения между режимами работы программы: классическая интерференционная схема и схема с некогерентным монохроматическим источником.

Слева во вкладке находится схема моделируемой установки, а справа — наблюдаемая интерференционная картина и график зависимости ее амплитуды от координаты.



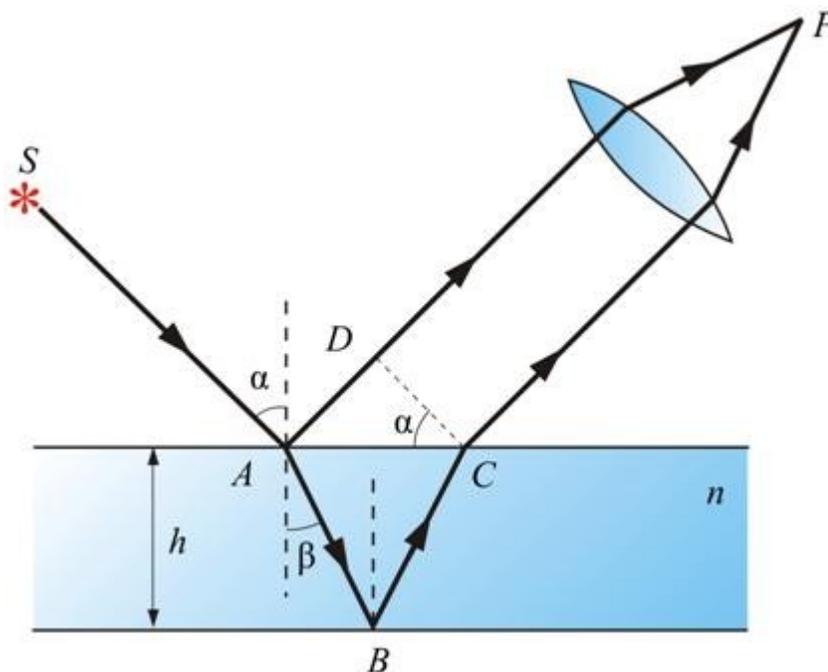
**Рисунок 14. Интерфейс модельной программы «Интерферометр Майкельсона»**

В нижнем левом углу находятся элементы управления линейными параметрами схемы и параметрами источника. Ниже кнопки, устанавливающие длину волны источника равной длине волны аргонового или гелий-неонового лазера и окно вывода цвета излучения источника.

Справа снизу есть кнопки включения и выключения линзы в схеме, для получения либо точечного источника, либо параллельного пучка света.

### 3.3.4. Тонкая пластинка (полосы равного наклона)

Эта программа позволяет моделировать и наблюдать интерференционную картину в тонкой плоскопараллельной пластине, а также производить расчет и построение графика зависимости интенсивности от радиальной координаты с использованием различных источников излучения (монохроматических и некогерентных).



**Рисунок 15. Схема модельной установки для наблюдения полос равного наклона в схеме с плоскопараллельной пластинкой**

Разность хода интерферирующих лучей находится по формуле [3,4]:

$$\Delta = 2nh \cos \beta$$

Учитывая, что при отражении волны от границы воздух-стекло, ее фаза меняется на  $\pi$ , можем записать выражение для интенсивности интерференционной картины в виде:

$$I = I_0 \left( 1 + \cos \left[ k \left( \Delta + \frac{\lambda}{2} \right) \right] \right), \text{ или}$$

$$I = I_0 \left( 1 + \cos \left[ \frac{4\pi h \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\lambda \pm \pi} \right] \right).$$

В случае некогерентного источника, спектр которого содержит две длины волны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , выражение для интенсивности интерференционной картины примет вид:

$$I = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{\Delta (k_1 + k_2)}{2} + \pi \right) \cos \left( \frac{\Delta (k_1 - k_2)}{2} \right) \right),$$

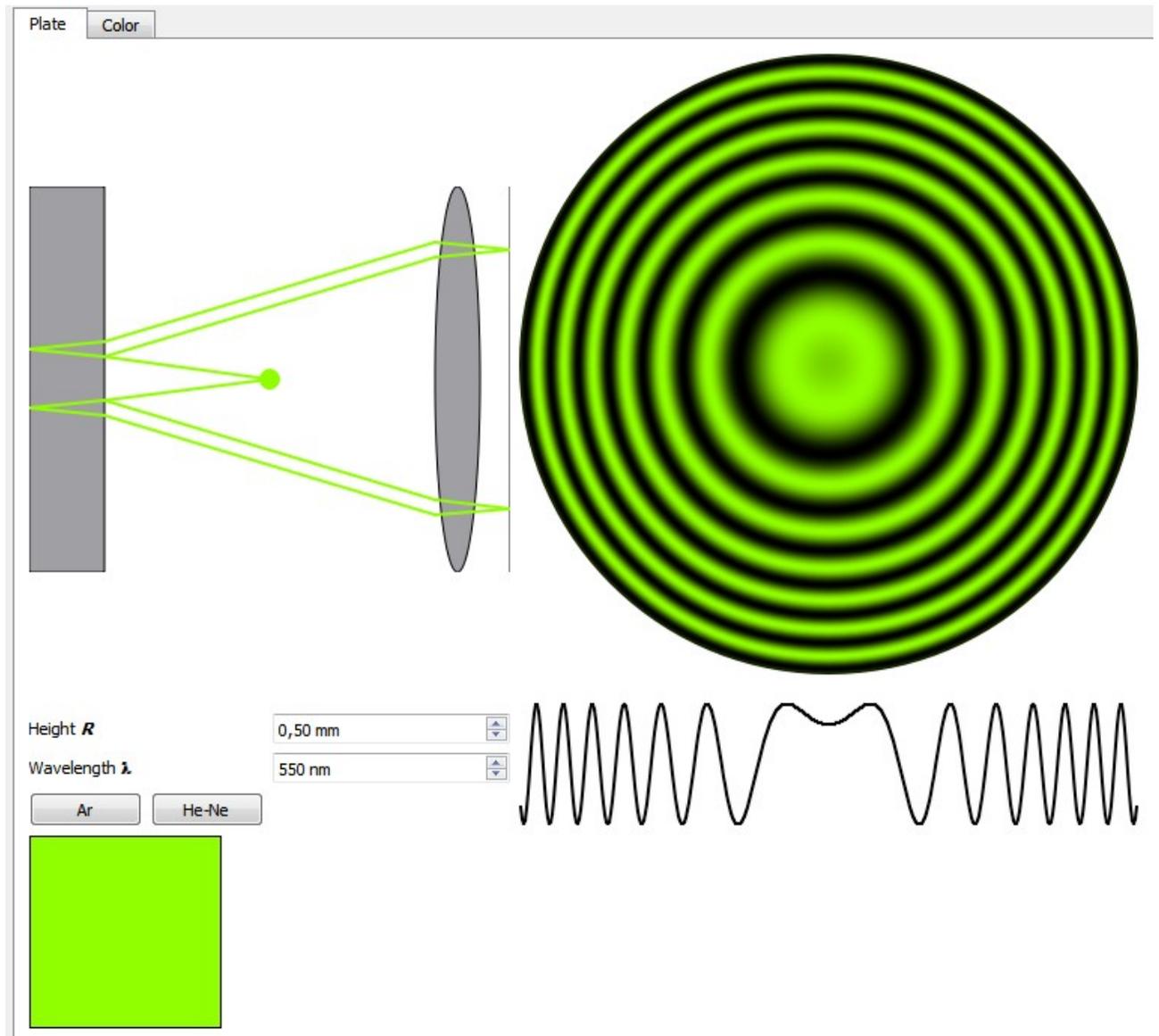
а для источника с прямоугольным спектром от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$ :

$$I = 2I_0 (1 + \text{sinc}((k_2 - k_1)\Delta) \cos(k_0\Delta)) .$$

### Интерфейс программы

Интерфейс модельной программы представлен на рисунке.

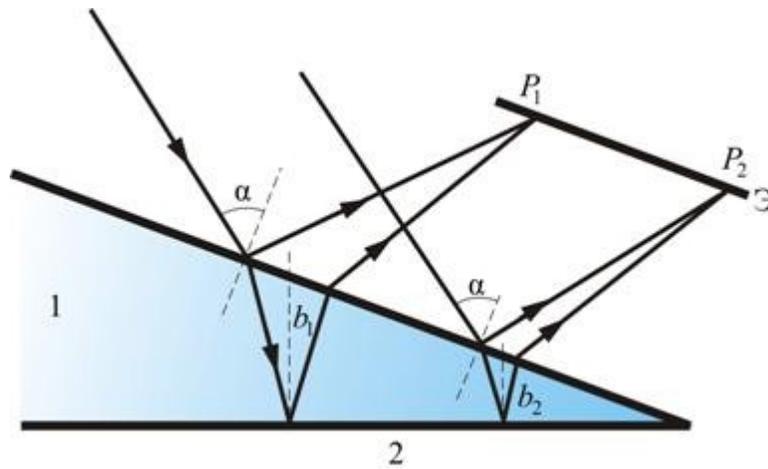
В левом верхнем углу расположены вкладки переключения между режимами работы программы: классическая интерференционная схема и схема с некогерентным источником. Слева во вкладке находится схема моделируемой установки, а справа — наблюдаемая интерференционная картина и график зависимости ее амплитуды от координаты. В нижнем левом углу находятся элементы управления линейными параметрами схемы и параметрами источника. Ниже кнопки, устанавливающие длину волны источника равной длине волны аргонового или гелий-неонового лазера и окно вывода цвета излучения источника.



**Рисунок 16. Интерфейс модельной программы «Полосы равного наклона»**

### 3.3.5. Тонкий клин (полосы равной толщины)

Эта программа позволяет моделировать и наблюдать интерференционную картину тонком клине с малым углом, а также производить расчет и построение графика зависимости интенсивности от радиальной координаты с использованием различных источников излучения (монохроматических и немонахроматических).



**Рисунок 17. Схема модельной установки для наблюдения полосы равной толщины в тонком клине**

Разность хода интерферирующих лучей находится по формуле[3,4]:

$$\Delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} .$$

Учитывая, что при отражении волны от границы воздух-стекло, ее фаза меняется на  $\pi$ , можем записать выражение для интенсивности интерференционной картины в виде:

$$I = I_0 \left( 1 + \cos \left[ k \left( \Delta + \frac{\lambda}{2} \right) \right] \right) .$$

В случае некогерентного источника, спектр которого содержит две длины волны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , выражение для интенсивности интерференционной картины примет вид:

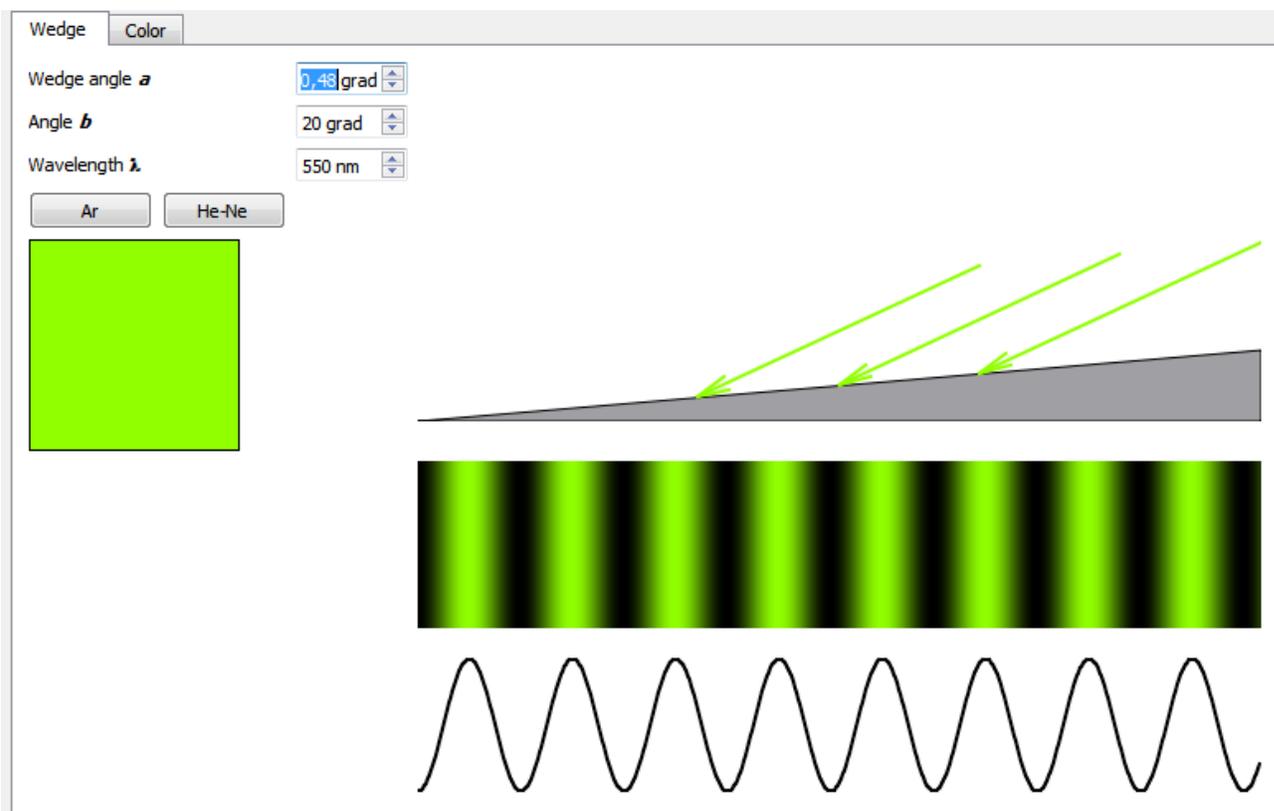
$$I = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{\Delta (k_1 + k_2)}{2} + \pi \right) \cos \left( \frac{\Delta (k_1 - k_2)}{2} \right) \right) ,$$

а для источника с прямоугольным спектром от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$  :

$$I = 2I_0 (1 + \text{sinc}((k_2 - k_1)\Delta) \cos(k_0\Delta)) .$$

Интерфейс программы.

Интерфейс программы представлен на рисунке



**Рисунок 18. Интерфейс модельной программы «Полосы равной толщины»**

В левом верхнем углу расположены вкладки переключения между режимами работы программы: классическая интерференционная схема и схема с некогерентным источником.

Справа во вкладке находится схема моделируемой установки, под ней — наблюдаемая интерференционная картина и график зависимости ее амплитуды от координаты.

В верхнем левом углу находятся элементы управления линейными параметрами схемы и параметрами источника, а ниже - кнопки, устанавливающие длину волны источника равной длине волны аргонового или гелий-неонового лазера и окно вывода цвета излучения источника.

## Заключение

1. На основе анализа психофизиологических, методических и эргономических требований к интерфейсам модельных программ разработана визуальная модель интерфейса, учитывающая возможности свободно распространяемой объектно-ориентированной кроссплатформенной библиотеки Qt.
2. С учетом практики чтения лекций по оптике на физическом факультете МГУ выделены следующие первоочередные темы для реализации модельных программ: дифракция Фраунгофера и Френеля, интерференционные схемы Юнга, Ньютона и Майкельсона, полосы равного наклона и равной толщины.
3. С использованием предложенной визуальной модели интерфейса разработаны и реализованы следующие демонстрационные модельные программы:
  - Дифракция Фраунгофера на щели, прямоугольном и круглом отверстии;
  - Дифракция Френеля на щели, круглом отверстии и диске;
  - Монохроматическая и квазимонохроматическая интерференционная картина в схеме Юнга с точечным и протяженным источниками;
  - Кольца Ньютона в монохроматическом и квазимонохроматическом освещении;
  - Монохроматические и квазимонохроматические полосы равной толщины и равного наклона в интерферометре Майкельсона;
  - Полосы равного наклона при интерференции монохроматического и квазимонохроматического света на тонкой пластинке;
  - Полосы равной толщины при интерференции монохроматического и квазимонохроматического света на тонком клине.

## Библиография

1. Ситаров В.А. Дидактика. М. Издательский центр «Академия», 2002. — 368с.
2. Селиверстов А. В. Современные лекционные демонстрации по разделу «Волновая оптика» курса общей физики - М., Физический факультет МГУ, 2005. – 260 с.
3. Раскин Д. Интерфейс: новые направления в проектировании компьютерных систем.
4. Гагур И. А. Разработка компьютерных демонстраций по оптике с учетом методических и эргономических требований. – М., Физический факультет МГУ, 2006. – 26 с.
5. Данилова Н. Н. Психофизиология. М., Аксепт-Пресс, 1998. – 367 с.
6. Служба тематических толковых словарей.  
URL: <http://www.glossary.ru/>
7. БланшетЖ., Саммерфилд М. Qt 4: Программирование GUI на C++. 2-е дополнен.
8. Шлее М. Qt 4:Профессиональное программирование на C++. СПб., БХВ–Петербург., 2007. 880 с.
9. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. М., Изд-во МГУ, 1998. 656 с.
10. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., Наука, 1973. 720 с.